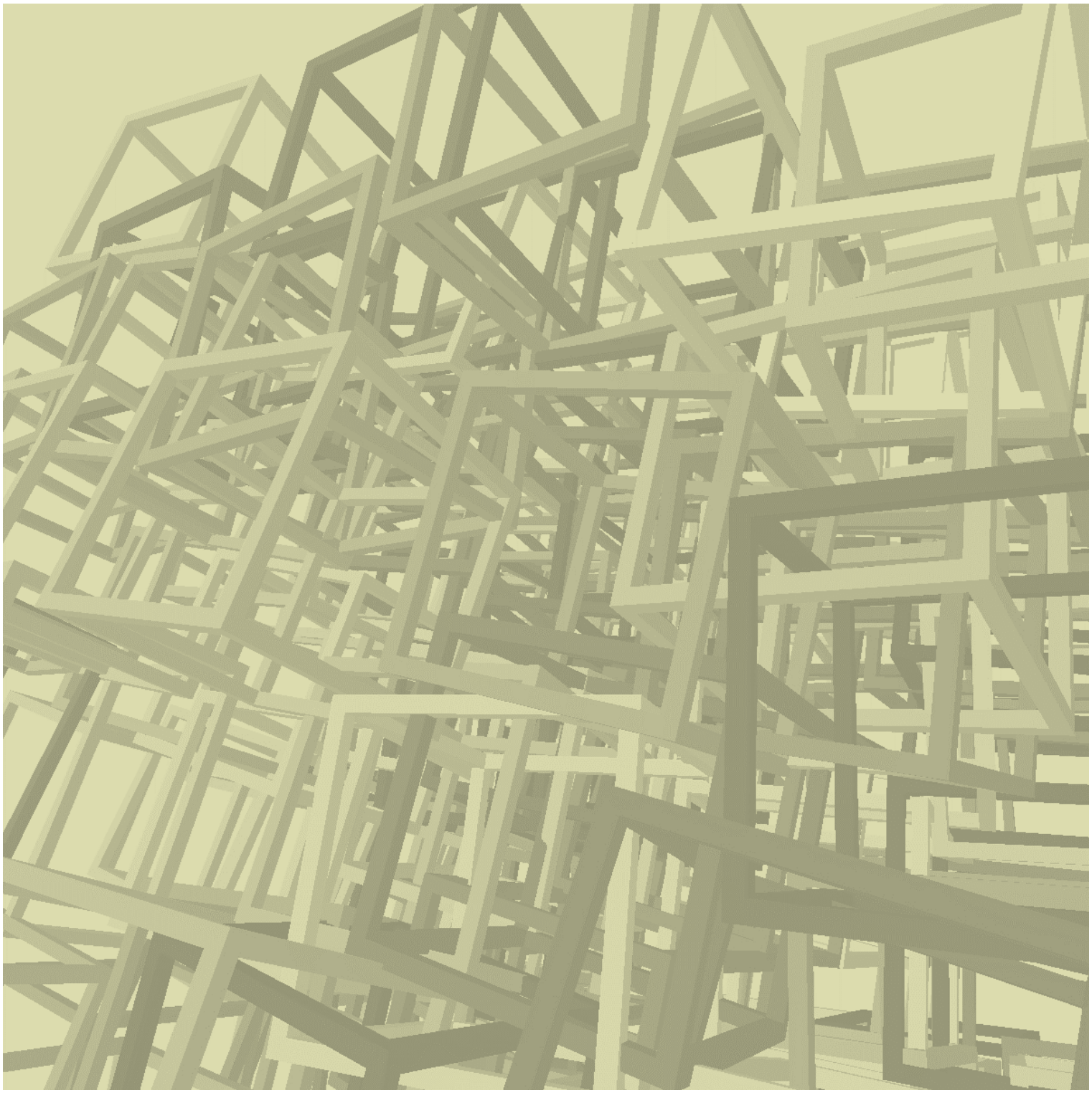
第 18 回 コロキウム

18th Colloquium Analysis and Generation of Structural Shapes and Systems 2023

構造形態の解析と創生 2023



開催日：2023 年 11 月 16 日，11 月 17 日

主催　日本建築学会

構造委員会　シェル・空間構造運営委員会　構造形態創生小委員会

構造委員会　応用力学運営委員会　構造最適化と統合設計小委員会（協力）

後援　建築情報学会

ご案内

本書の著作権・出版権は（一社）日本建築学会にあります。本書より著書・論文等への引用・転載にあたっては必ず本会の許諾を得て下さい。

コピーも私的利用の範囲を超えることは法律で禁じられております。

一般社団法人　日本建築学会

趣　旨　説　明

近年の建築の設計プロセスにおける 3D-CAD や BIM の利用は，意匠，構造，設備，施工の連携を強め，また，これまで不可能であった複雑な形態の構造物の建設も可能にしました。また，デジタル・ファブリケーションの技術が普及し，建築のデザインに大きな変化を与えつつあります。実現可能な建築表現の自由度が急速に増すなかで，建築物の形態をどのように決定すべきかという問題について，今後更に深く考えていく必要があります。

本コロキウムは 2006 年度から毎年開催しており，今年で 18 回目を迎えます。これまでに，構造形態創生，構造最適化，アルゴリズミック・デザインといった建築構造物の形態を創り出すための理論・技術に関する研究や，実際のデザインへの応用事例などが数多く紹介され，活発な議論が展開されてきました。これらの理論・技術は一過性のものではなく，本質的なニーズの上に成り立った重要な建設技術であり，新しいコンセプトや最新のアルゴリズムなどを取り入れながら，議論を重ねて今後も発展させていく必要があります。

本年度開催する「第 18 回 コロキウム構造形態の解析と創生 2023」では，これまでと同様に形態創生の理論・技術に関わる研究者，技術者が一堂に会して最新の情報を交換すると同時に，理論・技術だけでなく，それらを具体的な建築物，プロジェクトなどに応用した事例紹介についても議論することで，これらの研究・技術分野が益々発展することを期待して開催されます。

2023 年 11 月

日本建築学会

シェル・空間構造運営委員会　構造形態創生小委員会

（協力）応用力学運営委員会　構造最適化と統合設計小委員会

後援　建築情報学会

■構造委員会

委員長:五十田 博(京都大学)

幹事:楠 浩一(東京大学), 永野 正行(東京理科大学), 山田 哲(東京工業大学)

〇シェル・空間構造運営委員会

主査:山下 哲郎(工学院大学)

幹事:張 景耀(京都大学), 宮里 直也(日本大学), 山本 憲司(東海大学)

・構造形態創生小委員会

主査:横須賀 洋平(鹿児島大学)

幹事:永井 拓生(滋賀県立大学),
藤田 慎之輔(北九州市立大学)

委員:ガン ブンタラ(日本大学),
木村 俊明(名古屋市立大学),
熊谷 知彦(明治大学),
舘 知宏(東京大学),
陳 沛山(九州工業大学),
永田 洸大(大建設計),
野村 圭介(東海大学),
浜田 英明(法政大学),
松尾 智恵(明星大学),
三木 優彰(東京大学),
山本 憲司(東海大学)

〇応用力学運営委員会

主査:山川 誠(東京理科大学)

幹事:朝川 剛(東京電機大学), 高田 豊文(滋賀県立大学), 向井 洋一(神戸大学)

・構造最適化と統合設計小委員会(協力委員)

委員:小野 聡子(近畿大学),
木村 俊明(名古屋市立大学),
高田 豊文(滋賀県立大学),
多田 聡(構造システム),
林 和希(京都大学),
和田 大典(梓設計)

「第 18 回コロキウム 構造形態の解析と創生 2023」実施担当者(所属は前掲)

コロキウム実施責任者:	横須賀 洋平
コンテスト担当:	藤田 慎之輔, 松尾 智恵, 野村 圭介, 多田 聡
資料集担当:	高田 豊文, 林 和希, 山本 憲司
会場担当:	浜田 英明, 山本 憲司
広報担当:	横須賀 洋平
会計担当:	永田 洸大, 三木 優彰
参加登録担当:	和田 大典, 木村 俊明
優秀発表賞担当:	熊谷 知彦
コロキウム HP 担当:	陳 沛山
ポスター担当:	永井 拓生

第 18 回コロキウム構造形態の解析と創生 2023

－ 目 次 －

■特別講演

『構造エンジニアとデジタルエンジニアの協働』 ---------- 1
田村尚土（株式会社ディックス）

『金属 3D プリンターの建築物適用への展望』 ---------- 2
木下拓也（株式会社竹中工務店）

■一般講演　－研究論文－

(R-01) ポリウレア樹脂を用いた津波シェルターに関する解析的研究 ---------- 7
○寺岡恭一朗（東京理科大学），高橋治

(R-02) 膜の裁断図最適化手法を応用した RC シェルの形態創生手法の提案 ---------- 13
○辻英吾（京都工芸繊維大学），満田衛資

(R-03) 膜テンセグリティ構造の形状解析および剛性評価に関する研究 ---------- 19
○長野容平（滋賀県立大学），永井拓生

(R-04) 丸竹柱の圧縮耐力に関する基礎的研究－圧縮耐力評価式と実験値の比較－ ---------- 25
○沖恵輔（滋賀県立大学），永井拓生

(R-05) 曲げを受ける丸竹稈に生じる応力分布および曲げ破壊に関する考察 その 2 ポアソン比を考慮した検証 ---------- 31
○永井拓生（滋賀県立大学）

(R-06) 平面から自由曲面へ自己変形するベンディングアクティブ構造の設計 ---------- 37
○上條陽斗（東京大学），舘知宏

(R-07) 任意プロファイルを持つ柱面に折り変形する切紙構造の設計手法 ---------- 43
○十塚響（東京大学），安達瑛翔，舘知宏

(R-08) サロゲートモデルによる鋼構造骨組の構造最適化－NN による制約条件の検定－ ---------- 49
○石本大和（鹿児島大学），横須賀洋平

(R-09) VAE による自由曲面シェルの生成と形状最適化 ---------- 55
○高橋龍徳（東海大学），山本憲司

(R-10) 境界条件を入力とする条件付き敵対的生成ネットワークを用いた連続体構造の位相最適化 -------- 61
○高橋温（京都大学），林和希，大崎純

(R-11) 機械学習により材料非線形性を考慮したラチスシェルの形状最適化 ---------- 67
○薮内佑馬（北九州市立大学），藤田慎之輔

(R-12) 深層学習と線形最適化法を併用したトラス・トポロジー最適化 ---------- 73
○乃一亮介（滋賀県立大学），高田豊文

(R-13) 大域的トポロジーを用いた平面骨組のトポロジー予測に関する基礎的研究 ---------- 79
○奥薗尚人（北九州市立大学），藤田慎之輔

(R-14) 双線形型微分方程式とシェル構造の形状決定 ---------- 85
○三木優彰（東京大学），Toby Mithell

(R-15) 重層構造物のロバスト性を考慮した形態創生に関する研究 ---------- 91
○山口春樹（久米設計），浜田英明

(R-16) 連続体の位相最適化における IESO 法と SIMP 法を組み合わせた Hybrid 法に関する研究 -------- 97
○川守恵輔（近畿大学），藤井大地

(R-17) 改良型 ESO 法を用いた単層ラチスシェルの位相最適化 ---------- 103
○福田稜（近畿大学），松本慎也，藤井大地

(R-18) 力法を用いた剛性最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化に関する研究
---------- 109
○石本蓮也（近畿大学），寺井雅和，齊藤正，藤井大地

(R-19) 骨組位相最適化に関する数理計画法と進化的手法を組み合わせたハイブリッド法の提案 --------- 115
○林友里香（近畿大学），松本慎也，藤井大地

(R-20) Efficient Truss Structure Optimization Using Numerical Strategies for Design Variable Reduction and Architectural Flexibility ---------- 121
○Zhu Lidong（京都大学），Zhang Jingyao

(R-21) 曲げ歪エネルギー率を用いた自由曲面シェルの形状評価に関する研究－形状修正量を指定した形状最適化による敏感性の調査－ ---------- 127
○門松碧音（東海大学），福田滉貴，山本憲司

(R-22) ねじれの抑制された曲面の形態創生とその力学的性状 ---------- 133
○清水万紀子（北九州市立大学），藤田慎之輔

(R-23) 単層ラチスシェル構造物における総期待建設費用の最小化－格子パターンと分割方法の違いによる影響－ ---------- 139
○岡部竜也（法政大学），浜田英明

(R-24) 四辺形を形状要素とした離散曲面による木質シェル構造の形状最適化 ---------- 145
○山口泰平（鹿児島大学），横須賀洋平

(R-25) 線形座屈荷重とひずみエネルギーを単一目的関数として段階的に形状最適化された単層ラチスシェルの信頼性解析 ---------- 151
○小野倫太郎（明治大学），田所和之，佐伯実花，熊谷知彦，加藤史郎

(R-26) Panel-point モデルを用いた剛体折紙の 2 次の微小変形メカニズムと重力を考慮した変形モード解析
---------- 157
○早川健太郎（京都大学），大崎純

(R-27) 回転四辺形のメッシュを格子形状とするグリッドシェルの面外変形特性 ---------- 163
○堺雄亮（ソニーコンピュータサイエンス研究所）

(R-28) ハサミムシの後翅の展開を用いた立体構造物の設計 ---------- 169
○北島千朔(九州大学), 斉藤一哉, 末廣香織

(R-29) 平行四辺形型の複合シザーズユニットによる自由曲面の構成 ---------- 175
○山浦健士朗(岡山県立大学), 津田勢太

(R-30) 多段階最適化を用いた超高層制振構造の耐震設計 ---------- 181
○武居秀樹(日本設計), 浜田英明

■一般講演 －技術報告－

(T-01) FFT によるクッション材の多目的最適化 ---------- 187
○遠藤輝(島根大学), 澤田樹一郎

(T-02) 最適設計された大変形弾性合金板の圧縮実験 ---------- 193
内田乙葉, ○澤田樹一郎(島根大学)

(T-03) 最適設計された大変形弾性板の有限要素解析 ---------- 197
○廣山幸樹(島根大学), 内田乙葉, 梶谷奎伍, 澤田樹一郎

(T-04)「風観堂」に対する構造デザイン ---------- 201
○岸本貴博(広島工業大学), 福原竜也, 坂本柚乃

(T-05) 細幅パネルを用いた CLT ユニットの木質化及び木質接合部の検討 ---------- 205
○舟津翔大(北九州市立大学), 藤田慎之輔

(T-06) 3D Graphic Statics と 3 次元ボロノイ分割を用いた軸力抵抗型骨組の形状生成法 ---------- 211
○和多田遼(大阪産業大学), Ng Kian Hou

■形態創生コンテスト

□コンテスト概要---------- 215

□入選作品

(1) Flexible bending ～柔らかく変化するもの～ ---------- 221
○小林和真(鹿児島大学), 嶋尾恭兵, 中村真子, 長野雅

(2) 風観堂 ---------- 223
○福原竜也(広島工業大学), 坂本柚乃

(3) eNsegrity ---------- 225
○山内一輝(株式会社大林組), 竹下迪太郎, 後藤佑美, 三好健太, 楠川佳歩, 篠原敬佑, 前田隆宏

(4) Bind-Inflation ---------- 227
○藤堂真也(東京大学), 須藤望

(5) 弾ダンス ---------- 229
○河合晃(株式会社大林組), 渡辺隆寛, 藤田起章, 久保一晴, 平山和樹, 引田大暉, 近藤里帆

＊「第 18 回コロキウム構造形態の解析と創生 2023」に関連する情報は、下記 URL のページに掲載しています.
http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s49/index.htm

■特別講演

特別講演講師　**田村　尚土**（たむら　なおと）

特別講演題目　**『構造エンジニアとデジタルエンジニアの協働』**

○所属

株式会社ディックス取締役副社長

株式会社ラムダデジタルエンジニアリング代表取締役社長

〒460-0011 愛知県名古屋市中区大須 1-8-34

○略歴

2005　名古屋大学工学部　卒業

2007　名古屋大学大学院環境学研究科修了

2007～2014　金箱構造設計事務所　勤務

2012　名古屋大学大学院　博士（工学）取得

2014　株式会社ディックス取締役就任，構造設計部設立

2019　株式会社ラムダデジタルエンジニアリング設立

現在に至る

○主な受賞

2019　日本建築学会 形態創生コンテスト 2019　最優秀賞

2016　総合資格主催 第 3 回構造デザインコンペティション　優秀賞

2015　日本建築学会 形態創生コンテスト 2015　入選

2015　南三陸町復興の橋デザインコンペ　入選

2015　総合資格主催 第 2 回構造デザインコンペティション　審査員賞

2014　日本建築学会 形態創生コンテスト 2014　入選

特別講演講師　**木下　拓也**（きのした　たくや）

特別講演題目　**『金属 3D プリンターの建築物適用への展望』**

○所属

株式会社竹中工務店 技術研究所

〒270-1395 千葉県印西市大塚 1-5-1

○略歴

2010　京都大学院工学研究科建築学専攻博士課程修了 博士（工学）

2010　株式会社竹中工務店 技術研究所（現在に至る）

2021～2022　カリフォルニア大学バークレー校客員研究員

○主な受賞

2019　国家地震工程研究中心（台湾）主催,
7 層鉄筋コンクリート建物のブラインド解析コンテスト, 第一位

2022　第 3 回アーキニアリング・デザイン・アワード（AND 賞）入賞

2023　日本建築学会奨励賞

金属 3D プリンターの建築物適用への展望

木下　拓也 1)
1)株式会社竹中工務店，技術研究所，博士(工学)，kinoshita.takuya@takenaka.co.jp

1 はじめに

本稿では，金属 3D プリンター技術の建築物適用への状況・展望について述べる。はじめに，金属 3D プリンティング技術の種別と特徴についてまとめる。続いて，Wire & Arc Additive Manufacturing (WAAM) 方式による自由形状接合部及び大型什器の事例を紹介する。

2 金属 3D プリンティング技術の概要

2.1 建設産業における金属 3D プリンターへの期待

3D プリンターは，2010 年代初頭から広く一般にその名を知られるようになった。米国の編集者クリス・アンダーソンが著書「Makers」[1] で指摘した Maker ムーブメントが世界中で注目され，2013 年にはバラク・オバマ米大統領が一般教書演説で 3D プリンターに言及した [2]。当時は樹脂や石膏を主な材料としており，ラピッドプロトタイピング（試作の高速化）という観点で注目された。

上記の社会的ブームの後も，造形速度向上や吐出材料の多様化など技術革新が続き，近年では切削加工（Subtractive Manufacturing）と対比する形で付加製造（Additive Manufacturing）技術と呼ばれ，各産業において最終製品の製造技術の一つと位置付けられている。2016 年に米 GE 社が開発した「LEAP エンジン」では，これまで 20 パーツで形成されていた燃料ノズルが金属 3D プリンターにより一体製造された [3]。2018 年には，独 BMW 社が 3D プリンターの工場兼研究施設である「Additive Manufacturing Campus」の建設を発表し注目を集めた [4]。これらの一連の流れを，図 1 にまとめる。

建設業界への 3D プリンター活用は，モルタル系プリンターの開発が多く報告されてきた一方で，金属 3D プリンターについてはあまり活用事例が見られなかった。しかし，金属材料は強度や剛性及び加工性において他材料に無い多くの利点を持つ建設資材であり，3D プリンティングが活用できた場合のインパクトは大きい。3D プリンターによるものづくりは，新しい部材製造手法として，生産プロセス革新の文脈で評価されることが多い。一方で著者は，3D プリンティングの高い造形性と，金属材料

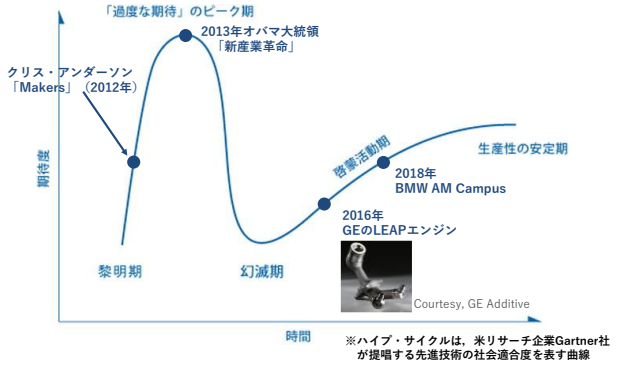


図 1 3D プリンターのハイプ・サイクル

の持つ高機能性が建築デザインに与えるポジティブな影響に注目している。AI・最適化等を活用したコンピュテーショナル・デザイン手法と，3D プリンターに代表されるデジタル・ファブリケーション技術が繋がれば，設計から製造までの多くの領域がデジタルで完結する。これにより，短時間で粒度の高い（手戻りの少ない）デザイン試行を多数回繰返すことが可能となり，優れた設計案，引いてはより豊かな建築空間の創出への寄与が期待される。

2.2 金属 3D プリンターの造形方式と特徴

金属 3D プリンターは，多くの方式において金属を溶融するプロセスを伴う。そのため，造形方式は金属を溶融させるための熱源と，金属材料の状態，及びその供給方法で分類されることが多い。図 2 に代表的な造形方式の分類を示す。造形方式の分類やその特徴については，文献 5), 6)に詳しい。

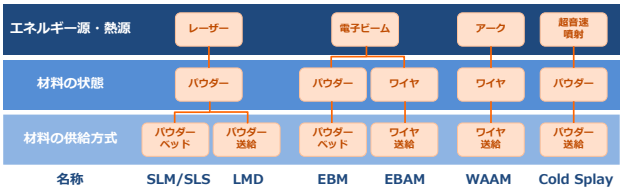


図 2 金属 3D プリンターの造形方式

金属粉末をベッド状に敷き詰め，レーザーあるいは電子ビームを照射し焼結する方式は Powder Bed Fusion (PBF)と呼ばれ，最も一般的な手法である。レーザー方式は Selective Laser Melting (SLM)，電子ビーム方式は Electron Beam Melting (EBM)と呼ばれる。パウダーベッド以外の材料供給方式として，パウダー送給及びワイヤー送給があり，レーザー方式のパウダー送給タイプは Laser Metal Deposition (LMD)，ワイヤー送給タイプは Laser Metal Wire Deposition (LMWD)と呼ばれる。

電子ビームあるいはアーク放電を熱源とし，ワイヤーを送給するタイプは，それぞれ Electron Beam Additive Manufacturing (EBAM) 及び Wire and Arc Additive Manufacturing (WAAM)と呼ばれ，溶接クラッディング（溶接肉盛り）により対象物の造形を行う方式である。

パウダーを超高速で対称物に衝突させ，金属皮膜を形成していくコールドスプレー法を 3D プリンターとして活用しているケースもある。コールドスプレー法は金属の溶融を伴わないため，材料特性変化が少ないという利点がある。

2.3 建設利用における課題（大規模化と材料品質）

建設産業で 3D プリンターを利用する際に考慮すべき課題として，①大規模化，②材料品質の大きく 2 点を挙げることができる。大規模化については，(i)造形時間の長期化（出力速度），(ii) チャンバーあるいはガントリーサイズの大型化，(iii) 材料コストの増大，といった 3 点にさらに分けることができる。材料品質については，多くの方式が造形時に金属の溶融及び冷却のプロセスを経ることに起因する。品質は事後の熱処理などで改善することができるが，製造プロセスが複雑化・冗長化してしまう場合には，3D プリンターの利点を毀損する。

一般的に，パウダーを用いる方式は，金属粉末の製造コストが高いこと，造形速度が上がりにくいことから，コスト面・速度面のデメリットが大きい。また，金属粉末が建設関係の鋼材規格に対応しない点も課題である。ワイヤー方式の場合，規格ワイヤーを利用することができる一方で，造形の解像度が溶接ビード程度となるため，高精度の造形には不向きであり，内部欠陥などの発生頻度もパウダー方式よりも高くなる。実適用時には，造形方式のメリットとデメリットを見極めつつ，適切な手法を選択することが重要である。

3 事例 1：WAAM とトポロジー最適化による鋼製接合部

著者らは，2019 年にオランダ・アムステルダムを拠点とする金属 3D プリンティングスタートアップの MX3D 社と共同で，任意の方向及び寸法に対応可能な金属 3D プリントによる自由形状接合部（図 3）のコンセプトを発表し，試作品を公開した[7]。

図 3 金属 3D プリンターによる自由形状接合部

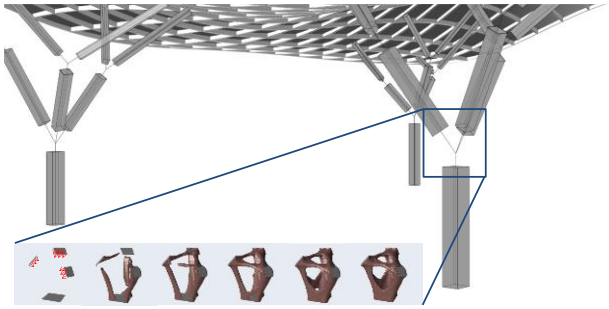


図 4 全体架構形状と連動した接合部生成プロセス

MX3D 社は WAAM 方式のプリントを得意とし，MX3D Bridge[8] などの実績で知られる。接合部は，種々の角度から異なる断面の部材が複数取り付く状況を想定し，トポロジー最適化を用いて形状を決定した（図 4）。試作した接合部の重量は約 40kg，高さは 500mm で，材料は強度と耐食性に優れる二相ステンレス鋼を使用した。接合部は中空構造とし，内部にモルタルを充填することで，より大きな接合部を製作する際に金属の造形量を減らすことを意図した。現在は実際の建築プロジェクト適用のため，材料レベル・部材レベルでの造形試験及び性能確認試験を進めている。

4 事例 2：竹中工務店名古屋支店 HAGOROMO BENCH（大型什器としての利用）

著者らが MX3D 社と協業したもう一つの事例として，2021 年 3 月に竣工した竹中工務店名古屋支店（名古屋センタービル）改修工事の際に設えられた HAGOROMO

BENCH[9] がある（図 5）。これは，WAAM により板厚 4mm で連続造形された計 3 点の家具兼パーティションであり，建築作品ではないものの，それぞれ長さは 3～8m，高さは最大 1.8m と，金属 3D プリンター造形品としては，日本最大級の大型什器である。デザイン及び構造検討は日本で行い，3D データを受け渡してオランダにて製作し，日本に輸送して設置された。

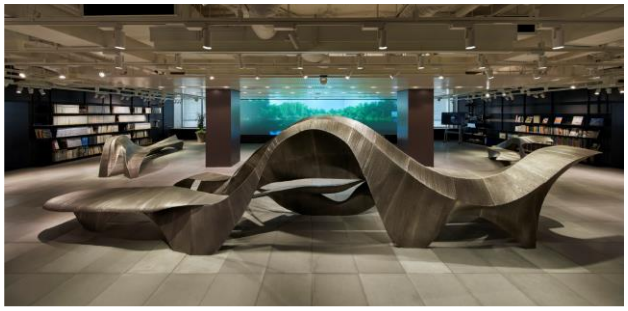


図 5 HAGOROMO BENCH（竹中工務店名古屋支店）

5 その他の金属 3D プリンターの活用事例

海外の設計事務所・エンジニアリング企業による金属 3D プリンターの活用事例を 2 件紹介する。1 つ目は，Arup オランダ事務所が提案したテンション材の結節点に設ける接合部材の事例である [10]。2 つ目は，米国 Simpson Gumpertz & Herger が提案した，個々の形状が異なる DPG のようなガラス支持材の事例である [11]。それぞれのイメージを図 6, 7 に示す。いずれも張力構造や曲面ファサードなど，3 次元的な検討過程を伴うデザインと金属 3D プリンティングとを連携させたもので，示唆に富む。

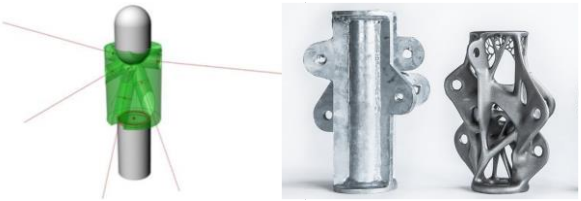


図 6 テンション材結節点の接合部 [10]

図 7 曲面ファサードのガラス支持材 [11]

大学など研究機関の活用提案は，3D プリンターの持つ高い造形性能に着目した高機能化を目指したものが多い。Imperial College London のグループは，波型に造形した鋼管（図 8）が同体積の円形鋼管に比して耐座屈性能が向上し，高い鉛直荷重支持能力を有することを示した [12]。ハンブルグ工科大のグループは，SLM 方式で負のポアソン比を持つ立体（図 9）の造形を試みている [13]。

また，プリント材の材料特性検討も近年多くの研究成果が見られるようになった。特に WAAM 方式で造形された材料の特性については，ボローニャ大学のグループが，図 10 に示すような造形方向の異方性に着目した材料特性試験結果などを積極的に公表している [14]。

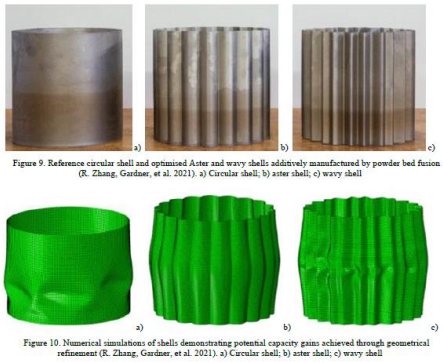


図 8 3D プリントされた波型鋼管 [12]

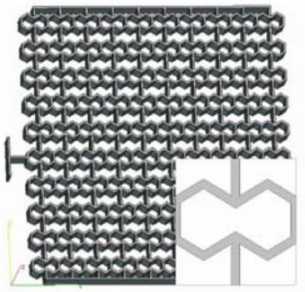


図 9 負のポアソン比を持つ立体 [13]

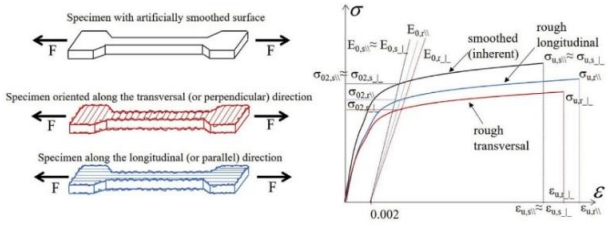


図 10 WAAM 方式で造形した試験片による材料特性試験 [14]

6 おわりに

Wire & Arc Additive Manufacturing (WAAM) 方式の金属 3D プリンターの事例を中心に，同技術の建築物適用への状況と展望について述べた。実建物へ本格的に利用されるには，材料特性の確認や設計手法の確立など様々な課題があるが，適切な利用法を見極め，建設プロセスを革新する新たな技術として結実させたい。

参考文献

1) クリス・アンダーソン : Makers 21 世紀の産業革命が始まる，NHK 出版，2012.
2) President Barack Obama's State of the Union Address: https://obamawhitehouse.archives.gov/the-press-office/2013/02/12/president-barack-obamas-state-union-address-prepared-delivery, Accessed Nov. 18th, 2021.
3) Transformation In 3D: How A Walnut-Sized Part Changed The Way GE Aviation Builds Jet Engines: https://www.ge.com/news/reports/transformation-3d-walnut-sized-part-changed-way-ge-aviation-builds-jet-engines, Accessed Nov. 18th, 2021.
4) BMW Group plans Additive Manufacturing Campus: Technological expertise in industrial-scale 3D printing to be consolidated at new location: https://www.press.bmwgroup.com/global/article/detail/T0280159EN/, Accessed Nov. 18th, 2021.
5) 特集 アディティブマニュファクチャリング技術の現状と展望，日本溶接協会誌「溶接技術」, Vol. 68, pp. 41-64, Jan. 2020.
6) A. Kanylmaz, T. Kinoshita, et al.: Role of Metal 3D Printing to Increase Quality and Resource-efficiency in the Construction Sector, Additive Manufacturing, in press.
7) MX3D Takenaka Connector: https://mx3d.com/industries/construction/connector-for-takenaka/, Accessed Nov. 18th, 2021.
8) MX3D Bridge: https://mx3d.com/industries/infrastructure/mx3d-bridge/, Accessed Nov. 18th, 2021.
9) 竹中工務店名古屋支店 名古屋センタービル改修, 新建築，pp. 78-83, Oct. 2021.
10) S. Galjaard, S. Hofman, N. Perry, and S. Ren: Optimizing Structural Building Elements in Metal by using Additive Manufacturing, Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium, Amsterdam, 2015
11) Additive World Design for Additive Manufacturing Challenge 2016: https://www.sgh.com/project/additive-world-design-for-additive-manufacturing-challenge-2016/, Accessed Nov. 18th, 2021.
12) R. Zhang, L. Gardner, X. Meng, C. Buchanan, V.P. Matilainen, H. Piili, and A. Salminen: Optimisation and Compressive Testing of Additively Manufactured Stainless Steel Corrugated Shells, In 9th European Conference on Steel and Composite Structures (Eurosteel 2021).
13) O. Rehme, and C. Emmelmann: Selective Laser Melting of Honeycombs with Negative Poisson's Ratio, Journal of Laser Micro/Nanoengineering, Vol. 4, No. 2, pp. 128-134 ,2009.
14) V. Laghi, M. Palermo, G. Gasparini, V.A. Cirelli, and T. Trombetti: Experimental Results for Structural Design of Wire-and-Arc Additive Manufactured Stainless Steel Members, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 167, 105858, 2020.

■一般講演　－研究論文－

ポリウレア樹脂を用いたシェルターに関する解析的研究

寺岡　恭一朗 [1)]，高橋　治 [2)]
1)東京理科大学工学研究科建築学専攻大学院生，4123533@ed.tus.ac.jp
2)東京理科大学，教授，工博，o.taka@rs.tus.ac.jp

1 はじめに

日本では昔から多くの自然災害に苛まれている。特に地震大国と言われるほど日本では地震が多く発生する。そして地震による二次災害として火災、津波、液状化現象、土砂崩れなどが発生する。東日本大震災での二次災害による被害割合は全体の 9 割が津波による溺死となっており、津波に対する対策が必要である。

今回の研究では、小野田産業が製作する津波から守るためのシェルターSAM、SAMLIFE[1)]（以下「津波シェルター」と称する）（**図-1** 参照）を共同研究として、モデル解析を行なっていく。

図-1　津波シェルター(左図:SAM　右図:SAMLIFE)

2 解析方法

解析空間上でモデル化し、有限要素法による再現解析を行なった。モデルとなった津波シェルターの平面図を**図-2**、解析モデルを**図-3**、津波シェルターの解析諸元を**表 1** に示す。

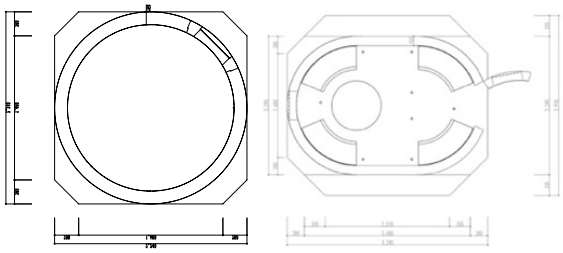


図-2　津波シェルター平面図(左図:SAM　右図:SAMLIFE)

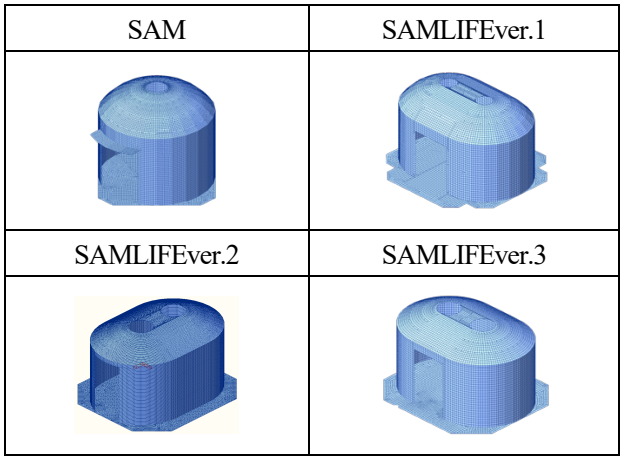


図-3　津波シェルター解析モデル

表-1　津波シェルター解析諸元

解析ソフト	MIDAS iGen(Ver.920 R 1x)		
要素タイプ	厚板要素		
要素サイズ（要素数）	SAM	20×20(23159 要素)	
	SAMLIFE	20×20(71790 要素)	
板厚	天井、壁:150㎜ 床:300㎜		
材料特性	板厚	E_T(N/mm^2)	ρ_T(kg/m^3)
	ポリウレア無し	19.3	50.0
	ポリウレア有り	51.2	73.4
解析形式	静的線形解析		

全長×全幅×全長は、SAM のサイズが全長×全幅×全長が 2.24m×2.24m×2.25m、SAMLIFE のサイズが 3.24m×3.24m×2.25m のサイズとなっている。また、実物を解析モデルにする際に、構造部材にならないもの（窓や椅子等）に関しては荷重に耐えるための部材ではないため、考慮せずに行うものとする。

SAM、SAMLIFE にかける荷重は、小野田産業が実際に行なった、高さ 10m から車体を自由落下させた実験を参考に載荷荷重の算定を行う。計算は以下の通りである。

$$F = \frac{mv}{\Delta t} \quad (1)$$

F　　: 衝撃荷重　(N)
m　　: 質量　(kg)
v　　: 速度　(m/s)
Δt　　: 静止するまでの時間　(s)

その結果、衝撃荷重は 352.8kN となる。この荷重をモデルの節点に均等に割り振り、解析を行い、その際の変形と応力度を測定する。

計測する場所は開口部を正面として、側面、背面、そして屋根に荷重をかけることとする。

また基準となる応力度に関して、発泡スチロールのみの材料特性は、ポリウレア樹脂の建築構造部材への適用に関する実践的研究の論文を参考にした値とする。また、ポリウレア樹脂を塗布した発泡スチロールの材料特性に関しては、発泡スチロールにポリウレア樹脂を塗布して載荷を行った実験値を参考にする。その際の実験地では 55mm×100mm×1300mm の試験体にポリウレア樹脂を吹き掛けたものであり、その際にかけた荷重とモーメントから応力度を算出した。

それぞれ、発泡スチロール単体の応力度を 0.27N/mm^2、ポリウレアを塗布した発泡スチロールの応力度を 6.97N/mm^2 とする。この数値を基準として、解析モデルでの結果で出る応力度と比較を行い、数値が値を上回った場合、破断したという結果とする。

3　解析結果

3.1　SAM 解析結果

SAM に関する最大変位と応力度の結果を**表 2** に、解析結果を**図-4～図-7** に示す。また、**図-4～図-7** は左図がポリウレアの塗布が施されていないもの、右図がポリウレアの塗布が施されているものとする。

表-2　SAM の最大変位と最大応力度

衝撃部位	最大変位(mm)		応力度 (N/mm^2)
	ポリウレア無	ポリウレア有	
屋根	380.78	143.57	1.77
正面	408.74	154.07	8.46
背面	246.89	93.06	1.95
側面	302.90	114.17	5.92

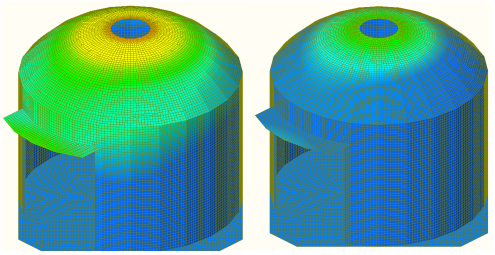


図-4　SAM_衝撃荷重を与えた部分が屋根の場合

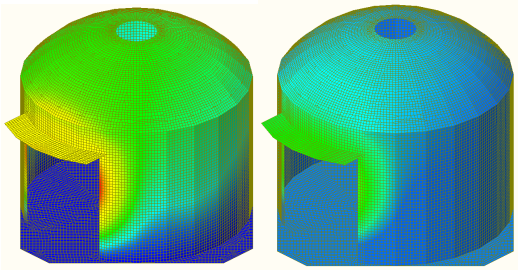


図-5　SAM_衝撃荷重を与えた部分が正面の場合

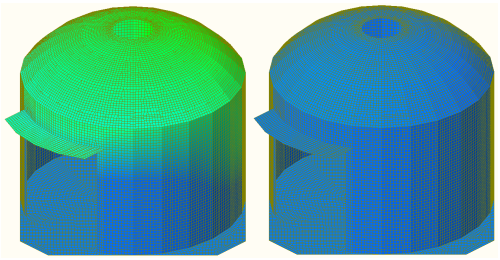


図-6　SAM_衝撃荷重を与えた部分が背面の場合

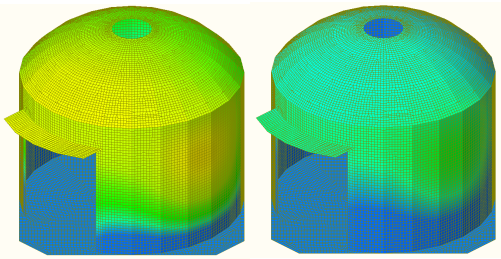


図-7　SAM_衝撃荷重を与えた部分が側面の場合

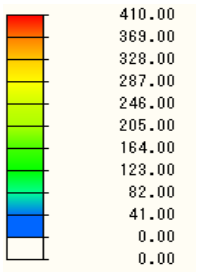


図-8　SAM_コンター図(単位 mm)

最も変位が大きかった時はポリウレア樹脂の塗布がない場合の正面から荷重をかけた場合だった。またその際にポリウレア樹脂が塗布されて場合に比べて、約 2.65 倍変形していた。

また破断する場合は、ポリウレアが塗布されてない場合は、どの方向から衝撃を加えても破断してしまうが、ポリウレアを塗布している場合は、正面からの荷重を受けない限り破断しない結果となった。

3.2　SAMLIFE 解析結果

SAMLIFE に関する最大変位の結果をまとめたものを表-3 に、解析結果を図-9～図-12 に示す。

表-3　SAMLIFE_変形結果

	ポリウレア有無	屋根	壁正面	壁側面	壁背面
SAMLIFE Ver.1	無	832.53	576.08	374.04	241.38
	有	313.82	217.15	140.99	90.99
SAMLIFE Ver.2	無	1713.79	706.71	314.67	439.48
	有	646.10	266.38	118.62	165.64
SAMLIFE Ver.3	無	783.55	551.66	437.04	246.48
	有	295.45	207.93	164.71	92.91

単位mm

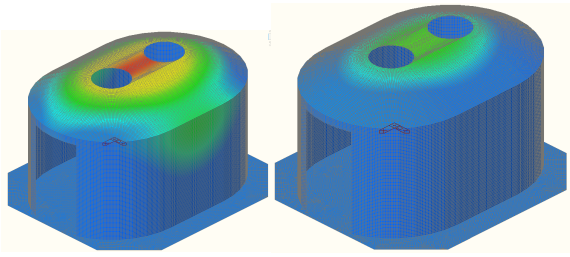


図-9　SAMLIFEver2_衝撃荷重を与えた部分が屋根の場合

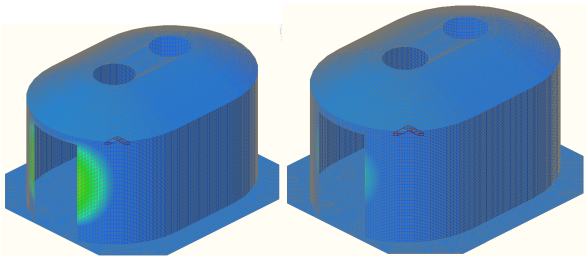


図-10　SAMLIFEver2_衝撃荷重を与えた部分が正面の場合

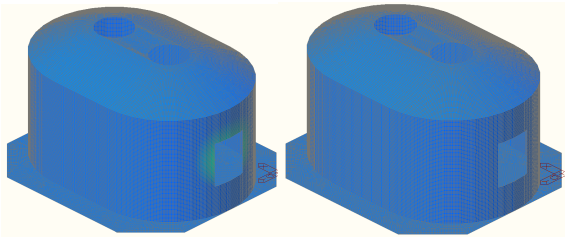


図-11　SAMLIFEver2_衝撃荷重を与えた部分が背面の場合

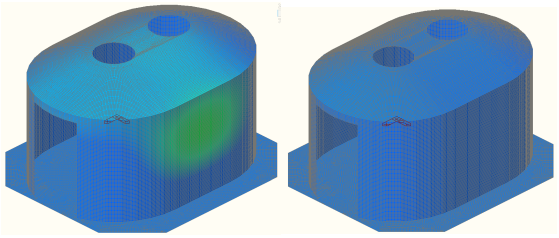


図-12　SAMLIFEver2_衝撃荷重を与えた部分が側面の場合

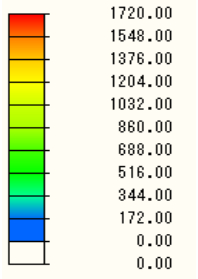


図-13　SAMLIFEver2_コンター図(単位 mm)

最も変位が大きかった時はポリウレア樹脂の塗布がない場合の正面から荷重をかけた場合だった。またその際にポリウレア樹脂が塗布されて場合に比べて、約 2.65 倍変形していた。

以下の結果から開口部の部分は扉や窓がついており、実際に行った解析よりも破断しない可能性は高い。しかしながら、それらは内部を守るものを第一想定として作られたものではないため十分な衝撃を吸収できるとは限らない。したがって、開口部はできる限り小さくしたものを用いることで今まで以上の効果をもたらすことが考えられる。

そこで、扉の部分をできるだけ小さく、また衝撃に偏りが出づらい円形の人通孔を用いたものを用いたSAMLIFEの場合どの程度衝撃が緩和されるか考察する。(以降SAMLIFEver.4とする。)

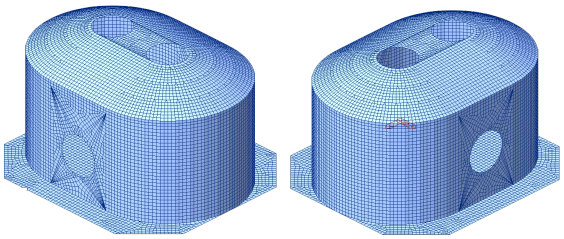


図-14　津波シェルターSAMLIFEver.4

SAMLIFEver.3 と SAMLIFEver.4 の応力度を比較した結果を**表-4** に示す。

表-4　津波シェルター解析諸元

載荷する荷重	載荷する場所	応力度（N/mm²）	
		ver.3	ver.4
実験再現	屋根載荷	3.22	2.92
	正面載荷	5.79	4.54
	背面載荷	4.32	5.15
	側面載荷	4.63	4.70
国土交通省	屋根載荷	0.25	0.23
	正面載荷	1.80	1.42
	背面載荷	0.33	0.40
	側面載荷	0.36	0.37

SAMLIFEver.4 では破断は確認されなかった。また最も形状が近い ver.3 と比較した場合、屋根載荷、正面載荷の場合では SAMLIFEver.4 の方が応力度は低くなったが、側面載荷、背面載荷の場合 SAMLIFEver.4 の方が応力度は高くなった。理由として開口部が大きい分応力度が大きくなってしまうことが挙げられる。背面についている窓の大きさは SAMLIFEver.3 の方は約 0.37m²、SAMLIFEver.4 の方では 1.13m² であることから差が出たと考えられる。

4　新規モデルに関する検討

4.1　SAMFloat6

津波シェルターSAM は 2.24×2.24×2.25(m)の大きさとなっており、一般家庭に常駐させるとなるといささか大きくなってしまう。そこで、小型化したサイズの津波シェルターを検討する。まず初めに津波が発生した際に最も陸から離れず済むために流れづらい形状の検討を行う。その際に、円または三～六角形の形状の簡易的なモデルを作成し、流水にて実験を行った。

その結果、六角形のモデルが最も流れづらかったため、土台を六角形にしてモデルを作成する。またその際に一辺の大きさを 1.0m、高さを 1.3m としてモデルの作成を行った。

考案したシェルターを**図-15** に示す。以下 SAMFloat6 と称する。)

図-15　津波シェルターSAMFloat6

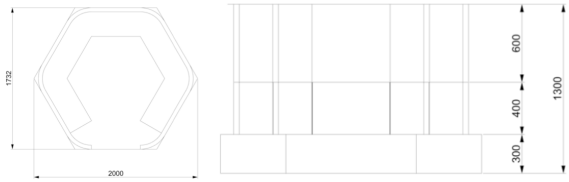


図-16　津波シェルターSAMFloat6 平面図

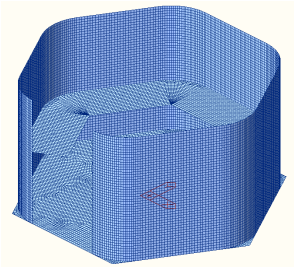


図-17　SAMFloat6_解析モデル

解析モデルは**図-17** の通りである。（以下 SAMFloat6 と称する。）SAMFloat6 に先ほどの衝撃荷重を加えてみる。また、国土交通省が定義している津波救命艇ガイドライン [1]を参考に、構造物との衝突において、基準値である 10m/s での正面衝突、5m/s での側面衝突を想定した荷重で解析を行う。SAMFloat6 の応力度の結果は**表-5** に、解析結果を**図-18** に示す。

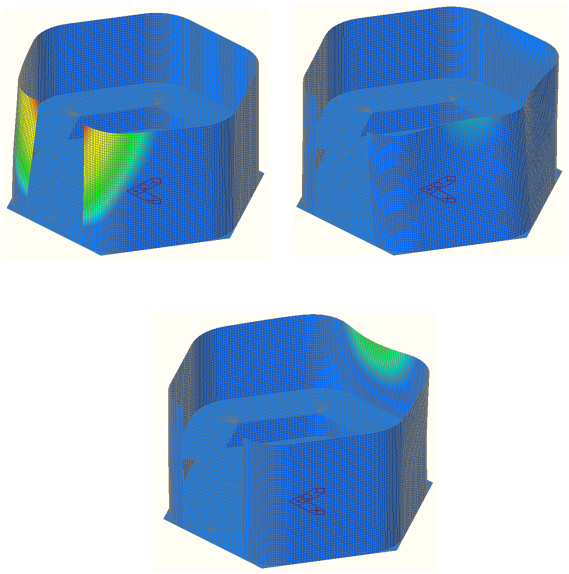


図-18　SAMFloat6_衝撃荷重を各部分に与えた場合
(左上図:正面、右上図:側面、下図:背面)

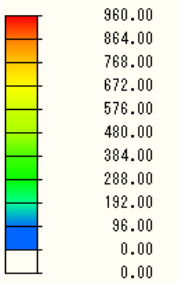


図-19　SAMFloat6_コンター図(単位 mm)

表-5　津波シェルターSAMFloat6 解析諸元

	正面	側面	背面
応力度(N/mm^2)	22.05	4.27	4.62

表-5 より、正面からの衝撃には耐える可能性が低いが、側面、背面からの衝撃には耐えうるものとなった。また、SAMFloat6 の扉を配置することによっては、応力度が小さくなることから、今後の設置法によっては正面からの衝撃に耐えうるデザインになると考察する。

4.2　球体型シェルター

シェルターを設置する際に、組み立てられた状態での運搬には、さまざま準備や労力が必要であり、折りたたみ式や組み立て式のシェルターであれば、時間は組み立てられたものより要するが、運搬面でのメリットは非常に大きい。地震が起きた際の被災地では、道路に障害物が多く散乱し、大きな車体では通ることが困難な場合がある。その点を考慮して、分解した状態でシェルターを持ち運ぶことができ、容易に設置ができるものを考案する。近年では、発泡スチロールを用いた 3D プリンターが開発され、建築技術において様々な可能性が広がった。そこで、本研究のポリウレア樹脂を利用し、組み立て式のシェルターを考案する。

考案したシェルターを**図-20** に示す。（以下球体型シェルターと称する。）この球体型シェルターは 23 パーツに分かれており、球体を模るように組み立てを行うものとする。それぞれのパーツの接合部はポリウレア樹脂で接合し、出入り口の開口部が一つと窓のための開口部が二つ設けられている。

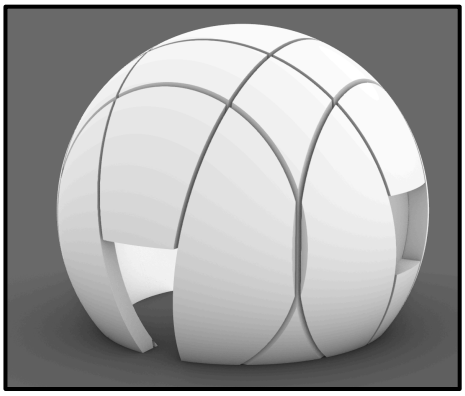


図-20　球体型シェルター

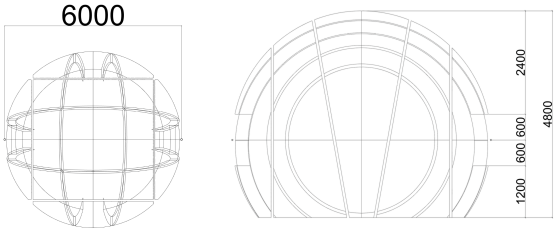


図-21　球体型シェルター平面図

解析モデルは**図-22** の通りである。この解析モデルでは、接合部の厚さを 200mm、それ以外の部分を 300mm として解析を行い、材料特性は**表-1** のポリウレア有りのものを参考にする。この球体型シェルターに(1)で求めた荷重

を参考にSAM、SAMLIFEとの比較を行う。球体型シェルターの変位結果は**図-23**に、応力度の解析結果を**表-6**に示す。

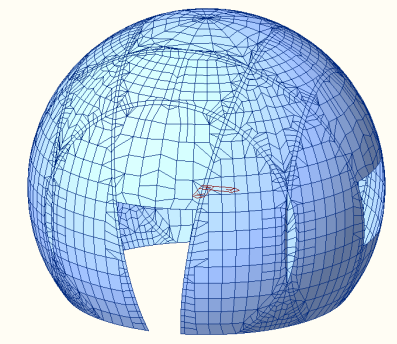
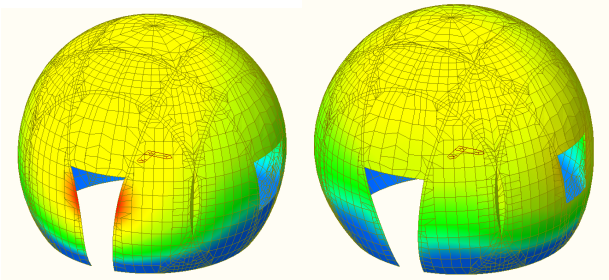


図-22　球体型シェルター_解析モデル



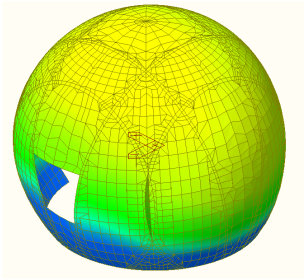


図-23　球体型シェルター_衝撃荷重を各部分に与えた場合
(左上図:正面、右上図:側面、下図:背面)

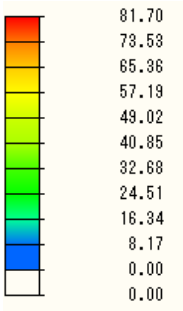


図-24　球体型シェルター_コンター図(単位mm)

表-6　津波シェルターSAMFloat6解析諸

	正面	側面	背面
応力度(N/mm^2)	1.36	1.23	1.17

表-6より、全ての方向から参考にした衝撃を受けたとしても破断する可能性が低いことがわかる。SAM、SAMLIFEと比べて、応力度の数値が小さくなっており、理由として挙げられるのが、衝撃部が球体になっており、衝撃が分散されていることが挙げられる。

5.　まとめ

本研究のまとめを以下に示す。

- 解析より、発泡スチロールを単体で用いる時よりもポリウレア樹脂を塗布している場合、大きく変形を抑えることができ、強度の向上を確認した。
- 解析より、SAMよりもSAMLIFEの方が破断する可能性が低くなる。衝撃を分散させやすい構造になっていることが挙げられる。
- 解析より、SAM、SAMLIFE共に扉の付いている部分が構造上弱くなってしまった。衝突面積が大きくなれば破断する可能性が小さくなることがわかる。また、衝突部分が平らな壁ではなく、弧を描いた壁の方が衝撃に強いことがわかった。
- 解析より、SAMFloat6では正面からの衝撃には弱くなってしまうが側面、背面からの衝撃には強くなり、球体型シェルターの場合、前面からの衝撃に強いことがわかる。実用的に使用するため今後実際に模型を作成し、実験を行っていく。

謝辞：本研究は株式会社小野田産業のご協力と多大なる幇助のもと成立いたしました。ここに謝意を示します。

参考文献

1)　株式会社小野田産業。”津波・洪水・台風・火山用シェルター”。小野田産業。https://onoda-sg.co.jp/samtop/、(参照2023-10-02)
2)　海事局　船舶産業課。”津波救命艇ガイドライン”。国土交通省。https://www.mlit.go.jp/common/001195341.pdf、(参照2023-10-02)
3)　塩澤雄用:ポリウレア樹脂の建築構造部材への適用に関する実践的研究、pp12-13、105-113、2017

膜の裁断図最適化手法を応用したRCシェルの形態創生手法の提案

辻英吾[1)]，満田衛資[2)]
1）京都工芸繊維大学大学院生，m3681045@edu.kit.ac.jp
2）京都工芸繊維大学，教授，博士(工学)

1 序

シェル構造は、湾曲した曲面形状により合理的な荷重伝達を可能とし、少ない材料で自重と外力に抵抗する構造形式である。しかしながら、専門的な知識と経験を必要とすることや型枠作成の複雑さなどの理由により、採用されにくい現状にある。

膜構造は、裁断図と呼ばれる無応力状態の平面膜に、均一な引張応力を導入することで立体形状を形成する。本研究では、膜構造の平面と立体の関係が、シェル構造の型枠（平面）と釣合形状（立体）の関係と親和性があるのではないかという着眼点から、型枠作成などの施工性を考慮したシェル構造物の設計手法の提案の可能性を模索する。また、膜理論手法から得られる曲面形状は、面内方向の軸力伝達を主成分とする形状となることが期待できる。実際に、20世紀の建築家ハインツ・イスラーは膜理論を発展させた「逆さ吊りメンブレン・シェル」の手法を提案し、多数のシェル構造物の設計を実現した。この手法では、ガーゼ等に石膏を染み込ませ、垂れ下がった状態で石膏を硬化させ、上下を反転させた形状を精密に計測する。イスラーはこの形状を忠実に拡大することで、RCシェル構造物を設計した。

以上を背景とし本研究では、膜構造物に関する既往研究手法を応用して、面内軸力伝達を主とするシェル曲面形状の設計を目的とする。そこで第一に、膜構造物に関する既往研究手法を、自重を考慮したシェル構造物の手法へ応用する。第二に、応用した手法から吊り下げ曲面形状を導出し、それを反転した曲面形状をシェル形状とみなし構造解析を行い、軸力伝達を主とする曲面形状となることを確認する。本論文では、２章で既往研究手法について、３章で既往手法の応用点について述べる。また、４章では自重とみなした鉛直方向外力の定義方法について、５章では吊り下げ曲面を四辺支持の境界形状固定の場合と境界形状を円弧上に変化させる場合の二つの条件で導出し、その曲面の反転形状をRCシェルとみなした構造解析結果について述べる。

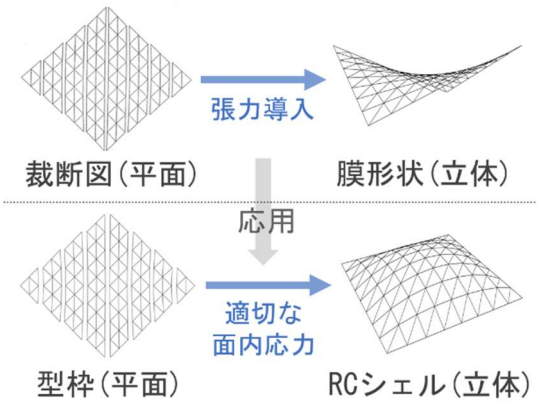


図１　膜構造とシェル構造の着眼点

2 膜構造物に課する既往研究手法

参考とする既往研究は、上谷・満田・大崎による『境界形状と応力比を設計パラメータとした骨組膜構造物の裁断図形状最適化』[1)]である。既往研究手法では、釣合形状解析と裁断図形状最適化の二種類の線形問題を繰り返し解くことで、釣合形状の最適解が求められる。

2.1 膜の離散化と目標応力

本研究では、既往研究手法に則り曲面形状を三角形有限要素で離散化し、三角形要素を構成する節点に作用する節点力から釣合式を立式する。膜構造物の設計は、裁断図と呼ばれる平面膜と、張力導入後の立体形状の二つの形状から考えられ、既往研究手法ではこの二つの形状から節点力を算出し、最終的な解として、裁断図形状・釣合形状・釣合時応力が得られる。

既往研究手法では、目標応力という一律値が設定される。膜構造物は曲げ剛性が小さく、膜の自重の大きさは導入する張力と比較して微小と考えられるため、自重は無視し、膜の面内方向に一様な応力状態となることが望ましい。したがって、ある一定の応力値を目標とする最適化計算を行うことで、しわの発生しない膜構造物を導出できる。シェル構造物の設計では、自重の大きさを無視することはできず、一様な応力状態が望ましい応力状態とは限らない。したがって本研究では、最適化計算に

おける目標応力を一律値で定義せず、計算過程で得られる不均一な応力状態を手がかりに、最適形状を求める。

2.2 線形問題の繰り返し計算

本研究では複雑な非線形方程式を用いるのではなく、二種類の線形方程式を繰り返し解くことで最適化計算を行う。二種類の線形方程式は、釣合式を線形近似により表現したものであり、繰り返し計算は線形近似により生じる近似誤差（不釣合力）を収束させるために行う。

線形近似において、釣合式の計算前で得られている釣合形状をパラメータ$\xi = 0$、計算後の釣合形状を$\xi = 1$として、節点座標をパラメータξの関数で表現する。離散化した釣合形状の全節点をXとすると、節点座標の列は以下のような、ξの線形式で表せる。

$$X(\xi) = \xi\bar{X} + (1-\xi)X_0, \quad (0 \le \xi \le 1) \qquad (1)$$

ここで、$\bar{X}$は計算後の節点位置、X_0は計算前の節点位置を表す。式(1)より、ξでの微分を$(\,)'$で表すと、次式が成り立つ。

$$X' = \bar{X} - X_0 \qquad (2)$$

式(2)は、最適化計算による節点移動量 X'を、計算前後の節点位置の差で線形近似できることを示している。この近似式を用いて、各線形問題で節点移動量を算出し、得られている釣合形状と和を取ることで最適形状を導出する。また、繰り返し計算は前節で述べた不均一な目標応力の追跡に有効であり、本研究では計算を繰り返すごとに目標応力を更新して、適当な応力状態を保持して最適形状を求める。

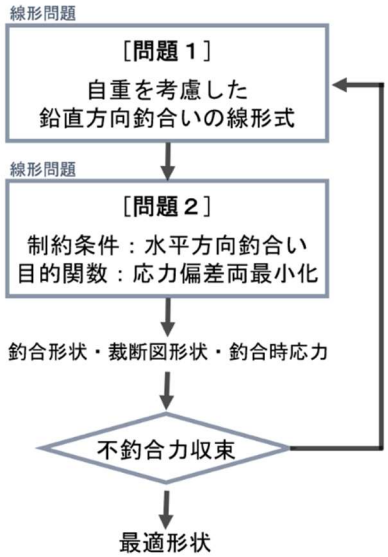


図２　線形問題の繰り返し計算

3 シェル形状を求める応用手法

本節では二種類の線形問題に関して述べる。既往研究手法では、１つ目の線形問題で鉛直方向の釣合式を、２つ目の線形問題で水平方向の釣合式を制約条件とした、目標応力との差が最小となるような最適化計算を行い、これらを１ステップとし繰り返すことで、最適形状を求めた。先にも述べたが、膜の場合とは異なり、シェル曲面の計算では自重を考慮する必要があり、一様な目標応力を定義できない。そこで本研究では、１つ目の線形問題において、自重とみなした鉛直方向外力を作用させた状態で釣合式を解く(3.1節)。また、２つ目の線形問題において、目標応力を一律値で定義せず、前ステップで得られている応力状態をそのまま目標値とすることで、不均一な曲面形状を導出する(3.2節)。

3.1 鉛直方向の釣合節点位置の算出

鉛直方向の釣合式による線形問題を問題１とする。問題１では、鉛直方向の釣合いを満たす曲面の内部節点位置を線形予測する。釣合式は、離散化した膜面の内部節点に作用する節点力から考える。節点力ベクトルは、三角形要素の辺に作用する辺長力ベクトル$\boldsymbol{N}$と、釣合形状の全体座標系に対する方向余弦により定義される行列$\boldsymbol{S}$を用いて、線形関係で表せる。鉛直方向の釣合式では自重を考慮する必要があり、各接点に作用する自重を行列Fで表す。それらを系全体に重ね合わせ、鉛直方向成分を$(\,)^V$で表すと、釣合式は次式となる。

$$\boldsymbol{S}^V\boldsymbol{N} = F \qquad (3)$$

行列$\boldsymbol{S}$は全節点座標を並べたXの関数であるため、パラメータξの関数である。式(3)において、$\boldsymbol{C}X' = \boldsymbol{S}^{V\prime}\boldsymbol{N}$となる行列$\boldsymbol{C}$を踏まえ、$\boldsymbol{C}$を$X_B$と$X_I$に対応する部分行列$C_B$と$C_I$に分ける。ここで、$X_B$は境界形状（境界上の節点）の節点位置、$X_I$は内部節点の節点位置を示す。また応力と自重の大きさはほぼ一定に保たれるため、辺張力の変化量$\boldsymbol{N}'$と自重の変化量F'は微小で無視できると考えると、式(3)をξで微分した次式が得られる。

$$\boldsymbol{C_I}\,X'_I + \boldsymbol{C_B}\,X'_B = 0 \qquad (4)$$

ここで、X'_Bは境界形状の節点移動量であるが、以下で示す吊り下げ曲面の導出のように、境界形状を固定する場合は$X'_B = \boldsymbol{0}$と考えることができる。ここで、未知数は内部節点移動量X'_Iのみとなる。

式(4)から内部節点の節点移動量が求められるが、式(2)のような線形近似式を用いていることから、近似誤差である不釣合力が生じる。不釣合力ベクトルrは、線形問題を解いて求められる釣合形状と裁断図形状から算出できる$\boldsymbol{S^V N}$と自重Fの和となるため、以下で表せる。

$$r = \boldsymbol{S^V N} + F \tag{5}$$

不釣合力rを繰り返し計算により収束させるために、次ステップの問題1の方程式において、不釣合力と逆向きの外力を作用させる。従って、式(4)は以下で表せる。

$$\boldsymbol{C_I}\, X'_I + \boldsymbol{C_B}\, X'_B = r \tag{6}$$

本研究では境界形状は変化させずに、自重が作用した場合の内部節点の節点位置を求める。つまり、$\boldsymbol{X'_B = 0}$として式(6)は以下で書き換えらえる。

$$\boldsymbol{C_I}\, X'_I = \boldsymbol{S^V N} + F \tag{7}$$

3.2 水平方向の釣合と目標応力

水平方向の釣合式による線形問題を問題2とする。問題2では、裁断図の節点移動量を未知数とし、水平方向釣合に関する制約条件と応力偏差量最小化のための目的関数を用い、ラグランジュ乗数法により最適解を得る。第i要素に関する諸量を下添字iで表す。目標応力ベクトルをσ_tとすると、目的関数Jは次式で表せる。

$$\boldsymbol{J} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} (\sigma_i - \sigma_t)^T (\sigma_i - \sigma_t)$$

※ mは有限要素数を示す (8)

また制約条件は水平方向釣合であり、問題1と同様に釣合形状の方向余弦から求められる行列$\boldsymbol{S}$と辺長力ベクトル$\boldsymbol{N}$を用いて次式で表す。

$$\boldsymbol{S^H}(\boldsymbol{N^*} + \boldsymbol{W}\,\boldsymbol{\Delta X^0}) = 0 \tag{9}$$

このとき、問題1終了後の値を$(\ )^*$、水平成分に関する諸量は$(\ )^H$で表す。また、裁断図節点移動量を$\boldsymbol{\Delta X^0}$とし、$\boldsymbol{W}$は各要素のひずみ増分などで定まる行列と構成則を重ね合わせて得られる行列である。これらにより、目的関数Jは$\boldsymbol{\Delta X^0}$の二次式、制約条件は$\boldsymbol{\Delta X^0}$の一次式で表せるため、問題2の形状最適化のためのラグランジアンは次式で表せる。

$$\boldsymbol{L}(\Delta X^0, \lambda) = \boldsymbol{J} + \lambda^T \boldsymbol{S^H}(N^* + \boldsymbol{W}\,\Delta X^0) \tag{10}$$

以上から、ラグランジアンの$\boldsymbol{\Delta X^0}$に関する停留条件より裁断図節点移動量$\boldsymbol{\Delta X^0}$が求められ、線形近似により裁断図形状が求められる。問題2においても線形近似を用いるため不釣合力が生じるが、繰り返し計算により消去されるため影響は残らない。

膜の既往研究では、目的関数における目標応力σ_tが一律値で定義された。本研究では不均一な目標応力を設定するために、得られた釣合形状と裁断図形状から求められる応力状態を、次ステップの目標応力とする。つまり、目標応力をステップごとに更新することで、不均一な応力状態となる裁断図形状の最適形状を求める。また、曲げの小さいシェル曲面の不均一な応力状態は通常は明確ではないため、不釣合力を収束しながら釣合時応力を求める本研究手法は、繰り返し計算が効果的に機能していると考えられる。

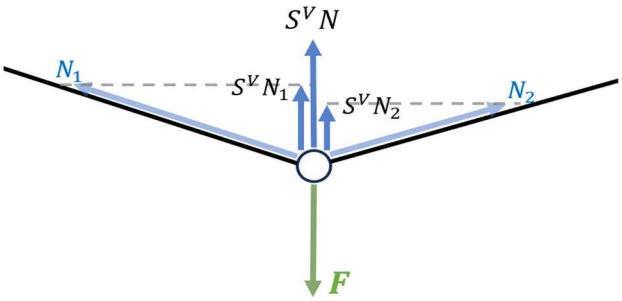


図3　鉛直方向釣合い

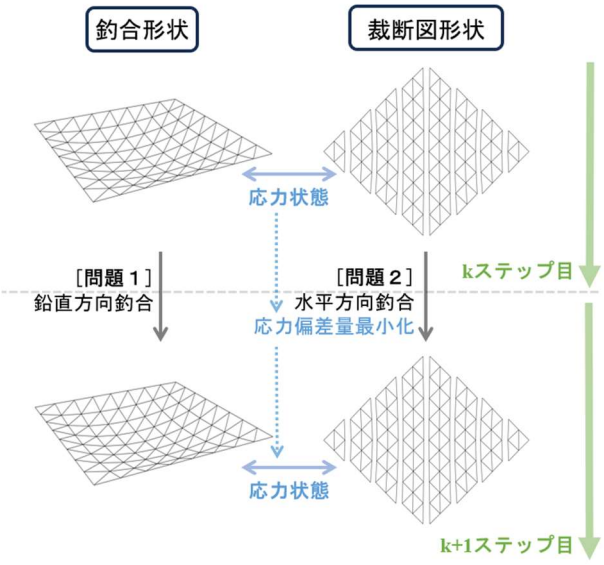


図4　繰り返し計算の流れ

4 自重とみなした鉛直方向外力の定義

離散化した曲面形状の各接点における自重の大きさは、節点ごとに異なると考えられる。また、ステップを繰り返すたびに釣合形状は微小ながら変化するため、釣合式における鉛直方向外力の大きさも、ステップごとに更新する必要がある。そこで、各接点に接する三角形要素の面積から支配面積を求め、コンクリートの単位体積重量・シェル厚・支配面積の積より、各接点の鉛直方向外力の大きさを算出する。

図５のような離散化の場合、節点が負担する支配面積の算出の例を示す。各節点の支配面積は青色の点線で分割されるように、隣接する有限要素の 1/2 または 1/4 が合わさった面積となる。つまり、青色で示した節点 P_B の支配面積は紫色で示された四角形であり、有限要素の面積を $A_i(i = 1,2,3,4,5,6)$ で表すと、紫色で示される支配面積 A は以下で表現できる。

$$A = \frac{1}{2}(A_1 + A_4) + \frac{1}{4}(A_2 + A_3 + A_5 + A_6) \tag{11}$$

このようにして、離散化した曲面形状における支配面積が求められ、全節点に作用する自重の大きさを算出できる。

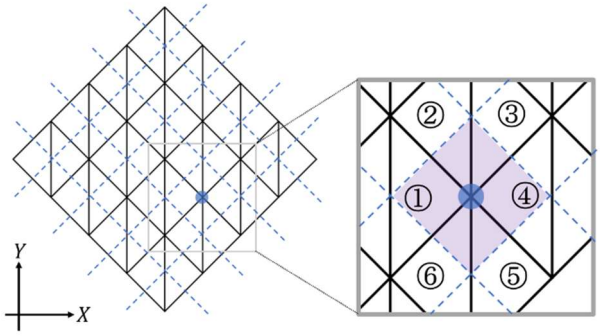


図５　節点の支配面積

5 例題

本章では、吊り下げ曲面を境界形状固定の四辺支持(5.1 節)と境界形状を円弧上に変化させる四辺支持(5.2 節)の二つの条件で導出し、その曲面の反転形状を RC シェルとみなした構造解析(5.3 節)について述べる。 初期形状を対角線長 20(m)の正方形膜とする。各内部節点には、コンクリートの自重を想定した鉛直下向き外力 F を作用させ、吊り下げ曲面を作成する。

以下の例題では、膜の弾性係数 E は 300(N/mm^2)、ポワソン比は 0.3、膜厚さは 0.8(mm)とする。繰り返し計算は、生じた不釣合い力が鉛直方向荷重の 0.01%を下回るまで、線形問題のステップを繰り返す。

5.1 四辺支持 境界形状固定

境界形状を固定した四辺支持の吊り下げ曲面の創生について述べる。初期応力は

①$\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} = \{15.0,\ 15.0,\ 0.0\}$(N/mm^2)、

②$\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} = \{25.0,\ 25.0,\ 0.0\}$(N/mm^2)

の二つの条件から曲面形状を導出する。得られた曲面形状の鳥瞰図、立面図、応力状態を以下に示す。

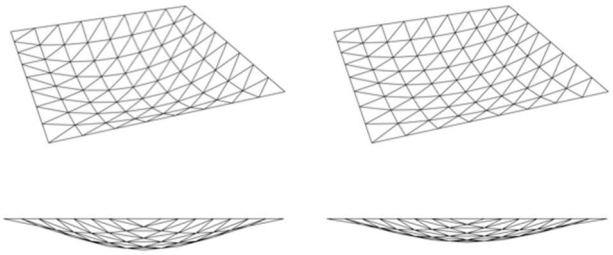


図６　釣合形状の鳥瞰図（上）と立面図（下）
(左側図が①、右側図が②を示す)

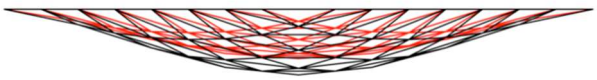


図７　立面図の重ね合わせ
(黒色が①、赤色が②を示す)
中心点高さ：①-2222.11(mm)　②-1674.75(mm)

表１　応力状態①

①	σ_x	σ_y	τ_{xy}
目標値	15.0	15.0	0.000
平均値	21.407	19.178	0.000
最大値	29.302	24.378	2.174
最小値	14.150	15.057	-2.174

表２　応力状態②

②	σ_x	σ_y	τ_{xy}
目標値	25.0	25.0	0.000
平均値	26.247	25.869	0.000
最大値	28.109	27.389	1.207
最小値	24.554	24.719	-1.207

単位は(N/mm2)

5.2 四辺支持 境界形状を円弧上に変化

境界形状を円弧上に変化させた四辺支持の吊り下げ曲面の創生について述べる。初期応力は

①$\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} = \{25.0,\ 25.0,\ 0.0\}$(N/mm^2)、

②$\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} = \{30.0,\ 30.0,\ 0.0\}$(N/mm^2)

の二つの条件から曲面形状を導出する。 また、円弧上の境界形状は、四辺の中点を 2000(mm)押し下げたものとする。

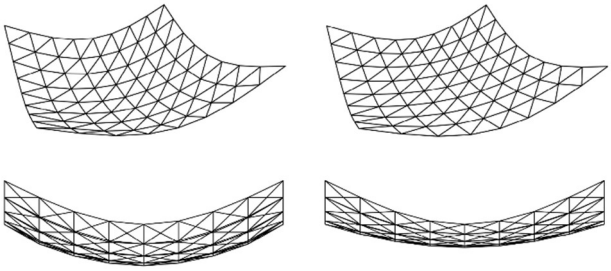


図８　釣合形状の鳥瞰図（上）と立面図（下）
(左側図が①、右側図が②を示す)

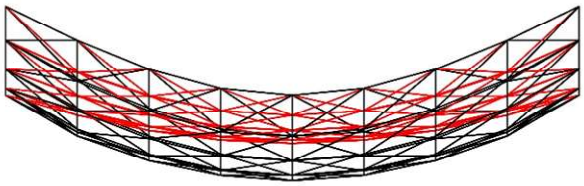


図９　立面図の重ね合わせ
(黒色が①、赤色が②を示す)
中心点高さ：① −4293.85（mm）　② −3376.60（mm）

表３　応力状態①

①	σ_x	σ_y	τ_{xy}
目標値	25.0	25.0	0.000
平均値	21.040	18.242	0.000
最大値	78.026	41.008	9.483
最小値	10.240	5.957	-9.483

表４　応力状態②

②	σ_x	σ_y	τ_{xy}
目標値	30.0	30.0	0.000
平均値	30.546	29.316	0.000
最大値	82.271	44.236	9.723
最小値	19.377	19.238	-9.723

単位は(N/mm2)

5.3 RC シェルとみなした構造解析

前節(5.2 節)で創出した吊り下げ曲面に対して、RC シェルとみなした構造解析を行う。コンクリートは Fc24 を使用し、シェル厚さ 100(mm)、単位体積重量は 24.5(kN/m^3)とする。境界形状は、四辺ピン支持とし、荷重は自重のみ作用させる。

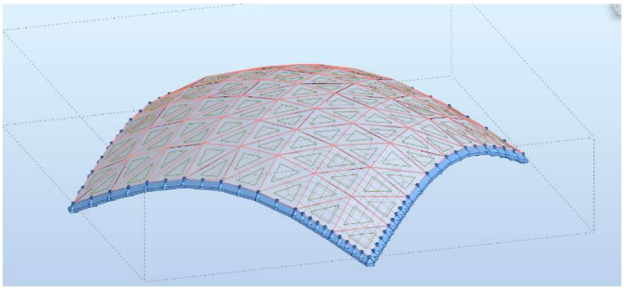


図 10　解析モデル（5.2 節-①）

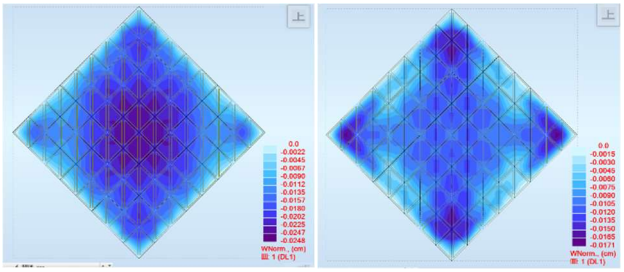


図 11　鉛直方向変位
最大鉛直方向変位：①0.248(mm)　②0.171(mm)

表５　曲げモーメント・面内軸力結果①

シェル厚	断面係数	モーメント	曲げ応力度
t (mm)	Z (mm^3/m)	M_{max} (kNm/m)	σ_b (N/mm^2)
100	1666666.7	0.61	0.37

シェル厚	断面積	軸力	面内応力度
t (mm)	A (mm^2/m)	N_{max} (kN/m)	σ_c (N/mm^2)
100	100000	27.09	0.27

表６　曲げモーメント・面内軸力結果②

シェル厚	断面係数	モーメント	曲げ応力度
t (mm)	Z (mm^3/m)	M_{max} (kNm/m)	σ_b (N/mm^2)
100	1666666.7	0.55	0.33

シェル厚	断面積	軸力	面内応力度
t (mm)	A (mm^2/m)	N_{max} (kN/m)	σ_c (N/mm^2)
100	100000	25.12	0.25

6 結論

本研究では、膜構造物の既往研究手法に則り、吊り下げ曲面の形態創生を行った。本手法の特徴は下記のとおりである。

1. 二種類の線形問題を繰り返し解くことで、自重とみなす鉛直方向外力が作用する吊り下げ曲面形状を効率よく求められる。
2. 正方形膜の初期釣合形状の応力状態を操作し、異なる吊り下げ曲面形状が求められる。
3. 本手法により求められた形状を反転した RC シェルは、軸力伝達を主とする曲面形状となる。

本研究では、初期釣合形状を平面膜として一様な応力状態で定義した。実際の吊り下げ曲面では、初期釣合形状も自重を考慮した応力状態で定義する必要がある。今後の展望として、Airy 応力関数を用いた初期応力状態の設定を行う。また、型枠作成の施工性を考慮し、NURBS による曲面表現や、コンプライアンス最小化も視野に入れて手法の拡張を行う。

7 付録 変数操作による形状追跡

本研究の実装において、変数操作による形状追跡を行った。変数操作による形状追跡とは、スライダーで数値を調節することで計算に用いる変数を操作し、変数操作と形状表現をリアルタイムで行うことである。形状の追跡により、変数操作後の最適形状が即時に視覚化できるだけではなく、変数の影響度合いの検証や、複数の変数を変則的に操作することが可能となる。変数操作と形状の追従には、パラメトリックな変数操作が可能である CAD ソフトとして、Rhinoceros/Grasshopper を用いる。Grasshopper において変数を操作し、Python を用いて線形問題による最適化計算を行い、導いた最適形状を Rhinoceros で描画する。

Python での最適化計算は、CAD ソフトの外で行うため、外部通信を用いたデータの送受信が必要である。本研究では、Grasshopper の拡張機能である gHowl を用いる。gHowl とは、データ通信に特化した拡張機能であり、信頼性には劣るものの通信の処理にかかるコストが少なく、リアルタイム性が重視される通信に用いられるプロトコルである。

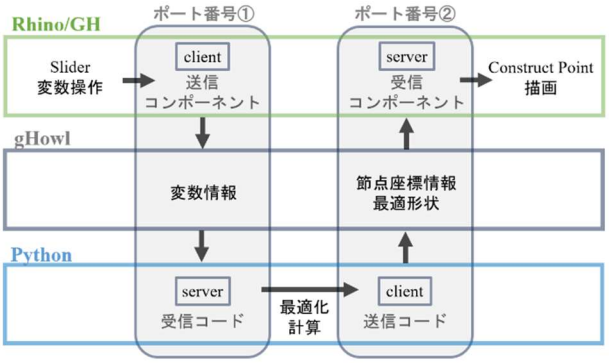


図 12 各種ツールによるデータの送受信

参考文献

1) 上谷宏二 満田衛資 大崎純, 境界形状と応力比を設計パラメータとした骨組膜構造物の裁断図形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, No. 540, pp. 73-78, 2001

2) 門積直宏 満田衛資, XR 環境下での複雑な構造解析の実装を目的としたソフトウェアの連携, 第 45 回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集, pp. 5-8, 2022. 12

3) 門積直宏 満田衛資, 構造性能に関わる客観情報と設計者の嗜好に基づく主観情報を同時に扱う手動操作型の形態創生手法, 日本建築学会, コロキウム構造形態の解析と創生 2022, pp. 27-32, 2022

4) 青木繁, コンクリートシェル構造物の現状と展望, コンクリート工学, vol. 18, No. 11, pp. 61-65, 1980

5) 川口衛 阿部優 松谷宥彦 川崎一雄, 建築構造のしくみ, 第二版, 彰国社, pp. 143, ISBN 978-4-395-32015-8 C0752, 2014

膜テンセグリティ構造の形状解析および剛性評価に関する研究

長野容平 [1)]，永井拓生 [2)]
1) 滋賀県立大学大学院環境科学研究科，大学院生，y.nagano102799@gmail.com
2) 滋賀県立大学環境科学研究院，講師，博士（環境科学）

1 研究背景・目的

現在の建設産業は，化石資源の使用量，産業廃棄物の排出量，温室効果ガス排出量のいずれにおいても非常に大きな割合を占めており，これらの環境負荷を低減し，サスティナブルな産業構造へと変革することが求められている。R. Buckminster Fuller（1895-1983）は著書「宇宙船地球号」をはじめとし，建築分野において前世紀から一早くこの問題を提起した数少ない先駆者である。省資源や環境負荷低減の観点から様々な軽量構造の開発・提案を行っており，テンセグリティ構造もその 1 つである。

テンセグリティは，連続的な引張力と非連続的な圧縮力を利用した構造形式であり，本研究では，このテンセグリティ構造における引張材を膜材に置き換えた膜テンセグリティ構造を研究の対象とする。膜テンセグリティ構造は，非常に軽量で，通常のテンセグリティ構造に比べ施工が単純であり，運搬時にコンパクトに収納することが可能であるという利点を持つ。一方で，膜材の釣合形状は等張力曲面にならず，張力に大きな偏りが生じるため，解析モデルを作成する際，膜材を適切にモデル化することが困難かつ煩雑である。そのため，膜テンセグリティ構造の釣合形状の把握や架構全体の剛性を精度よく評価することが非常に難しいといった問題がある。また，既往研究では，膜テンセグリティ構造の釣合形状や安定性に関するものがいくつか存在する [1-3)]が，外力に対する挙動を定量的に評価する研究は限られている。実際の構造物への応用を考慮すると，外力に対する挙動を正確に評価するための構造解析方法の確立が必須である。

そこで著者らは既報 [4)]にて，膜材を線材に置換して解析モデルを作成し，動的緩和法を用いた形状解析を行った。膜の線材モデルは膜材の引張試験を行い，非線形性や異方性を考慮してモデル化を行った。また，模型を用いた実験を行い，実現象と解析結果を比較した。結果として，釣合形状を精度よく求めることができ，ある程度大きな変形まで外力に対する挙動を追えることがわかった。しかし，研究を進めていく上で膜テンセグリティ構造の架構全体の剛性は時間の経過により大きく変化することが確認され，模型制作から試験実施までの時間経過を考慮して実現象と解析結果の比較を行う必要があることがわかった。そこで本研究では，解析方法について再び検討を行い，模型制作直後に実験を行い，実現象と解析結果を比較し，提案する解析方法の有効性を確認した。

加えて，膜テンセグリティ構造の実大スケールの建設に向けて，実大モデルの制作方法について検討を行った。また，試作モデルについても形状測定や載荷試験を行い，実現象と解析結果の比較を行った。

2 模型制作・実験

始めに模型を用いた実験を行い，膜テンセグリティ構造の力学的特性を調べた。図 1 が実際に制作した模型の写真である。膜テンセグリティ構造について基本的な確認を行うために，図のような，なるべく部材が少なく単純なモデルを対象として実験や解析を行った。スペーサー材を用いることで幅方向の縮小を防いでいる。本研究では，図に示すモデルを平面アーチモデルと記述する。

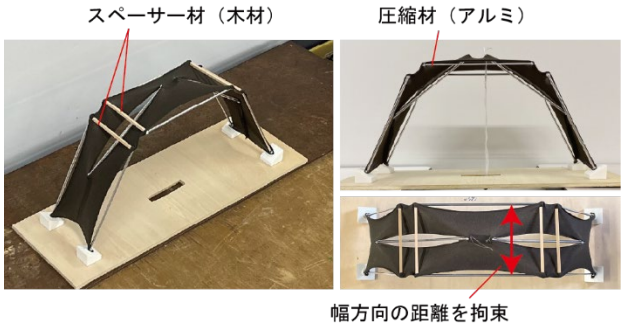


図 1　模型写真（平面アーチモデル）

模型実験では図 2 上のように一点に鉛直方向下向きの荷重を加えて加力点の鉛直方向下向きの変位を測定した。図 2 下は実験結果であり，時間の経過により剛性が大きく減少していることがわかる。文献 4)では模型制作から 5 か月後の試験の結果を用いて試験結果と解析結果の比較を行っていたため，改めて解析方法について検討する必要があることがわかった。

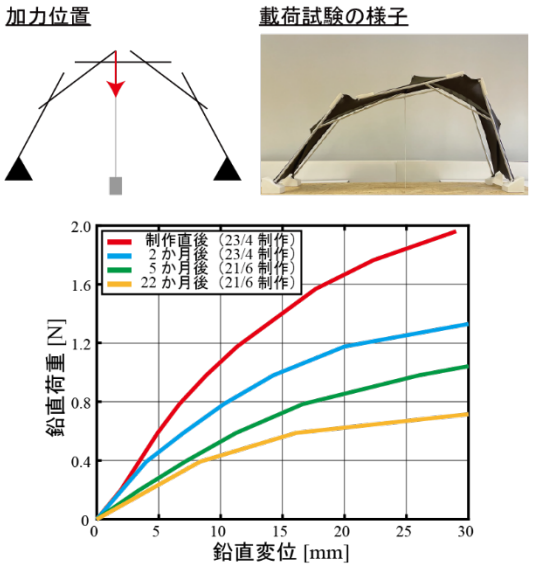


図 2　上：実験の様子　下：実験結果のグラフ

3　模型の数値解析

3.1　解析モデルの作成

膜材をなるべく単純にモデル化することを目的とし，図 3 のように，模型を参考に膜材の特に張力が働いている部分を直線で結ぶことで，膜材を線材に置換した。(以下，膜の線材モデルを等価膜材と呼ぶ)。一方で，模型から視覚的に得られる情報のみで等価膜材の剛性や断面形状を設定することは非常に難しいため，膜材の引張試験を実施し，その結果を用いて等価膜材のモデル化を行った。(3.3 節)。

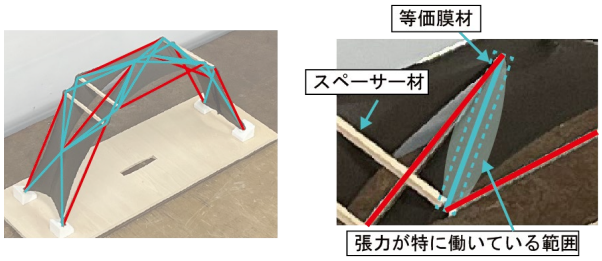


図 3　膜材の線材置換

また，図 4 は，実際に数値解析に用いた解析モデルの平面図である。等価膜材同士の交差を考慮していない「交差無し」のモデルと等価膜材同士の交差を考慮した「交差有り」のモデルの 2 つについて解析を行った。交差有りのモデルでは図のように交差する等価膜材同士が節点を共有している。数値解析では両サイドの 8 点の Y 軸方向の動きを拘束することで模型と同様に Y 軸方向の幅の縮小を防いだ。

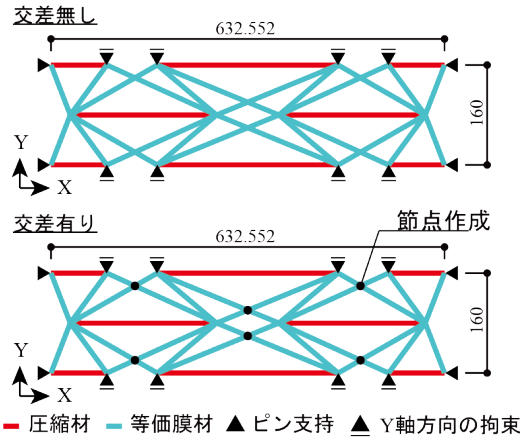


図 4　解析モデルの平面図

3.2　動的緩和法

本研究では，動的緩和法を用いて形状解析を行う。動的緩和法とは，静的釣合い問題を疑似動的問題に変換し，動的システムを人工的減衰により静止させることにより，元の静的問題を解く方法である [5]。

本研究の動的緩和法を用いた膜テンセグリティ構造の形状解析における計算過程の詳細を以下に示す。ニュートンの第 2 運動法則より式(1)を立て，式(2)のように変換し，時刻tにおける速度$\boldsymbol{v}_t$と不釣合力$\boldsymbol{f}_t$から，時刻t + Δtにおける加速度$\boldsymbol{a}_{t+\Delta t}$を求める。ここで，$\boldsymbol{D}$：粘性減衰マトリクス，$\boldsymbol{M}$：質量マトリクス，Δt：解析時間の間隔で，これらの値は，ほとんど解析結果に関係することがなく，計算の収束率に大きく関係することから，収束速度が速くなる値を探して用いる。

$$-\boldsymbol{D}\boldsymbol{v} - \boldsymbol{f} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{a} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{a}_{t+\Delta t} = -\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{v}_t + \boldsymbol{f}_t) \tag{2}$$

式(2)を不釣合力$\boldsymbol{f}$が限りなく $\boldsymbol{0}$ に近づくまで繰り返し計算することで釣合形状を求めることができる。時刻tにおける不釣合力 $\boldsymbol{f}(t)$は，各部材に働く軸力$S(t)$から求められる。各部材に働く軸力$S(t)$はそれぞれの部材の歪から求めることができ，圧縮材，等価膜材の歪はそれぞれ式(3)のように表すことができる。よって，時刻tに圧縮材に働く軸力$S_c(t)$は求めたひずみの値と式(4)を用いて求めることができる。一方，本研究で使用した膜材には強い非線形性があるため，等価膜材の軸力を求める際に，圧縮材と同様の線形の式を用いて軸力を求めることができない。そこで，等価膜材の軸力は 3.3 節の引張試験により求めた荷重ひずみ関係式を用いて求めた。ここで，E：ヤング係数，A：断面積，$L_c(t)$：時刻tにおける圧縮

材の長さ，$L_{N,\ c}$：圧縮材の元の長さ（自然長），$L_E(t)$：時刻tにおける等価膜材の長さ，$L_{N,\ E}$：等価膜材の元の長さである（自然長）。

$$\varepsilon_c(t) = \frac{L_c(t) - L_{N,\ c}}{L_{N,\ c}},\quad \varepsilon_E(t) = \frac{L_E(t) - L_{N,\ E}}{L_{N,\ E}} \tag{3}$$

$$S_c(t) = EA\varepsilon_c(t) \tag{4}$$

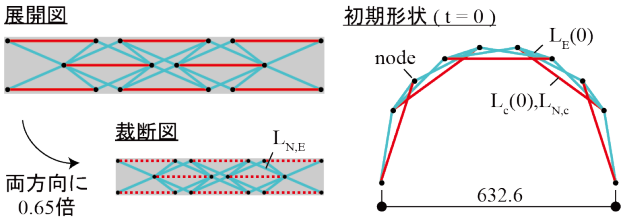


図５　部材の長さについて

3.3　膜材の引張試験

既報 [4]では，試験体に用いる膜材を等価膜材の方向に合わせて切り出し，試験体の両端の 2 点を一方向に引っ張る試験（一軸引張試験）により等価膜材の荷重ひずみ関係式を求め，等価膜材のモデル化を行った。しかし，膜テンセグリティ構造の釣合状態において，膜材に働く張力は 1 方向のみではない。そこで，本研究では図 6 のように引張試験体の中央にロッドを挿入し，直交方向にもプレストレスを与えた状態で引張試験を行った。ロッドの長さは模型を制作する際の膜材の縮小率の値を用いて設定し，実現象で膜材に働く張力と同程度の張力となるようにした。このように作製した試験体を用いて行った引張試験を「二軸引張試験」と称する。

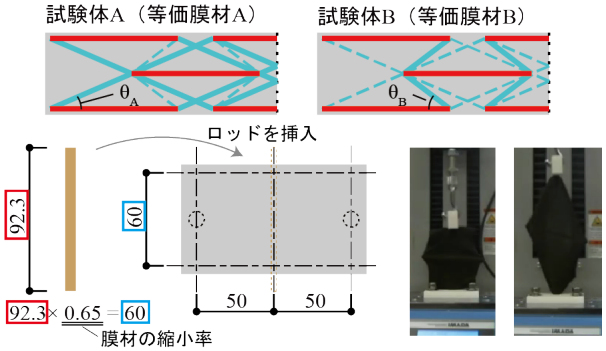


図６　膜材の二軸引張試験

図 7 が一軸引張試験の結果と二軸引張試験の試験結果を比較したグラフである。歪は線形歪として計算した。結果から，一軸引張試験の剛性よりも二軸引張試験の剛性の方が大きくなることが確認できた。試験結果と最小二乗法により，試験結果の荷重ひずみ関係式（式(5)-(8)）を求め，それらを用いて形状解析を行った。

$$s_{A1}(\varepsilon) = 8.6\varepsilon^5 - 11.3\varepsilon^4 + 12.7\varepsilon^3 - 2.3\varepsilon^2 + 6.6\varepsilon\ [\mathrm{N}] \tag{5}$$

$$s_{B1}(\varepsilon) = 12.9\varepsilon^5 - 30.1\varepsilon^4 + 34.4\varepsilon^3 - 14\varepsilon^2 + 8.7\varepsilon\ [\mathrm{N}] \tag{6}$$

$$s_{A2}(\varepsilon) = 18.1\varepsilon^5 - 40.2\varepsilon^4 + 47.8\varepsilon^3 - 18.8\varepsilon^2 + 10.9\varepsilon\ [\mathrm{N}] \tag{7}$$

$$s_{B2}(\varepsilon) = 10.2\varepsilon^5 - 25.1\varepsilon^4 + 33.4\varepsilon^3 - 15.6\varepsilon^2 + 10.2\varepsilon\ [\mathrm{N}] \tag{8}$$

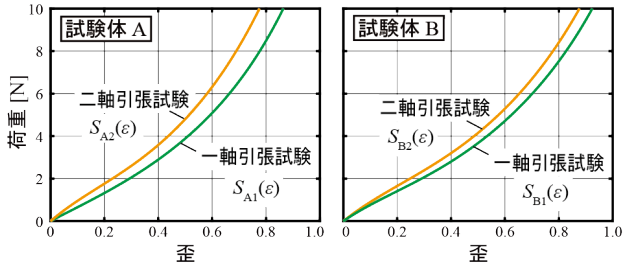


図７　引張試験結果

3.4　解析結果と実験結果の比較

模型制作直後の計測結果・実験結果と数値解析の結果を比較した。本研究では，「等価膜材の交差を考慮せず，等価膜材の荷重ひずみ関係式に一軸引張試験の結果を用いたモデル（Model-1）」と，「等価膜材の交差を考慮し，等価膜材の荷重ひずみ関係式に二軸引張試験の結果を用いたモデル（Model-2）」の対称的な 2 パターンのモデルに着目して数値解析を行い比較した。自重は，Model-1 では全体の重量を全ての節点に均等に振り分けて入力し，Model-2 では圧縮材の重量は圧縮材の両端の節点にのみ入力し，膜材の重量は全ての節点に均等に振り分けて入力した。

図 8 左が釣合形状を比較した結果である。どちらのモデルを用いても精度よく釣合形状を求められていることがわかるが，Model-2 の方がよりよく一致していることがわかる。また，模型実験と同様に図 8 右の矢印の位置に鉛直下向きの外力を与えた際の荷重変位関係をプロットしたものが図 9 のグラフである。模型実験の結果と Model-2 の荷重変位関係が非常によく一致した。結果から，等価膜材の交差を考慮し，二軸引張試験の結果を用いて解析を行うことで，精度よく挙動を追えることがわかった。

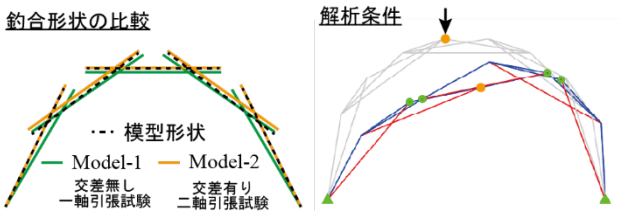


図 8　左：形状解析結果，右：加力位置

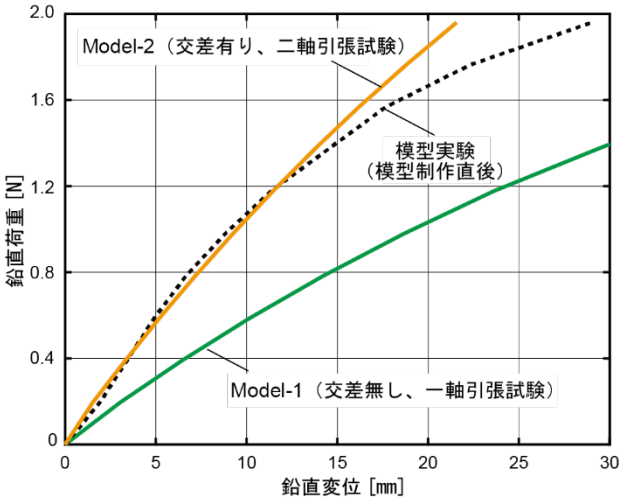


図 9　模型実験と解析結果の比較

4　実大モデルの試作

4.1　制作方法

実大モデルの制作に向けて部分的なモックアップの試作を行った。図 10 が実際に製作した試作モデルの写真で，図 11 のように第 2 章で制作したモデルの一部を抜き出して拡大したモデルとなっている。圧縮材には単管パイプ（STK500，直径：48.6mm，厚み：1.8mm），膜材には実際の建築物にも用いられている剛性の高い膜材（ウルトラマックスタイプ C）を用いた。このモデルについても形状を計測し，解析結果との比較を行った。

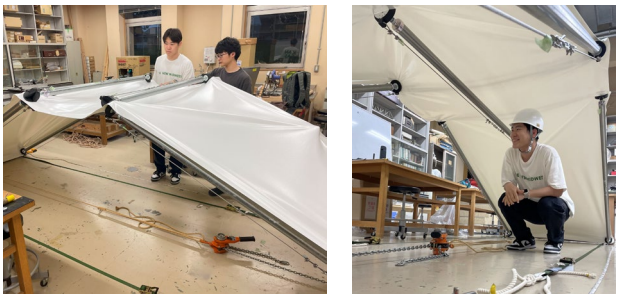


図 10　モックアップの試作の様子

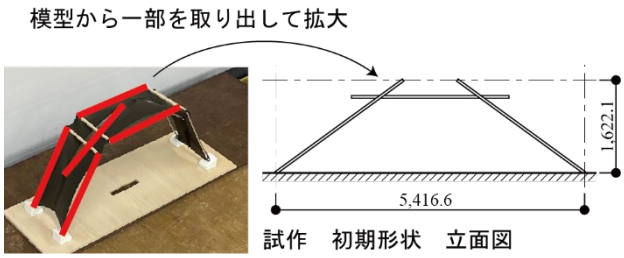


図 11　模型と試作の関係

4.2　膜材の引張試験

試作で使用した膜材で二軸引張試験と同様の試験を行うことは困難であったので，図 12 のように一方向に張力を導入する試験を行った。膜材は幅 5cm の帯状に切り出し，金属のフラットバーに接着剤で固定した。基本的な膜材の特性を把握するために縦糸方向・横糸方向の 2 種類の試験体を作製した。歪は図のように膜材の中央に引いた線の距離（初期状態で 100mm）を定規で測定して求めた。

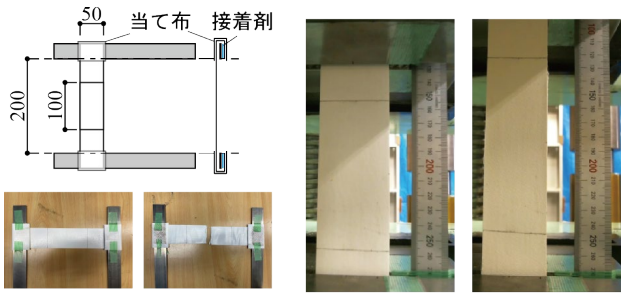


図 12　引張試験方法と試験の様子

図 13 は，試験の測定値から最小二乗法を用いて求めた曲線式をプロットした図である。3.3 節と同様に，歪は線形歪として計算した。結果から非線形性，異方性が強い材料であることが確認できた。式(9)，(10)が縦糸・横糸方向の荷重ひずみ関係式である。等価膜材 A，B の荷重ひずみ関係式は，引張試験結果から求めた縦糸・横糸方向の荷重ひずみ関係式と等価膜材の縦糸方向に対する角度θを用いて式(11)により求めた。等価膜材 A の縦糸方向に対する角度は 23.34 度，等価膜材 B は 37.21 度である。

$$S_{\mathrm{warp}}(\varepsilon) = 167.9\varepsilon^3 - 23.4\varepsilon^2 + 10.5\varepsilon \ \ [\mathrm{kN}] \qquad (9)$$

$$S_{\mathrm{weft}}(\varepsilon) = 28.9\varepsilon^3 - 23.2\varepsilon^2 + 0.4\varepsilon \ \ [\mathrm{kN}] \qquad (10)$$

$$S_{\theta}(\varepsilon) = \frac{S_{\mathrm{warp}}(\varepsilon)\cos\theta + S_{\mathrm{weft}}(\varepsilon)\sin\theta}{\sin\theta + \cos\theta} \qquad (11)$$

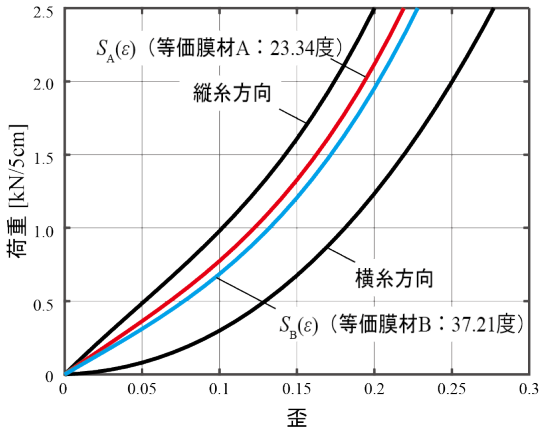


図 13　引張試験結果

また，この節での引張試験方法では，等価膜材の張力負担幅を求める必要があるため，図 14 のようにひずみゲージを取り付けた単管パイプを膜材に挿入して張力を導入し，単管パイプに働く軸力を測定することで，等価膜材のおおよその張力負担幅を求めた。膜材の縦糸方向と平行になるように圧縮材を挿入した。治具と膜材の接着面積は試作モデルと同じである。

計測した結果，張力導入直後の圧縮材の軸ひずみが 5.0×10^{-6} であった。鋼材パイプを用いているため，圧縮材に働く圧縮力は約 357N であることがわかる。また， 2 つの治具の距離を張力導入前後で測定したところ膜材のひずみが 2.02×10^{-2} であることがわかった。膜材（ウルトラマックスタイプ C）の縦糸方向の単位幅当たりの剛性は 291N/mm（太陽工業株式会社提供）であるため，張力負担幅は 60.7mm であると予測できる。

図 14　等価膜材の張力負担幅の調査

4.3　実験結果と解析結果の比較

試作モデルの形状を測定し，形状解析結果との比較を行った。数値解析では 4.2 節の膜材の各試験の結果を用いて第 3 章と同様の形状解析を行った。前章での結果を踏まえて，等価膜材の交差を考慮して解析モデルを作成した。一方で，前節でも述べたように実大試作モデルの膜材の引張試験では，等価膜材の材軸方向以外に働く張力は考慮していない。また，自重は全体の重量を全ての節点に均等に振り分けて入力した。

図 15 が釣合形状を比較した結果である。解析結果と実測結果が非常によく一致していることがわかる。よって，釣合形状を求める上で実大モデルにおいても本研究の解析方法が有効であると考えられる。

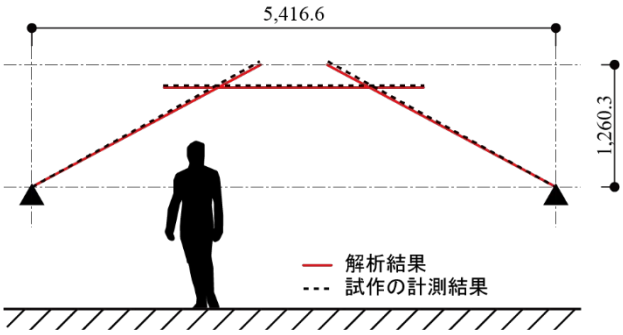


図 15　釣合形状の比較

次に，試作モデルの載荷試験を行い，外力に対する挙動について実験結果と形状解析結果との比較を行った。載荷試験では，図 16 左上のように荷重を掛けて，鉛直方向下向きの変位を測定した。試験は合計で 4 回実施したが，3 回目の試験では変位の測定方法に誤りがあったため，3 回目の試験結果は参考値である。図 16 下が実験結果と解析結果をプロットしたグラフである。

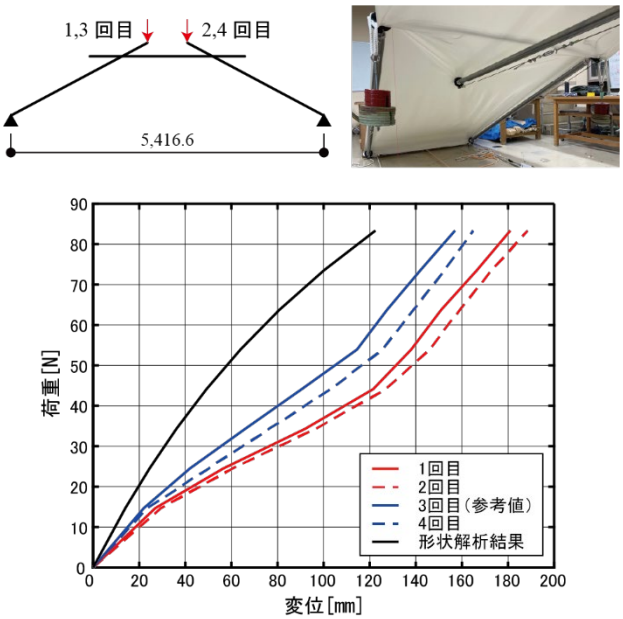


図 16　載荷試験方法と試験結果

本章の引張試験の方法から，形状解析では実際よりも剛性を低く評価していると考えられるが，1，2 回目の試

験結果と解析結果を比較すると解析結果の方の剛性が大きくなっており，両者の荷重変位関係は大きく乖離している。このような結果となった主な原因は，圧縮材と膜材が偏心していることにより図 17 左の写真のように治具が回転してしまい，膜材にうまく張力が導入できていなかったことにあると考えた。そこで 3，4 回目では，図 17 右のように制作後に治具の傾きを修正してから載荷試験を行った。1，2 回目の試験により膜材の残留変形が生じていたため，3，4 回目の試験結果も解析結果より剛性が低くなったが，1，2 回目の試験結果よりは剛性が大きくなった。

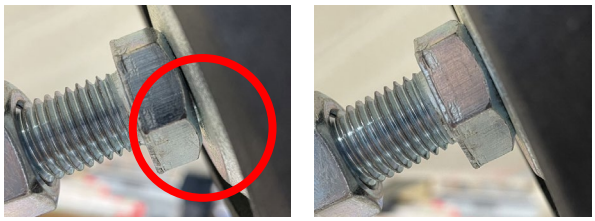


図 17　接合治具の回転

また，変位が 120~140mm で剛性が増加する挙動が見られた。これは，変形が進むにつれ図 18 の写真ようにスペーサー材が膜材にあたってしまったことが原因であると考えられる。そのため，平面アーチモデルの荷重変位関係を正しく測定出来ているのは，剛性の変化が起こるまでの変位が 120~140mm 以下であると考えられる。

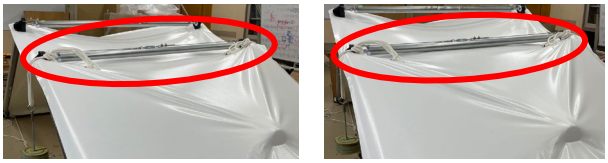


図 18　スペーサー材と膜材の接触

5　研究成果と今後の展望

膜テンセグリティ構造の膜材を線材に置換し，動的緩和法を用いた形状解析を行うことで平面アーチモデルの釣合形状を精度良く求めることができ，ある程度大きな変形まで外力に対する挙動を追えることがわかった。また，等価膜材同士の交差点では節点を共有している必要があることと，膜材の引張試験を実施する際には等価膜材の材軸方向と異なる方向に働く張力を考慮する必要があることがわかった。

加えて，実大モデルのモックアップ試作を行ったことで，重量のある単管パイプや剛性の高い膜材を用いた場合でも成立することが確認できた。さらに，本研究の解析方法を用いることで釣合形状を精度よく求めることができ，外力に対する挙動も評価できる可能性が見られた。

一方で，モックアップの剛性は非常に小さく，円周方向に圧縮材の本数を増やすと不安定になることが予測でき，平面アーチモデルを用いて実大モデルを制作することは難しいことがわかった。加えて，膜材の剛性が高いことから，治具のわずかな傾きの違いで全体の剛性が大きく変化してしまうため，剛性の高い膜材を用いて実験と解析の比較を行うことが非常に難しいこともわかった。

今後は，実大モデルの制作に向けて平面アーチモデルとは異なるモデルについて検討する必要がある。また，実際の建築物への適応に向けて施工方法に関する検討も必要であると考える。

謝辞：本研究の一部は，能村膜構造技術振興財団の研究助成を受け実施した。また，三木優彰氏（東京大学），大矢賢史氏（太陽工業），平郡竜志氏（同左）より多くの指導・協力を得た。ここに記し心からの謝意を表す。

参考文献

1) 重松瑞樹，田中真人：テンセグリティ膜構造の形態解析と施工例，日本建築学会大会学術講演梗概集（関東），構造 I，連続体の形態創生，p.825-826，2009.7
2) Yi-Hsuan YU，Chia-Ho LIN：Tensegric membrane structure with radiated struts，Proceedings of IASS Annual Symposia，IASS 2016 Tokyo Symposium: Spatial Structures in the 21st Century - Tension & Membrane Structures，pp.1-10，2016.9
3) S. S. Gupta，Y. Y. Tan，P. Z. Chia，C. P. Pambudi，Y. H. Quek，C. Yogiaman and K. J. Tracy：Prototyping knit tensegrity shells: a design-to-fabrication workflow，SN Applied Sciences 2，No.1062，2020.
4) 長野容平，永井拓生：動的緩和法を用いた膜テンセグリティ構造の形状解析に関する研究，コロキウム構造形態の解析と創生 2022，日本建築学会，一般講演，研究論文，p.87-92，2022.10
5) Jingyao Zhang，Makoto Ohsaki：From-Finding of Complex Tengrity Structures by Dynamic Relaxation Method，日本建築学会構造系論文集，No.719，p.71-77，2016.1.

丸竹柱の圧縮耐力に関する基礎的研究－圧縮耐力評価式と実験値の比較－

沖恵輔 [1)]，永井拓生 [2)]
1) 滋賀県立大学大学院環境科学研究科環境計画学専攻，大学院生，oe52koki@ec.usp.ac.jp
2) 滋賀県立大学環境科学研究院，講師，博士（環境科学）

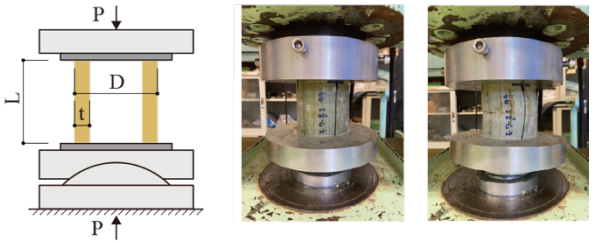
1 はじめに

近年海外では，竹に関する設計基準強度や試験方法に関する研究が増加している [1)]。竹は，生長が早く再生力に富み資源量が豊富であることから，環境負荷が小さいサスティナブルな建築材料として注目を集めている。一方で，竹の構造利用にあたっては，未だ多くの課題があるが，竹の圧縮耐力の評価は，丸竹を柱材やトラス材として用いるために必要不可欠である。圧縮耐力を安全側に評価するには，最小断面を用いて計算することができるが，細長比の大きな圧縮材の使用が制限される可能性がある。一方，近年，より実用的な設計耐力の算出を目的に，竹稈の断面変化（テーパー特性）や物性の傾斜特性と圧縮耐力との関係を評価する研究 [2)]も行われている。

本研究では，日本に自生する代表的な竹種のモウソウチクとマダケを用いて実験を行い，得られた物性値をもとに ISO 22156[3)]やコロンビアの竹構造の設計コードである NSR-10 G.12[4)]に基づいて各耐力式を用いて短期許容圧縮応力度を算出し，比較を行う。

2 各種実験

前述の ISO 22156 と NSR-10 のいずれにおいても短柱圧縮強度とヤング係数が必要となるため，まずそれらの実験を行った結果 [5,6)]を示す。



(a) 試験方法　(b) 試験前写真　(c) 破壊後写真

図 1　短柱圧縮試験

圧縮強度 f_c は，ISO 22157[7)]に記載されている試験を行うことで算出することができる。試験方法は図 1 に示す繊維平行方向の圧縮試験である。以下，短柱圧縮試験とする。短柱圧縮試験では，上下の片方のプレートに球状の治具を設け，試験を行う。また，試験体の長さ L は，直径 D 又は稈壁厚 δ の 10 倍のうち，どちらか小さい方とする。しかし，直径 D が 20 mm 以下の場合は，稈壁厚 δ の値に関わらず，直径 D の 2 倍としてもよい。

圧縮強度 f_c と直径 D_{av} の関係を図 2 に示す。直径 D_{av} は，短柱圧縮試験体の両端木口の平均値とする。モウソウチクでは，圧縮強度 f_c と直径 D_{av} には，正の相関が確認できる。多くの竹種において，断面サイズと繊維平行方向の圧縮強度には負の相関があることが知られているが [8,9)]，この理由は竹稈の根際から頂部に向かうにつれて断面内における維管束堆積密度が相対的に大きくなるためである。一方でマダケでは，散布図のばらつきが大きく，はっきりとした相関は見られない。

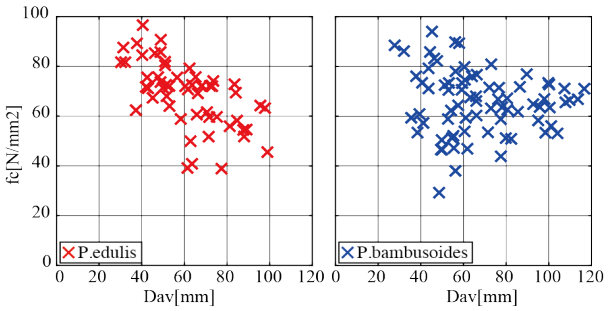


図 2　圧縮強度と稈直径の関係

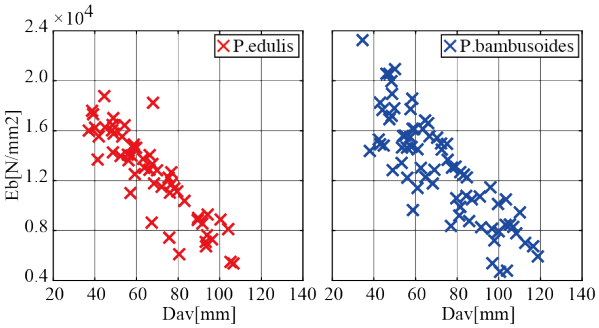


図 3　直径と曲げヤング係数の関係

曲げヤング係数は，ISO 22157 に従い曲げ試験により求める。曲げ試験より，得られる荷重-変形関係より傾き

が直線的である部分より傾き k を算出し，稈軸方向の断面変化を考慮した FEM 解析を行い，載荷点の荷重と変位の比が実験値の k と等しくなるように曲げヤング係数を定める。図 3 に直径と曲げヤング係数の関係を示す。モウソウチク，マダケのいずれにおいても，f_c と同様に直径と曲げヤング係数には明確な相関性が確認できる。

3 ISO 22156 の圧縮耐力式

3.1 圧壊耐力の算出方法

圧壊耐力（Crushing capacity）P_c は，強度と断面寸法より決定され，許容圧縮応力度 f_c と断面積 A を用いて，次式で表すことができる。

$$P_c = f_c \times \sum A \tag{1}$$

この時，断面積 A は，次式で求めることができるが，直径 D 及び稈壁厚 δ の変化率が 10%未満である場合は，両端の平均値を用い，10%以上の場合は，竹稈の最小部分の値を用いて算出される。

$$A = {}^{\pi}/_{4} \times [D^2 - (D - 2\delta)^2] \tag{2}$$

許容圧縮応力度 f_c は，短柱圧縮試験をすることで求めることができ，次式で求める。

$$f_c = {}^{F_{ult}}/_{A} \times C_R C_{DF} C_T ({}^{1}/_{FS_m}) \tag{3}$$

この時，F_{ult} は短柱圧縮試験の最大荷重，A は断面積，C_R は部材の冗長性係数（Redundancy factor），C_{DF} は荷重載荷期間係数，C_T は使用温度に対する修正計数，FS_m は材料の安全係数である。表 1 に部材の冗長性係数を示す。非冗長的な構造物として，構造物から 1 つの部材を取り出すことにより崩壊する可能性がある，または複数の竹から構成されている柱や梁から 1 本の竹を取り出すことにより崩壊する可能性がある，等が例示されている。

表 1　部材の冗長性係数 C_R

Redundancy of member in structure	C_R
Non-redundant	0.90
Redundant	1.10
all other structures	1.00

表 2 に荷重載荷期間係数 C_{DF} を示す。使用クラスで分類される。以下，使用クラスを SC(Service Class)とする。SC は，機械的特性に基づき，SC1～SC3 に分類される。SC1 は含水率 12%未満，SC2 は含水率 12%以上 20%未満，SC3 は含水率 20%以上である。SC3 では C_{DF} は定義されておらず，設計対象物の実大実験等を行い，設計者が設定することとなっている。本研究では，後述の許容応力度の試算に用いるため，SC3 の修正係数の値を SC1 と SC2 の値を直線で外挿し算出した（斜体の数値）。本稿では，荷重期間として短期荷重を想定し，使用クラスによって C_{DE} の算出を行う。

表 2　荷重載荷期間係数 C_{DF}

Load duration	SC1	SC2	SC3
Permanent and long term applied load	0.60	0.55	*0.50*
Transient loads	0.75	0.65	*0.55*
Instantaneous loads(wind and seismic)	1.00	0.85	*0.70*

また，表 3 に示すように，使用温度に対する補正係数 C_T は温度によって係数が変化する。ここでは，使用温度は T≦38℃で用いられるものとする。

表 3　使用温度に対する補正係数 C_T

Temperature	SC1	SC2	SC3
T≦38°C	1.00	1.00	*1.00*
38°C<T≦52°C	0.90	0.90	*0.90*
52°C<T≦65°C	0.80	0.80	*0.80*

材料の安全係数 FS_m は，圧縮強度 f_c では 2.0 である。

3.2 座屈耐力の算出方法

ISO 22156 の座屈耐力は，オイラー座屈式をもとにしたものとなっている。座屈耐力 P_e は次式で求めることができる。

$$P_e = \frac{n\pi^2 E_d I_{min} C_{bow}}{(KL)^2} \tag{4}$$

ここで，n は構成される丸竹の本数，E_d は設計用弾性率，I_{min} は構成される丸竹の最小断面二次モーメント，C_{bow} は初期不正の削減係数，KL は有効長さである。設計用弾性率 E_d は，次式より求めることができる。

$$E_d = E_k \times C_{DE} \times C_T \tag{5}$$

ここで，E_k は 75%の信頼区間における圧縮弾性係数，C_{DE} は荷重載荷期間の修正係数，C_T は使用温度に対する補正係数を表す。

表 4 に荷重載荷期間の修正係数 C_{DE} を示す。前述の荷重載荷期間係数 C_{DF} より，荷重載荷期間の修正係数 C_{DE} の方が長期荷重の係数が小さく，短期荷重の係数は大きいことがわかる。

断面二次モーメント I_{min} は，次式で求めることができる。この時，直径 D，稈壁厚 δ は，構成されている部材

の最小のものを用いる。

$$I_{min} = \left(\pi/64\right) \times [D^4 - (D - 2\delta)^4] \quad (6)$$

初期不整による低減係数 C_{bow} は，次式で求めることができる。本研究における試算では，初期不整の影響は考慮しない。

$$C_{bow} = 1 - \left(b_o/0.02\right) \quad (7)$$

ここで，b_o は竹の中央部分の最大たわみであり，次式で求められるが，反りが L/50 を超える試験体は使用してはならないことになっている。

$$b_o = b_{max}/L \leq 0.02 \quad (8)$$

ここで，b_{max} は，竹の両端を結ぶ直線から垂直に竹の稈軸に向かって引かれる最長距離である。有効長さ KL は，試験体長さ L に有効長さ係数 K を掛けることで求められ，表 5 に有効長さ係数を示す。有効長さ係数 K は，本研究の実験と同様の境界条件とするため，両端とも横拘束ありのピン支持とする。

表 4　荷重載荷期間の修正係数 C_{DE}

Load duration	SC1	SC2	SC3
Permanent and long term applied load	0.50	0.45	*0.40*
Transient loads	1.00	0.95	*0.90*
Instantaneous loads(wind and seismic)	1.00	1.00	*1.00*

表 5　有効長さ係数 K

	pin-pin	pin-fixed	fixed-fixed
Laterally restrained	1.10	0.80	0.65
No laterally restrained	2.40	2.10	1.20

3.3　圧縮耐力の算出方法

圧縮耐力 N_{cr} は，圧壊耐力 P_c と座屈耐力 P_e を用いて，次式で求めることができる。

$$N_{cr} = \frac{P_c + P_e}{2c} - \sqrt{\left(\frac{P_c + P_e}{2c}\right)^2 - \frac{P_c \times P_e}{c}} \quad (9)$$

ここで，c は 0.80 である [10]。圧縮耐力は一般的に細長比の関数として一般化される。しかし，ISO では竹稈の細長比の算出方法に関する記載がないため，最小断面 2 次モーメントを用いた次式により定めることとする。

$$\lambda = \frac{kL}{\sqrt{I_{min}/A}} \quad (10)$$

圧縮耐力 N_{cr}，圧壊耐力 P_c，座屈耐力 P_e と細長比 λ の関係を図 4 に示す。本研究では，圧壊耐力 P_c は，各試験体の圧縮強度を用いて算出し，座屈耐力 P_e においては 75%信頼区間における圧縮弾性係数 E_k として各試験体の曲げヤング係数を用いた。細長比 λ が 90 を越えると座屈耐力 P_e によって決定していることがわかる。

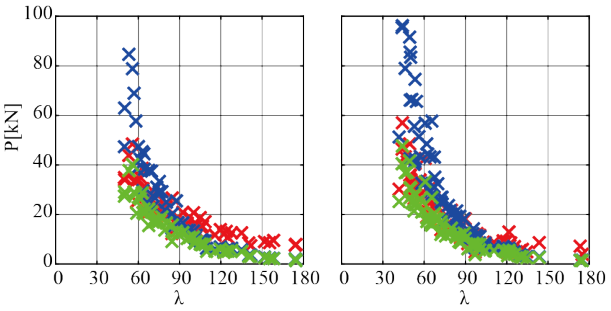


図 4　圧縮耐力と細長比の関係

4　NSR-10 の圧縮耐力式

4.1　圧縮耐力の算出方法

NSR-10 は，コロンビアの設計コードであり，G.12 章にコロンビアで一般的に使用される竹種である Guadua（*Guadua angustifolia*）に関する設計指針が示されている。

構造材として使用する Guadua に対して，非破壊調査をする必要があり，竹の初期たわみ量，直径のテーパー量，竹稈の亀裂，虫害，腐敗等を調べる。初期たわみ量は，竹の長さの 0.33%，直径のテーパー量は，1.0%を超えてはならない。ISO では反りや凹みは，竹の等級を区別するための要因となるが，NSR-10 では，竹稈長さの 20%を超える亀裂と虫害による被が見られる試験体は除外する。

ISO 22156 では，細長比の算出方法に関しての記載がなく，一般的に用いられる細長比の式より算出したが，NSR-10 においても同様に(10)式で求める。有効長さ係数 k は，境界条件及び横拘束の有無によって異なり，表 6 に有効長さ係数を示す。境界条件は，両端とも横拘束ありのピン支持とするため，有効長さ係数 k は，1.0 とする。

表 6　有効長さ係数 k

Condition of the supports	k
Both ends articulated (Both ends of the element must be secured from displacements perpendicular to its longitudinal axis)	1.0
One end with restriction to rotation and displacement, and the other free	2.1

ISO 22156 とは異なり，NSR-10 においては，両端の部分の直径 D 及び稈壁厚 δ を用いて細長比 λ や断面積 A

を算出する。

NSR-10 において，細長比λは，短柱，中柱，長柱に分類する要因となっている。これらに分類は限界細長比 C_k によって定められており，次式で求められる。

$$C_k = 2.565\sqrt{\frac{E'_{0.05}}{F'_c}} \quad (11)$$

ここで, $E'_{0.05}$ は弾性率の 5%下限値に係数を乗じたもの, F'_c も同様に修正後の許容圧縮応力度である。F'_c 及び $E'_{0.05}$ はそれぞれ(12), (13)式で求められる。

$$F'_c = F_{c,NSR} C_D C_m C_t C_r \quad (12)$$

$$E'_{0.05} = E_{0.05} C_m C_t \quad (13)$$

NSR-10 では，使用条件に応じて弾性率が決定している。構造解析において，Guadua の弾性率として $E_{0.5}$，圧縮材といった使用条件が重要となる場合は $E_{0.05}$ を用いる。Guadua の $E_{0.5}$ 及び $E_{0.05}$，著者らが実験により求めたモウソウチクとマダケの曲げヤング係数の平均値（$E_{0.5}$）を表 7 に示す。Guadua のヤング係数は含水率が 12%以下の時の値であり，モウソウチク，マダケの $E_{0.5}$ の含水率の平均値は，それぞれ 37.1%，39.0%である。同表より，モウソウチク及びマダケの曲げヤング係数 $E_{0.5}$ の方が Guadua の弾性率よりも高いことがわかる。

表 7　各竹種の曲げヤング係数

	$E_{0.5}$[GPa]	$E_{0.05}$[GPa]
Guadua a.	9.50	7.50
P.edulis	12.59	-
P.bambusoides	13.77	-

(12)，(13)式において，$F_{c,NSR}$ は修正後の圧縮強度，C_D は荷重載荷期間係数，C_m は含水率修正係数，C_t は温度修正係数，C_r は荷重再分布係数である。修正後の圧縮強度 $F_{c,NSR}$ は，短柱圧縮試験より求まる圧縮強度 F_c を用いて以下の式より算出する。

$$F_{c,NSR} = F_c \times \frac{FC}{F_s \times FDC} \quad (14)$$

ここで FC は実験室での試験条件と実際の負荷適用条件の差異による削減係数，F_s は安全係数，FDC は荷重持続時間係数であり，表 8 に示す。

表 8　圧縮強度の修正要因

	FC	Fs	FDC
Compression-parallel-to-fibre	1.0	1.5	1.2

荷重載荷期間係数 C_D を表 9 に示す。荷重載荷期間は，ISO 22156 による圧縮耐力算出で短期間としたのと同様に Impact の 2.00 を用いることとし，検討を行う。

表 9　荷重載荷期間係数 CD

	Permament	10yrs	2mos	7d	10min	Impact
F'c	0.90	1.00	1.15	1.25	1.60	2.00

一般的に，竹に含まれる水分量が増加すると，強度や剛性が低下する。表 10 に含水率修正係数を示す。同表より，含水率による影響は曲げヤング係数の方が，圧縮強度に比べ小さいことがわかる。

表 10　含水率修正係数 Cm

MC	~12	13	14	15	16	17	18	19~
F'c	1.00	0.96	0.91	0.87	0.83	0.79	0.74	0.70
$E_{0.05}$	1.00	0.99	0.97	0.96	0.94	0.93	0.91	0.90

竹が構造材として使用される場合，その使用環境の温湿度環境に応じて修正係数を乗じる必要がある。また，NSR-10 では気温だけでなく，湿度によっても区別できるが，本研究では 37℃以下の気温で使用することとし，湿度による影響はないものとする。表 11 に温度修正係数 C_t を示す。含水率と同様に，温度や湿度による影響はヤング係数の方が圧縮強度に比べ低いことがわかる。

表 11　温度修正係数 Ct

Temperature		T≦37℃	37℃≦T≦52℃	52℃≦T≦65℃
F'c	Dry	1.00	0.80	0.60
	Humid	1.00	0.65	0.40
$E_{0.05}$	Dry	1.00	0.90	0.80
	Humid	1.00	0.80	0.80

荷重載分布係数 C_r は，4 本以上の竹が 0.6m 以下の間隔で平行に並び，それらが均等に荷重を負担する場合，1.1 とすることができ，それ以外の場合は 1.0 とする。本研究では 1 本の丸竹柱について圧縮耐力を算出するため，C_r は 1.0 とする。

許容圧縮応力度 $f_{c,NSR}$ は，短柱では $\lambda < 30$，中柱では $30 < \lambda < C_k$，長柱では $C_k < \lambda < 150$ のそれぞれの分類に対して，短柱は(15)式，中柱は(16)式，長柱は(17)式を用いる。ただし，原文には，存在応力と短期許容応力度の表記に誤りがあると思われるため，著者の判断により部分的に修正した。

$$f_{c,NSR} = F'_c \tag{15}$$

$$f_{c,NSR} = F'_c \left(1 - \frac{2}{5}\left[\frac{\lambda}{C_k}\right]^3\right) \tag{16}$$

$$f_{c,NSR} = 3.3\frac{E'_{0.05}}{\lambda^2} \tag{17}$$

短期許容圧縮応力度 $f_{c,NSR}$ と細長比 λ の関係を図 5 に示す。本研究の全ての試験体は，長柱に分類される。NSR-10 においては，細長比及び限界細長比が圧縮強度に大きく影響を与える。(14)式で算出される短期許容圧縮応力度 $f_{c,NSR}$ は，限界細長比及び細長比に依存する。一方で，(15)式で算出される圧縮強度は，細長比及び弾性率に依存する。(15)式で算出される短期許容圧縮応力度 $f_{c,NSR}$ には，荷重載荷時間による区別がなく，短期荷重に対する許容圧縮応力度の算出をするため，短期許容圧縮応力度 $f_{c,NSR}$ はかなり安全側の設定となる。

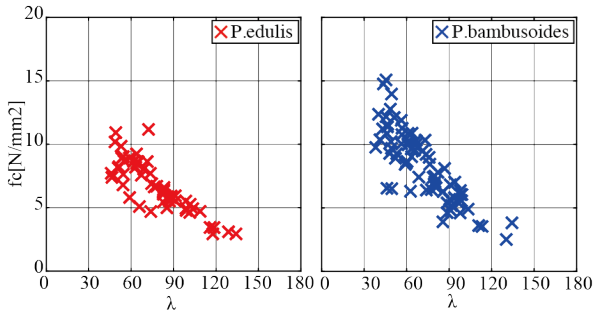


図 5　短期許容圧縮応力度と細長比の関係

5　各種設計コードと実験値の比較

5.1　ISO と NSR-10 の圧縮耐力の比較

3 章及び 4 章において算出した短期許容圧縮応力度の比較を行う。ISO の設計式より算出される短期許容圧縮応力度を $f_{c,ISO}$，NSR-10 より算出される短期許容圧縮応力度を $f_{c,NSR}$ とする。図 6 に $f_{c,NSR}$ と $f_{c,ISO}$ の関係を示す。同図より，$f_{c,ISO}$ の方が $f_{c,NSR}$ に比べかなり大きいことがわかる。モウソウチク，マダケの各短期許容圧縮応力度の比 $f_{c,ISO}$ / $f_{c,NSR}$ の平均値はそれぞれ 1.78 と 1.66 であり，ISO の短期許容圧縮応力度の方が，NSR-10 のそれよりも 1.7 倍程度高いことがわかる。また，図 7 に短期許容圧縮応力度と細長比の関係を示す。細長比の大小に関わらず，ISO の短期許容圧縮応力度と NSR-10 の短期許容圧縮応力度の比は，概ね一定である。

5.2　座屈試験結果と各圧縮耐力の比較

3，4 章で算出した短期許容圧縮応力度と座屈試験結果[5,6]の比較を行う。図 8 に各短期許容圧縮応力度と座屈試験の圧縮強度 σ_{max} の関係を示す。モウソウチクに関しては，圧縮強度が 16～17 N/mm^2 程度で短期許容圧縮応力度の値が横ばいになっていることがわかる。一方で，マダケにおいては，圧縮強度におおむね比例して短期許容圧縮応力度が増加している。

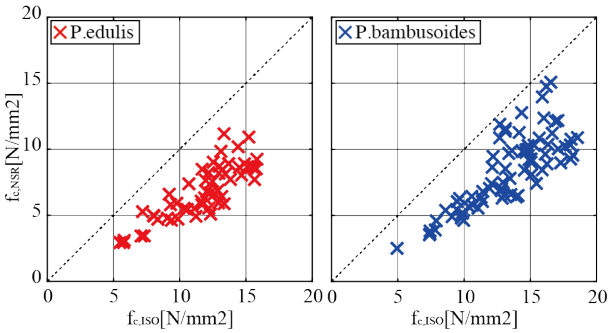


図 6　$f_{c,NSR}$–$f_{c,ISO}$ の関係

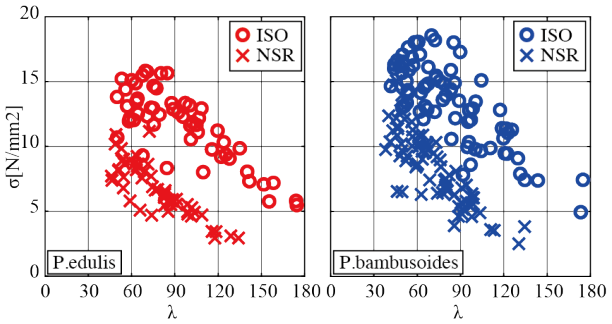


図 7　$f_{c,NSR}$，$f_{c,ISO}$ と細長比の関係

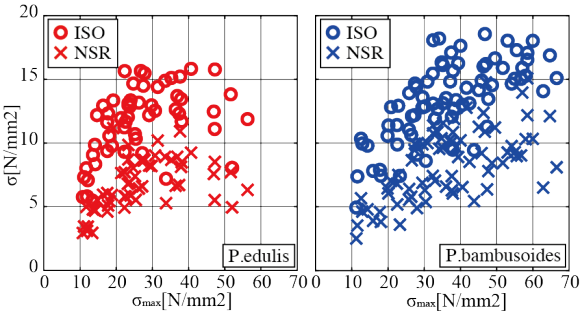


図 8　σ_{max}–$f_{c,ISO}$，$f_{c,NSR}$ の関係

図 9 に低減係数 φ（許容圧縮応力度／σ_{max}）と圧縮強度，低減係数 φ と細長比の関係を示す。モウソウチク，マダケのいずれにおいても，圧縮強度が高くなるにつれて，低減係数が小さくなり安全率が大きくなっている（同図 a)。また，細長比に対して，低減係数はおおよそ一定であるが，細長比が大きくなるほど低減係数が大きいも

のが増え，ばらつきも大きくなる傾向がある（同図 b)。この理由は，細長比が大きな部材の許容圧縮応力度は弾性座屈式で決まるため，ヤング係数の大きさに比例して許容応力度が大きくなるためである。2 章で述べたように，稈直径と曲げヤング係数には負の相関があり，直径が小さいものほどヤング係数が大きい。したがって，直径が小さく細長い部材や座屈強度が小さい部材ほど安全率が小さく見積もられる傾向があると言える。

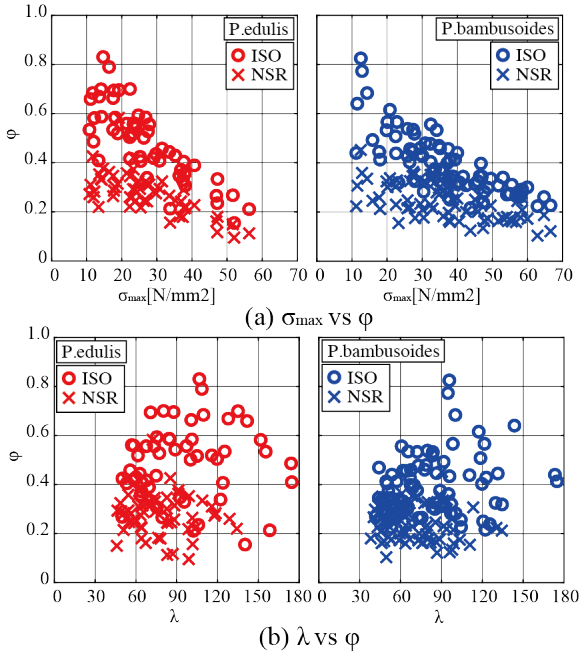


図 9　圧縮強度および細長比と低減係数の関係

6 まとめ

本研究では，ISO 22156 による圧縮耐力と NSR-10 による圧縮耐力の算出を行い，実験値との比較を行った。

ISO による圧縮耐力は，細長比が 90 以上の範囲においては概ね座屈耐力式と等しいことがわかった。また，NSR-10 では，細長比が大きく長柱に分類されるものに関しては，短期荷重，長期荷重といった載荷期間の違いに関わらず，曲げヤング係数と細長比といった物性値のみで算出される。このため，いずれの耐力式においても稈直径が小さく実際の座屈強度が小さい部材ほど，安全率が小さくなる傾向がある。したがって，圧縮耐力式の算定に際し，稈直径に応じたヤング係数を考慮する必要性があると考えられ，今後検討を進めたい。

謝辞　本研究の成果の一部は，2022・2023 年度前田記念工学財団研究助成，科研費（21H0037：新学術領域研究（研究領域提案型），植物構造オプト）の補助を受けたものである。また，本研究の実験にあたり，岡田結衣氏を始めとした滋賀県立大学の学生より多大な協力を得た。ここに記し心からの謝意を表す。

参考文献

1) Liu W. K., Xu F. Q., Wang G., Chen M. F., Leng B. Y., Yang J. and Harries A. K.: *Contemporary Bamboo Architecture in China*, Springer, 2022. 3.
2) K. A. Harries, J. Bustead, M. Richard, and D. Trujillo : Geometric and material effects on bamboo buckling behavior, *ICE Proc. Struct. Build*, vol. 170, no. 4, pp. 236-249, 2017.
3) ISO 22156, Bamboo structures – Bamboo culms – structural design -, 2021.
4) NSR-10, G12 - Normativa Colombiana de Construcción Sismo Resistence en Guadua -, 2009.
5) Oki, K., Nagai, T. : Study on compression strength of Japanese full-culm bamboo columns using short-length specimens, *Proceedings of the IASS Annual Symposium 2023 Integration of Design and Fabrication*, pp. 288-296, July 2023.
6) 沖恵輔，永井拓生 : 丸竹柱の圧縮耐力の算定に関する基礎的研究－未乾燥竹の小規模試験体を用いた座屈試験，日本建築学会大会（近畿）学術講演梗概集，構造 OS（植物構造オプト）選抜梗概，pp. 943-946，2023. 9.
7) ISO 22157, Bamboo structures – Determination of physical and mechanical properties of bamboo culms -, 2019.
8) Nagai. T. : Preliminary study on relationship between culm morphology and mechanical characteristics of Japanese bamboo, *Proceedings of the IASS Annual Symposium 2023 Integration of Design and Fabrication*, pp. 277-287, 2023. 7.
9) 永井拓生 : Preliminary study on relationship between culm morphology and mechanical characteristics of Japanese bamboo，日本建築学会大会（近畿）学術講演梗概集，構造 OS（植物構造オプト）選抜梗概. pp. 947-950, 2023. 9.
10) J. J. Zahn : Re-examination of Ylinen and other column equations, *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 118, Issue 10, pp. 2716 – 2728, 1992.

曲げを受ける丸竹稈に生じる応力分布および曲げ破壊に関する考察 その 2　ポアソン比を考慮した検証

永井拓生 1)
1) 滋賀県立大学環境科学研究院，講師，博士（環境科学），nagai.t@ses.usp.ac.jp

1 緒言

既報[1,2]では，マダケ（*Phyllostachys bambusoides*）を対象とし，丸竹稈の曲げ破壊メカニズムと曲げ強度の推定について考察を行った。丸竹稈の稈軸に沿った曲げ破壊は，曲げに伴って生じる Brazier 効果[3,4]（直交断面の変形）によって，稈壁に繊維直交方向の曲げ破壊を生じることが原因となることを予測した。

本研究では，あらたにモウソウチク（*Phyllostachys edulis*）を対象として行った曲げ試験の結果，および竹稈壁のポアソン比を考慮した理論の修正を加え，曲げを受ける丸竹稈に生じる繊維直交方向の応力分布，および曲げ破壊メカニズムについて考察を深めることを目的とする。

まず，予備実験として，両竹種のポアソン比と竹稈壁の繊維直交方向の最大曲げ歪みを実験により確認する。次に，丸竹稈の曲げ試験で各箇所の歪みを計測し，ポアソン比を考慮して修正した Brazier 効果理論値との整合を確認する。併せて，破壊箇所の曲げ歪みと竹稈壁の繊維直交方向の最大曲げ歪みと比較し，竹稈の曲げ強度と稈壁の繊維直交方向の曲げ破壊との関係を検証する。

なお，本研究で用いた竹はいずれも滋賀県近江八幡市の竹林（35°15'N, 136°09'E）で採取したもので，伐採後，風雨に晒されない半屋外にて半年～1 年保管した。また，保管期間が短いため，特に保護処理は行っていない。

2 曲げを受ける丸竹稈に生じる応力分布

Fig. 1 に示すように，竹稈の稈軸方向を x，直交断面 2 軸を $y-z$ とし，稈壁芯に沿った周方向の円周座標を s とする。丸竹稈が x 軸に沿って純曲げを受けるとき，直交断面は Brazier 効果によって楕円状に変形し，稈壁には周方向に沿った曲げを生じる。この方向は竹の繊維に直交する方向であり，竹稈壁にとって弱軸となる方向である。

稈壁の応力状態は，マダケ・モウソウチクの稈壁厚・稈直径比が竹稈のほとんどの箇所で 0.06～0.09 程度[5,6]であること，および，いまの議論においては面外の外力が存在しないことから，平面応力状態にあると仮定する。また，竹の繊維は稈軸に沿って平行に配置されていることから直交異方性を仮定し，稈壁の $x-s$ 面内における弾性構成式を式(1)のように表す。

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_s\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{E_x} & -\dfrac{\nu_{sx}}{E_s}\\ -\dfrac{\nu_{xs}}{E_x} & \dfrac{1}{E_s}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_s\end{Bmatrix} \tag{1}$$

ここで，E_x，E_s：繊維平行方向・直交方向のヤング係数，ν_{xs}，ν_{sx}：各方向のポアソン比である。本稿の定式化においては純曲げを仮定し，せん断変形は無視する。また，構成式の対称性より，$E_x\nu_{sx}=E_s\nu_{xs}$ であるから，弾性定数としては，例えば，E_x，E_s，ν_{xs} の 3 つを実験により求めればよいことになる。

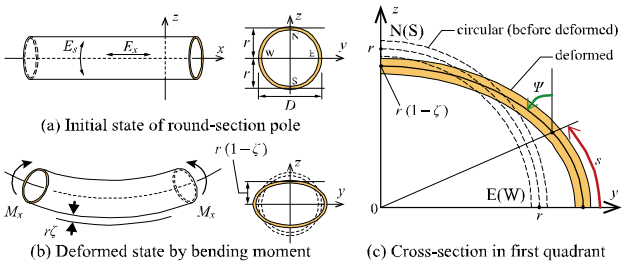


Fig. 1. Deformation of the cross-section caused by the Brazier effect, accompanying culm bending along the culm axis.

丸竹稈が曲げを受けた際に稈壁に生じる応力は，繊維平行向の曲げ応力 σ_{bx}，Brazier 効果による繊維直交方向の曲げ応力 σ_{bs}，およびポアソン比によって生じる周方向の応力 σ_{ps} である。ただし，σ_{ps} は直接的に求める方法がなく，また，稈壁の内外皮の表面においては両方向の曲げ応力と比べれば小さいと考えられるので，本稿ではこの応力は無視して議論を進める。式(1)において，

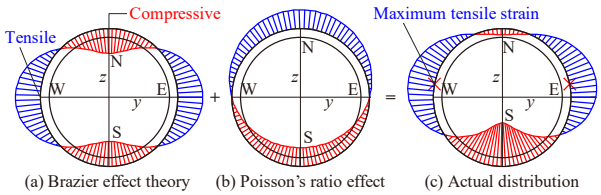
$$\sigma_x=\sigma_{bx} \tag{2}$$

$$\sigma_s=\sigma_{bs}+\sigma_{ps}\approx\sigma_{bs} \tag{3}$$

とおき，各方向の歪みを求める。

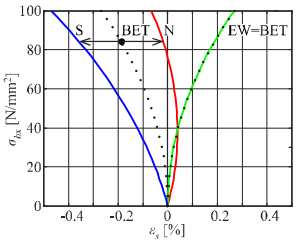
Fig. 2 は，丸竹稈が上端圧縮となる曲げを受ける際の，竹稈外皮における繊維直交方向の歪み ε_s の分布を表したものである。Brazier 効果理論（以下，BET）では $y-z$

軸に対し鏡面対称な変形を仮定しており，同図(a)のように，外皮の最大歪みはN・S・E・Wの各点で生じる。一方，繊維平行方向の曲げ歪みとポアソン比の影響により，同図(b)のように，$z>0$側の外皮では繊維直交方向に引張り歪みが，$z<0$側では圧縮歪みが生じる。したがって，歪みの分布はこれらの和として同図(c)のように表され，最大引張歪みはE・W点よりもやや上側において生じることが分かる。



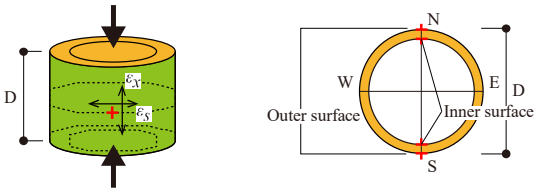
(a) Brazier effect theory (b) Poisson's ratio effect (c) Actual distribution

Fig. 2. Distribution strain perpendicular to the fibre.



Calculating conditions		
D =	70	mm
t =	6.3	mm
E_{bx} =	12889	N/mm^2
E_{bs} =	2500	N/mm^2
ν_{xs} =	0.26	
ν_{sx} =	0.05	

Fig. 3. Examples of strain both parallel and perpendicular to the fibre, along with the mechanical properties used for calculation.



(a) Compression test parallel to fibre. (b) Layout plan of strain guage.

Fig. 4. Test method for measuring Poisson's ratio.

Fig. 3にN・S・E・W点の外皮における歪みの計算例を示す。横軸は各箇所の繊維直交方向歪み，縦軸は竹稈の引張縁における繊維平行方向曲げ応力度である。計算に用いた諸元は図中に示す通りであり，ν_{xs}の値は，後述の実験で求めた値である。図中の点線（BET）はBrazier効果のみによって生じる歪みで，ポアソン比の影響を考慮しないものである。E・W点は中立軸上の点（$\sigma_{bx}=0$）であるためポアソン比の影響は生じないが，N・S点では影響が大きい。竹の繊維平行方向曲げ強度にあたる100 N/mm^{2}程度の曲げ応力下においては，S点の圧縮歪みはBrazier効果の歪みの約2倍となり，反対に，N点ではポアソン比による歪みがBrazier効果の歪みを打ち消す形となって歪みが圧縮側に転じており，y軸に対し非対称な歪み分布となっている。

3 竹稈壁のポアソン比の測定

ポアソン比の測定はISO 22157[7]の「10. Compression strength and stiffness parallel to the fibres」（以下，「縦圧縮試験」）に準じて行う。Fig. 4に試験方法を示す。丸竹稈の縦圧縮試験の試験体高さの中間で，対面する2か所の外皮・内皮に繊維平行方向と繊維直交方向の歪みゲージを貼り，合計8点の歪みを計測する。試験体はマダケ3体，モウソウチク3体の計6体である。

縦圧縮試験では，式(1)において$\sigma_s=0$を仮定し，

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E_x}\sigma_x,\quad \varepsilon_s=-\frac{\nu_{xs}}{E_x}\sigma_x \tag{4}$$

$$\therefore \nu_{xs}=-\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_x} \tag{5}$$

とすれば，E_x，ν_{xs}が求められる。この仮定は，稈直径に対して試験体高さが十分に大きければ成立すると考えられるが，その検証は今後の課題とする。また，この場合，縦圧縮試験の結果からはE_sを求めることができないため，E_sは後述の横圧縮試験により求める。

本研究では，ISO 22157でヤング係数を最大荷重の20%と60%の割線剛性により求めることにならい，ポアソン比を次式により算出する。

$$\nu_{xs}=-\frac{\varepsilon_{s,60}-\varepsilon_{s,20}}{\varepsilon_{x,60}-\varepsilon_{x,20}} \tag{6}$$

Table 1に各試験体のポアソン比ν_{xs}を求めた結果を示す。$\nu_{xs,\mathrm{in}}$は内皮の測定値，$\nu_{xs,\mathrm{out}}$は外皮の測定値である。

Table 1. Poisson's ratio of each specimens.

Specimen	D [mm]	t [mm]	E_x [MPa]	$\nu_{xs,\mathrm{in}}$	$\nu_{xs,\mathrm{out}}$	MC [%]
Madake-1	59.4	3.8	20940	0.27	0.31	9.38
Madake-2	82.4	5.0	24140	0.28	0.17	11.94
Madake-3	111.0	6.5	6770	0.33	0.25	14.86
Moso-1	63.6	5.8	12750	0.14	0.10	11.44
Moso-2	77.5	5.5	18464	0.33	0.36	10.00
Moso-3	105.6	7.5	9102	0.30	0.28	27.70
Mean value				0.28	0.24	

Note: out = outer surface, in = inner surface.

一般に，繊維平行方向のヤング係数E_xは稈直径に対し負の相関を持つため[8,9]，本実験でも直径が大きい試験体

の E_x が最も小さな値となっている。ν_{xs} の値はばらつきが大きく，竹種および稈壁の内外のいずれの比較においても顕著な傾向は確認できない。竹のポアソン比の統計値については今後の課題とし，ここではひとまず，両竹種と外皮・内皮を含めた 8 つの全ての値の平均値である 0.26 を用い，以降の議論を進めることとする。

なお，国内においては，例えば有尾[10]らがモウソウチクの稈壁のポアソン比 ν_{xs} の測定を行っており，竹稈外皮では 0.3 程度である。また，国外では，例えば竹の物性研究の先駆者である Janssen[10, 11]が南米産の Guadua についてポアソン比を同様に 0.3 程度と求めており，本研究で得られた結果はこれらとも近い値である。

4 繊維直交方向曲げ試験

竹稈壁の繊維直交方向の曲げ強度・ヤング係数の測定方法は ISO 22157 の「15. Bending strength and stiffness perpendicular to the fibres」に示されており，丸竹稈を平行に輪切りしたものを半径方向に圧縮する方法である。同試験は「Edge bearing test」や「Diametric compression test」等と表記されることもあるが[13]，本稿では，縦圧縮試験に対比して「横圧縮試験」と称する。

ISO 22157 の横圧縮試験による破壊モードは，通常，N・S 点のどちらかの内皮において引張破断を生じる「内皮曲げ破壊」，および，E・W 点のどちらかの外皮において引張破断を生じる「外皮曲げ破壊」のいずれかとなるが，どちらのモードを生じるか，あらかじめ予測することは難しい。そこで，著者ら[1,2]は竹稈の試験体にあらかじめ曲げヒンジを設けるヒンジ付き横圧縮試験を提案している。本方法では，竹稈が正円に近く稈壁厚がおおよそ一定であれば破壊箇所を限定できるため，効率よく知りたい破壊モードの曲げ強度を調べることができる。

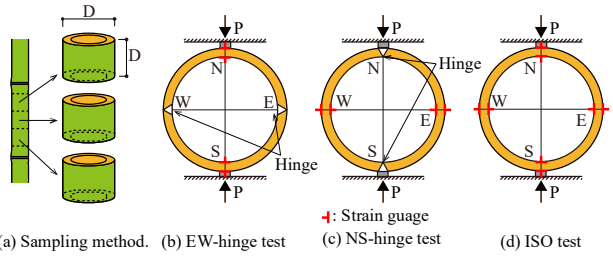


Fig. 5. Method for sampling test specimens and measuring strain in an edge bearing test.

Fig. 5 に竹稈からの試験体の採取方法と試験方法を示す。試験体は，マダケ・モウソウチクそれぞれ 1 つの竹稈から，稈直径約 90 mm 程度の竹稈から連続する 3 つの試験体を採取し，それぞれ NS ヒンジ付き試験用，EW ヒンジ付き試験用，ISO（ヒンジなし）試験用の試験体とする。近接した試験体を採取するのは，竹稈や部位によるばらつきを除き，各曲げ破壊モードの強度を直接的に比較するためである。各破壊モードにおける破壊箇所の最大曲げ歪みを計測するため，NS ヒンジ試験体では E・W 点の内外皮の計 4 か所，EW ヒンジ試験体では N・S 点の内外皮の計 4 か所に歪みゲージを貼付する。 Table 2 に試験体の諸元を示す。

なお，ISO 横圧縮試験の結果はあくまで参考値とし，考察にはヒンジ付き横圧縮試験の結果を用いる。

Table 2. Test specimens for the diametric compression test.

Species	Test method	D [mm]	t [mm]	MC [%]
Madake	EWH	93.1	5.9	16.3
	NSH	92.1	5.5	18.4
	ISO	92.3	5.3	17.6
Moso	EWH	93.3	7.4	36.4
	NSH	93.0	6.9	26.0
	ISO	92.7	7.6	17.0

Note: EWH = EW-hinge test, NSH = NS-hinge test.

Table 3 は各試験の最大荷重時の各測定箇所の歪みをまとめたものである。同一箇所の内皮・外皮の歪みはいずれの試験においても内皮側のほうが大きく，特に，マダケの EW ヒンジ試験では内外の歪の差が大きい。それ以外では，外皮に対し内皮の歪が 1～2 割増し程度である。また，太字は引張破壊を生じた箇所の歪みの値であり，両竹種ともに外皮で破壊を生じる場合の歪みが小さく，最大歪みの平均値は，マダケでは 0.71 %，モウソウチクでは 0.72 %である。一方，内皮側で破壊する場合の最大歪みの平均値は，マダケでは 2.41 %，モウソウチクでは 1.65 %である。

Table 3. Strain values at maximum load for each test.

Species	Location	N		S		E		W	
	Surface	out	in	out	in	out	in	out	in
Madake	EWH	1.47	**2.28**	1.24	**2.55**				
	NSH					**0.78**	0.86	**0.69**	0.82
	ISO	1.02	1.65	0.95	1.79	**0.71**	0.88	**0.65**	0.91
Moso	EWH	1.40	**1.71**	1.49	**1.59**				
	NSH					**0.68**	0.76	**0.78**	0.82
	ISO	1.15	1.19	0.94	1.06	**0.68**	0.91	**0.76**	0.92

Note: Unit of strain = %, out = outer surface, in = inner surface.
Bold = strain at failure location

5 丸竹稈の曲げ試験

5.1 試験方法

曲げ試験の方法は既報[1,2]と同様のため，詳細は割愛する。Fig. 6 に試験体の歪みの測定位置を示す。BT1～BT3 は既報[1,2]に示したマダケの曲げ試験で，BT4～BT6 はあらたに実験を行ったモウソウチクの試験体である。

歪みの測定位置はいずれも節間の中央部である。BT1 では，載荷点 C における N・S 点の繊維平行方向と N・S・E・W 点の繊維直交方向，および，載荷点 C と同じ節間にある，載荷治具を避けた近くの点 D における N・S・E・W 点の繊維直交方向の歪みを計測する。BT2～BT6 では，載荷点 C の N・S・E・W 点における繊維直交方向歪み，載荷点のある節間に隣接する節間の中央部（点 D）における N・S 点の繊維平行方向歪み，N・S・E・W 点の繊維直交方向歪みを計測する。

なお，稈壁の繊維直交方向の曲げ破壊は，前述のように E・W 点よりはやや上部で生じると予測されるが，実験前にその場所を特定するのは困難であるため，破壊箇所に近いと考えられる E・W 点の歪みを計測する。

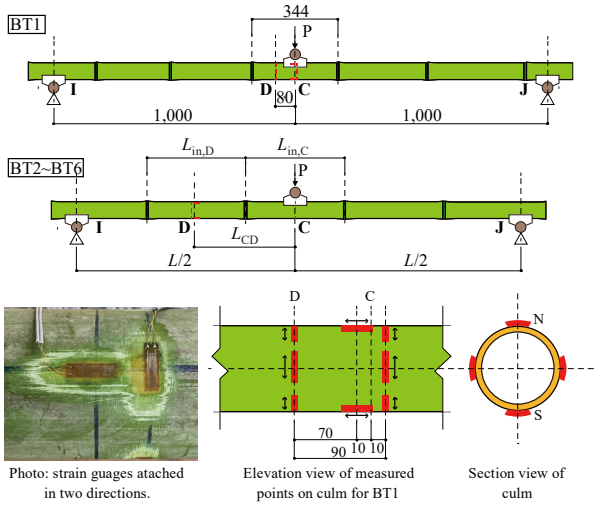


Fig. 6. Upper: Measuring points for strain on bending-test specimens. Lower: Layout and orientation of strain gauges.

Table 4 に試験体の各箇所の寸法値を示す。曲げ試験体に用いた丸竹は全て異なる竹稈から採取している。D，t はそれぞれ各測定点の稈直径と稈壁厚，L はその測定点のある節間の節間長である。歪みを計測する場所の節間長比 L/D は 4.4～6.8 である。既報[2]の方法で Brazier 効果の節による拘束効果を計算したところ，曲げ応力度が 100 N/mm^2 以下の応力レベルでは，節による断面扁平化拘束効果が生じない条件となっている。

また，曲げ試験を行った後，試験体から応力の大きな箇所や損傷した箇所を避けて竹稈を玉切りした試験体を抽出し，縦圧縮試験・ヒンジ付横圧縮試験・せん断試験の各種の力学試験，および各試験体の含水率，全乾比重の測定を行う。いずれも ISO 22157 の方法に準じて行い，ヒンジ付横圧縮試験は前述の方法で行う。

Table 4. Dimensions of specimens for the bending test.

Species			Madake			Moso		
Position	Dimension		BT1	BT2	BT3	BT4	BT5	BT6
C	D	[mm]	73.2	71.0	63.7	68.4	68.4	62.7
	t	[mm]	5.9	4.7	4.4	5.4	5.6	5.1
	$L_{in,C}$	[mm]	344	394	430	454	326	314
	$L_{in,C}/D$		4.7	5.5	6.8	6.6	4.8	5.0
D	D	[mm]	73.2	72.6	65.6	71.0	70.3	64.9
	t	[mm]	5.5	4.9	4.5	5.6	5.7	5.4
	$L_{in,D}$	[mm]	344	388	430	458	314	308
	$L_{in,D}/D$		4.7	5.3	6.6	6.5	4.5	4.7
I	D	[mm]	69.1	74.8	66.8	73.2	71.6	66.2
	t	[mm]	8.3	5.4	4.7	5.7	6.0	5.7
J	D	[mm]	73.2	67.5	60.5	64.6	65.2	59.8
	t	[mm]	5.3	4.7	4.4	6.0	5.4	5.0
L		[mm]	2000	1800	1800	1500	1500	1280
L_{CD}		[mm]	70	391	430	464	337	322

5.2 試験結果

Table 5 に各試験より得られた試験体の特性値を示す。表中，f_c :繊維平行方向圧縮強度，f_s :せん断強度，f_{bx}，E_{bx} ：丸竹稈曲げ試験から求まる繊維平行方向の曲げ強度と曲げヤング係数，$f_{bs,out}$，$E_{bs,out}$: EW ヒンジ付き横圧縮試験から求まる繊維直交方向の曲げ強度と曲げヤング係数，$f_{bs,in}$，$E_{bs,in}$: NS ヒンジ付き横圧縮試験から求める同特性値である。

Table 5. Properties of specimens for the bending-test.

Species		Madake				Moso			
Properties		BT1	BT2	BT3	Mean	BT4	BT5	BT6	Mean
MC	[%]	89.0	68.1	73.0	76.7	21.5	45.6	31.1	32.7
ρ_{dry}		0.64	0.69	0.69	0.67	0.60	0.82	0.82	0.75
f_c	[N/mm^2]	48.1	53.8	57.7	53.2	43.6	75.6	70.1	63.1
f_s	[N/mm^2]	9.1	11.9	13.6	11.5	10.0	14.1	15.1	13.1
f_{bx}	[N/mm^2]	80.3	95.5	95.3	90.4	98.7	108.2	101.3	102.7
E_{bx}	[N/mm^2]	17993	20714	20037	19581	14086	13356	16777	14739
$f_{bs,in}$	[N/mm^2]	23.0	25.4	28.2	25.5	26.8	43.7	48.9	39.8
$E_{bs,in}$	[N/mm^2]	1173	1238	1748	1386	1307	2634	2289	2077
$f_{bs,out}$	[N/mm^2]	10.8	11.5	11.1	11.1	11.8	15.3	18.8	15.3
$E_{bs,out}$	[N/mm^2]	1186	1319	1329	1278	2846	2846	2573	2755

本実験で用いた竹のうち，BT1～BT3（マダケ）は伐採～試験までの期間が短く，含水率が 68～96%程度と比較的高い。一方，BT4～BT6（モウソウチク）は伐採後半年

以上保管した竹であり，含水率は21～46%である。繊維直交方向の曲げ強度の平均値は，両竹種のいずれも内皮曲げ破壊のほうが2倍程度大きい。繊維直交方向の曲げヤング係数 E_{bs} は，マダケよりもモウソウチクのほうが全体的に大きいが，BT4はモウソウチクの中でも比較的全体的に強度・剛性が小さく，比重も小さい。

また，E_{bs} については，NSヒンジ付き・EWヒンジ付き試験の違いによる明確な差はみられない。

Fig. 7 の写真は，曲げ破壊時における中央載荷点付近の例である。いずれの試験体も，E・W 点より若干上部の位置でスパン方向の割裂を生じた時点で最大荷重となり，その後，急激に荷重が低下するとともにN・S点でも割裂を生じ，終局状態となった。全試験において最大荷重時のせん断応力度は1.0 N/mm^{2}以下と想定され，せん断強度（Table 5）と比べてもかなり小さいため，上記の割裂はせん断破壊ではないと考えられる。

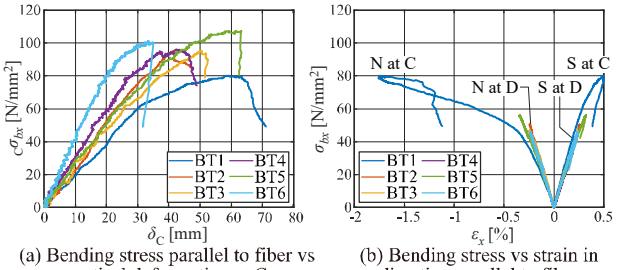
Left: Failure at center of BT2 after test, Right: Failure at center of BT5 after test.

Fig. 7. Photos of culm-wall bending failure in the bending test.

Fig. 8(a)は各試験体の載荷点Cの上下縁（N・S点）における繊維平行方向曲げ応力度 ${}_{C}\sigma_{bx}$（計算値）と載荷点変位 δ_C の関係である。${}_{C}\sigma_{bx}$ は，載荷点の曲げモーメントを同箇所の断面係数で除して求めている。

Fig. 8(b)は，繊維平行方向曲げ応力度 σ_{bx}（計算値）と繊維平行方向歪み ε_x（計測値）の関係であり，BT1では点C，BT2～BT6では点Dにおける結果である。σ_{bx} は，計測位置における曲げモーメントを当該箇所の断面係数で除して求めた。歪みの符号は，引張正・圧縮負である。BT1の計測店は載荷治具の直下であるためか，N点（圧縮縁）とS点（引張縁）で歪みは他の試験体と比べ大きく外れた曲線となっている。その他の試験では，N・S両点の歪みはほぼ対称かつ直線的で，BT1を除く全試験体を通じ勾配も同程度となっている。

Fig. 9 は載荷点Cにおける繊維平行方向の曲げ応力度 ${}_{C}\sigma_{bx}$（計算値）と繊維直交方向の歪み ε_s（計測値）の関係である。「EW」はE・W点歪みの平均値である。また，点線は各測定位置における前述のポアソン比を考慮したBrazier効果理論値であり，歪みの計測箇所の断面寸法と繊維平行方向・直交方向のヤング係数を用い計算したものである。その際，ν_{xs} の値は0.26を，各試験体の繊維平行方向のヤング係数はTable 5の E_{bx}，繊維直交方向のヤング係数は同表の $E_{bs,\mathrm{in}}$ と $E_{bs,\mathrm{out}}$ の平均値を用いた。



(a) Bending stress parallel to fiber vs vertical deformation at C

(b) Bending stress vs strain in direction parallel to fiber

Fig. 8. (a) Deflection at C versus bending stress parallel to fibre at C; (b) bending strain versus bending stress parallel to fibre at both the upper and lower edges of the cross-section.

載荷点Cの繊維直交方向の歪みはどの試験体においてもBETより大きく，特に載荷治具に直接接触するN点は，他3点と比べ歪みが著しく大きい。Table 6は各試験の最大荷重時のE・W点における引張歪みの平均値をまとめたものである。前述の横圧縮試験で得られた繊維直交方向の最大曲げ歪み（約0.7%）と比べ，BT2やBT4は非常に近い値であるが，他の試験体では大きめの値となっている。この乖離は竹稈の物性のばらつきによるものか，他の原因によるものか，今後の検討課題である。

Table 6. Tensile strain at EW points under maximum load.

Species	Madake			Moso		
	BT1	BT2	BT3	BT4	BT5	BT6
	1.08%	0.73%	0.81%	0.69%	1.35%	1.20%
Mean	0.88%			1.08%		

Fig. 10 は点Dにおける繊維平行方向曲げ応力度 ${}_{D}\sigma_{bx}$（計算値）と繊維直交方向の歪み ε_s（計測値）の関係である。中央載荷点と点Dが近接しているBT1を除き，点Dでは外力の影響がないためか，全体的にBETとよく整合している。BT3やBT4は荷重レベル全般に亘って，BT5やBT6は小さな荷重レベルでBETと非常によく整合していることが確認できる。したがって，試験体によってばらつきは見られるものの，Brazier効果理論に基づく本定式化は，繊維直交方向の応力・歪み分布の推

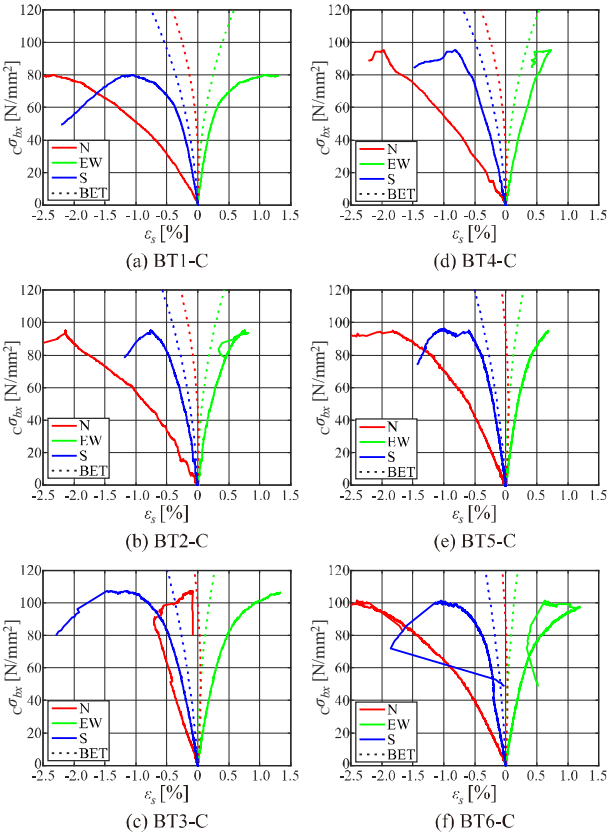


Fig. 9. Bending stress parallel to the fibre versus strain perpendicular to the fibre at point C.

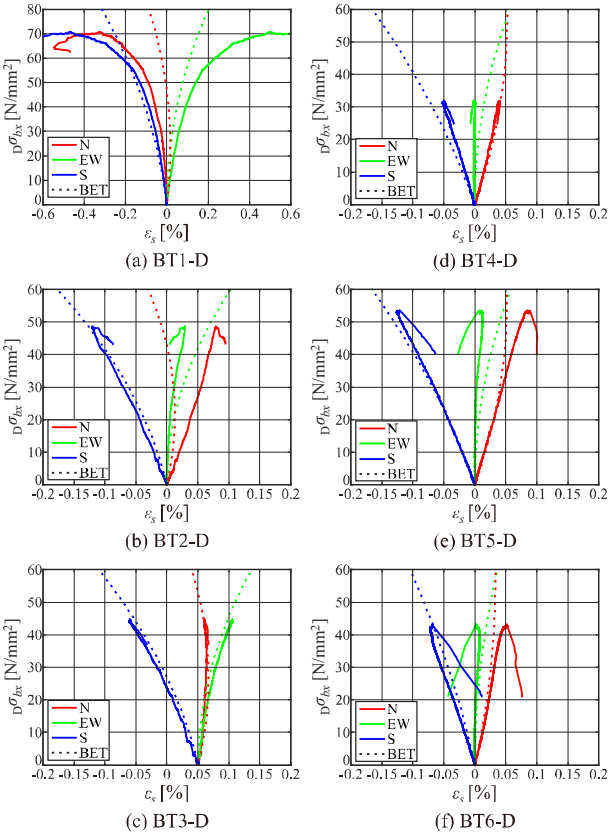


Fig. 10. Bending stress parallel to the fibre versus strain perpendicular to the fibre at point D.

定にかなり有効ではないかという期待が持てる。

6 結論

丸竹稈が稈軸に沿った曲げを受ける際に生じる繊維直交方向の応力・歪みについて，平面応力状態を仮定した弾性定数の算出，および Brazier 効果理論に基づく定式化を行った。マダケ・モウソウチクの試験体を用いた曲げ試験の結果と Brazier 効果理論値の比較を行ったところ，特に丸竹稈が直接外力を受けない箇所において，両者は良い整合を示した。一方，最大荷重時における繊維直交方向歪みは，予備実験により求めた最大歪みよりもやや大きい場合が多かった。同特性値の統計値を求めることも含め，今後，その原因を究明したいと考える。

謝辞 本研究の成果の一部は，2022・2023 年度前田記念工学財団研究助成，科研費（21H0037：新学術領域研究（研究領域提案型），植物構造オプト）の補助を受けたものである。また，沖恵輔氏，長野容平氏，築山銀時氏らを始めとした滋賀県立大学の学生より多大な協力を得た。ここに記し心からの謝意を表す。

参考文献

1) 永井拓生，沖恵輔，長野容平，木原湧：曲げを受ける丸竹稈に生じる応力分布および曲げ破壊に関する考察，第 17 回コロキウム構造形態の創生と解析 2022，日本建築学会，pp. 99-104，2022. 10.
2) 永井拓生，沖恵輔，長野容平，木原湧：丸竹稈の曲げ破壊メカニズムおよび曲げ強度に関する基礎的考察　竹稈壁に生じる曲げ応力の Brazier 効果理論・数値解析・実験による比較検証，構造工学論文集，vol. 69B，日本建築学会，pp. 119-128，2023. 4.
3) Brazier, L.G. : On the flexure of thin cylindrical shells and other thin sections, *Proceedings of the Royal Society of London*, A116, pp. 104-114, 1927.
4) Calladine, C. : *Theory of Shell Structures*, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1983.
5) Nagai. T. : Preliminary study on relationship between culm morphology and mechanical characteristics of Japanese bamboo, *Proceedings of the IASS Annual Symposium 2023 Integration of Design and Fabrication*, 10–14 July 2023, Melbourne, Australia, pp. 277-287, 2023. 7.
6) 永井拓生：Preliminary study on relationship between culm morphology and mechanical characteristics of Japanese bamboo，日本建築学会大会（近畿）学術講演梗概集，構造 OS（植物構造オプト）選抜梗概，pp. 947-950，2023. 9.
7) ISO 22157, *Bamboo structures – Determination of physical and mechanical properties of bamboo culms* –, 2019.
8) Amada S., Muneoka T., Nagase Y., Ichikawa Y., Kirigai A. and Zhifei Y. : The mechanical structures of bamboos in viewpoint of fuctionally gradient and composite materials, *Journal of Composite Materials*, Vol. 30, No. 7, pp. 800-819, 1996.
9) Oki K., Nagai T. : Study on compression strength of Japanese full-culm bamboo columns using short-length specimens, *Proceedings of the IASS Annual Symposium 2023 Integration of Design and Fabrication*, 10–14 July 2023, Melbourne, Australia, pp. 288-296, 2023. 7.
10) 有尾一郎，森田千尋，陶山裕之，佐藤英一，藤井堅：竹の異方性組織構造に観る複合積層モデルに関する力学的考察，日本機械学会論文集 A，vol. 69，no. 677，pp. 148-153，2003. 1.
11) Janssen, J. : Bamboo in Building Structures. Doctoral Thesis. Eindhoven University of Technology, Netherlands, 1981.
12) Akinbade A. Y. : Mechanical and Morphological Characterization of Full-Culm Bamboo, Doctoral thesis, Swanson school of engineering, University of Pittsburgh, 2020. 3.
13) Sharma B., Harries K. A., and Ghavami K. : Methods of determining transverse mechanical properties of full-culm bamboo, *Construction and Building Materials*, vol. 38, pp.627-637, 2013. 1.

平面から自由曲面へ自己変形するベンディングアクティブ構造の設計

上條陽斗 [1)]　舘知宏 [2)]
1) 東京大学工学系研究科建築学専攻，修士課程，hkamijo@g.ecc.u-tokyo.ac.jp
2) 東京大学総合文化研究科広域科学専攻，教授，tachi@idea.c.u-tokyo.ac.jp

1　はじめに

自由曲面構造は三次元モデリングや形態創生手法の発達により設計可能となったが、製造にはコスト面での課題がある。手作業のコストを自動化によって削減しうる曲面の生産技術として、平面で構築した構造が立体へと自己変形する構造がデジタルファブリケーションの分野で近年盛んに研究されている [1], [2]。

中でも、プレストレス膜によって変形を駆動する手法は特殊な材料を必要とせず、建築スケールでの応用を目指した研究がおこなわれている [3]–[5]。プレストレス膜に複合されたグリッド状のロッドが座屈して自己変形する手法は Self-Assembly Lab[6] で初期の研究が行われた。ロッドの座屈を用いる手法は、プレストレス膜を用いて自由曲面を製造する構造の例 [3], [4] に多い膜テンセグリティ構造よりもロッドが連続するため安定した構造を期待でき、また全体が緩やかに曲がり、鋭く折れる部分が存在しないため、応力の集中が避けられる。しかし、ロッドの大変形と膜の釣り合いを用いるこの手法は変形後の形状の解析が難しく、Pérez ら [7] が対話的なツールを用いた設計に取り組んでいるが、与えた曲面に沿うように変形する構造の設計手法はまだ存在しない。

本研究ではプレストレス膜と弾性変形するロッドを複合したベンディングアクティブ構造を対象に、目的曲面を近似するように変形するベンディングアクティブ構造の設計手法を提案する。膜とロッドの釣り合いによるベンディングアクティブ構造の形状決定は複雑な非線形性を持ち、最適化プロセスの一部として計算することは現実的ではない。提案手法では自由曲面に沿った構造を変形の逆問題を解いて設計するにあたり、問題を幾何的な問題と、材料特性や変形によって非線形性を持つ問題に切り分ける。幾何的な制約の最小化問題を解くことでロッドの配置を求め、その後で実験的に求めた縮小率とロッドの形状の非線形な関係を用いてロッドの断面形状を決定する。この手法を用いて設計した自由曲面構造を実際に製作し、与えた形状が実現されることを確かめた。

2　ファブリケーション手法

本研究では自己変形構造の製造手法として、著者らが提案したプレストレス膜と格子状に切り出したロッドを複合する手法 [8] を採用する。材料にはロッドとして厚さ 0.25 mm のラミネートフィルム（ポリエステル製）、プレストレス膜として二方向に伸縮可能なパワーネットチュール（ポリエステル 100%）を使用した。

図 2 にファブリケーション手法の概略を示す。

3　設計

3.1　設計のアイデア

2 のファブリケーション手法において正方形グリッドで一定幅のカットパターンを用いると元の正方形から面内方向へ均一に収縮した曲面が得られる。ロッドの幅やグリッドの一辺の長さを変化させると縮小率も変化する。ここから、曲面内の場所ごとにロッド幅、ロッドの長さを設計することで面内の縮小率を制御して非零のガウス曲率を作り出せるという発想に至る。

本章では入力された曲面を近似するベンディングアクティブ構造をカットパターンによる面内の縮小率の制御で設計する手法を説明する。

3.2　設計のフロー

この設計では入力として向き付け可能かつ面の二色塗分けが可能な四価頂点四角形メッシュ M を受け取り、入力形状を近似するベンディングアクティブ構造を製造するカットパターンを出力する。二色塗分け可能性はファブリケーション手法の (e) で凹凸が交互に来るモードの割り付けを可能とする条件となっている。

提案する設計手法は、膜とロッドの釣り合いによる複雑な非線形問題を回避するために問題をグローバルな問題としての幾何的制約の最小化と、ローカルな問題としてのロッドと膜の釣り合いの二つの部分に切り分ける。まず、製造する構造とカットパターンを線分の集合でモデル化し、その間で満たされるべき幾何的制約を定式化する。この制約を最小化を用いて解くことで、平面から

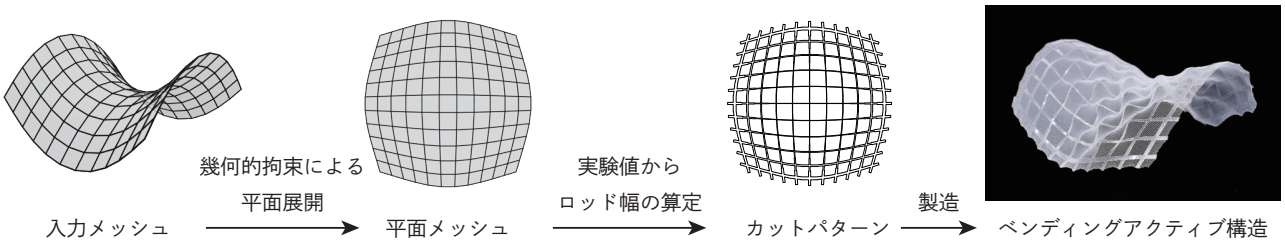


図 1　本論文で提案する入力曲面に沿った曲面テキスタイルの設計プロセス

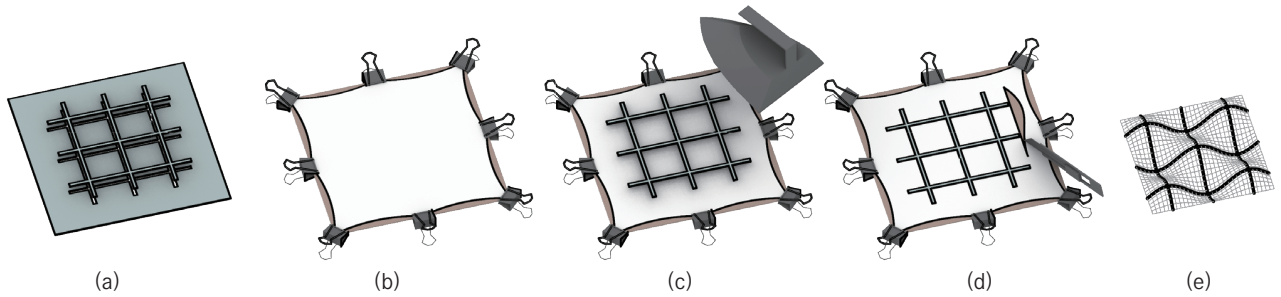


図 2　ファブリケーションの手順。(a) レーザーカッターでラミネートフィルムをカットパターンに沿って切り出す。(b) チュールを引っ張った状態で板に固定する。チュールには伸びやすい方向と伸びにくい方向があるので、伸びやすい向きに 1.8 倍、伸びにくい向きに 1.2 倍伸ばす。(c) 切り出したラミネートフィルムをチュールにアイロンで接着する。(d) 構造の周囲を切り離して張力を解放する。(e) ラミネートフィルムの格子の頂点が交互に凹凸を繰り返すモードへ形状を整える。

製造可能な曲面構造のモデルと、カットパターンのモデルの組が得られる。得られたモデルから、面内方向への縮小率が各ロッドに定まる。その縮小率を実現するロッドの切り出し幅を求める際には、膜の挙動の解析モデル化が困難なため、ロッド長さと縮小率に対応するロッド幅を実験値からフィットして予測する。

設計の手順は次のように進む。

(1) カットパターンの幾何的な制約を満たす平面上の四角形メッシュを求める。
(2) 入力メッシュと平面展開したメッシュから各ロッドの切り出し幅を算定する。
(3) カットパターンを生成する。

3.3　モデル化

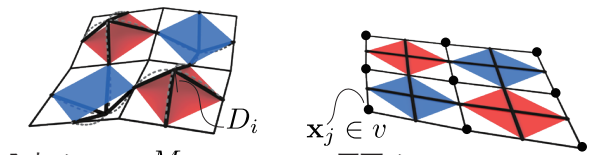
入力メッシュを近似するベンディングアクティブ構造の幾何的形状を図 3 のように線分でモデル化する。このモデルを以下では「線分モデル」と呼ぶ。

まず、入力メッシュの各面に対して図 3 に点線で示したように一つの十字型のロッドを割り当てる。四角形メッシュのある面 f_i について、その四辺の中点を結んだ四辺形は、中点連結定理より平面の四辺形、更には平行四辺形となる。この平行四辺形の二対角線の交点から平行四辺形の法線方向に D_i 移動した点を頂点とし、頂点と平行四辺形の四頂点を結ぶ線分によって十字型のロッドを表現する。このとき、面の二色塗分けに従って、一方では法線方向をメッシュの一方に、他方では法線方向を逆向きに取ることで、実際の構造と同様に交互の凹凸を持った形状をモデル化できる。頂点の座標は D_i に依存するが、D_i が正のいずれの値でも隣接する頂点が入力メッシュの上下に交互に出るため、入力メッシュを近似できる。つまり、このモデル化では入力形状を近似する構造の設計変数は面の個数だけ存在する実数値 D_i である。

3.4　入力メッシュの平面展開

入力メッシュを近似する曲面構造を平面から製造可能なカットパターンが設計の出力となる。このカットパターンに対応する平面メッシュを求めることを本論文では入力メッシュの「平面展開」と呼ぶ。入力メッシュの平坦化の手法は Jiang ら [9] の提案する四角形メッシュの等角写像を求める手法を基にしている。

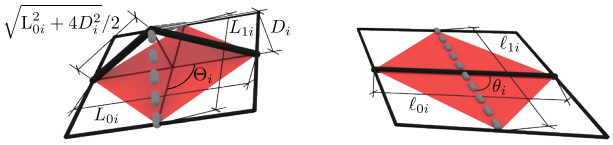
まずは問題設定を行う。入力の四角形メッシュを (頂点座標列, 面を構成する頂点番号の組の列) によって $M = (V,\ F),\ V = (\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \ldots),\ \mathbf{X}_i \in \mathbb{R}^3$、それと



入力メッシュ M　　平面メッシュ m

設計変数 D_i（凹凸の大きさ）　設計変数 v（頂点座標列）

図 3　入力メッシュ M と、平面メッシュ m でのロッドの線分モデル化。平面展開時に、立体での凹凸の大きさ D_i および平面での頂点座標列 v を設計変数とした最小化を行う。



入力メッシュ M　面 f_i　　平面メッシュ m　面 f_i

図 4　入力メッシュ M と、平面展開したメッシュ m 上の面 f_i に対する記号の割り当て。

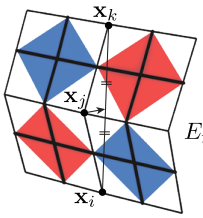
同じトポロジーを持つ平面の四角形メッシュを $m = (v,\ F),\ v = (\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \ldots),\ \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^3$ とする。3.3 で説明した面に割り当てられた四角錐上の四線分を 1 ユニットしてとり、M と m のそれぞれの面 $f_i \in F$ に図 4 のように形状に記号を割り当てる。つまり、M 上の平行四辺形の対角線の長さをそれぞれ $L_{0i},\ L_{1i}$、対角線のなす角を Θ_i、四角錐の高さを D_i とし、m に対しても同様の記号の小文字で表す。ただし平面のメッシュなので $d_i = 0$ は常に成り立つ。

平面展開では、平面メッシュの頂点座標 v および、立体形状での各ユニットの凹凸の高さに相当する D_i を設計変数とし、満たすべき条件を目的関数として定式化し、これを最小化することで問題を解く。目的関数をここでは全て長さの 4 乗の単位を持つように定義した。

まず、平面展開可能な条件として展開の前後で各線分の長さ、二方向の交わる角度を保存する条件を E_{dev} とする。この条件はそれぞれロッドが伸び縮みしにくいこと、ロッドの交点が面内に回転しないことを表現している。E_{dev} を次のように定式化する。

$$E_{\text{dev}} = \sum_{f_i \in F} ({L_{0i}}^2 + 4D_i^2 - \ell_{0i}^2)^2 + (L_{1i}^2 + 4D_i^2 - \ell_{1i}^2)^2 + \ell_{0i}^2 \ell_{1i}^2 (\cos\Theta_i - \cos\theta_i)^2$$

ユニットの十字が隣接するユニットに接続する端点には条件を設置していない。細長いロッドであるため、変曲



$$E_{\text{fair}} = \sum_{(i,\ j,\ k) \in I} \|\mathbf{x}_i - 2\mathbf{x}_j + \mathbf{x}_k\|^4$$

図 5　正則化項の幾何学的な説明。$\mathbf{x}_j$ が $\mathbf{x}_i,\ \mathbf{x}_k$ の中点に来るような制約。

点付近となる接続部での回転角は無視できるとした。

次に D_i に目標値を定める。目的の形状を近似する構造の解として、局所的な凹凸の大きさ D_i に構造全体で 1 つの自由度を持つことが考えられる。つまり、全体が平面形状からどれだけ収縮して立体になるかについて選択の余地がある。縮小率が極端に大きくなったり小さくなったりすることを防ぐために、ある $\alpha \in [0, 0.5]$ を用いて D_i の目標値を $\alpha(\ell_{0i} + \ell_{1i})/2$ と定める。この条件 E_{delta} を次のように定式化する。

$$E_{\text{delta}} = \sum_{f_i \in F} (D_i - \alpha(\ell_{0i} + \ell_{1i})/2)^4$$

補助的な役割として、平面メッシュ m がジグザグして凸でない四角形を面に持つことを避けるために、正則化の項を付け加える。m の辺を縦糸と横糸に分けた際、それぞれにおいて連続する頂点の頂点番号の組 $(i,\ j,\ k)$ 全体を含む集合を I として、正則化の項を次のように表現する。

$$E_{\text{fair}} = \sum_{(i,\ j,\ k) \in I} \|\mathbf{x}_i - 2\mathbf{x}_j + \mathbf{x}_k\|^4$$

この拘束は、図 5 に示したように、$\mathbf{x}_j$ が $\mathbf{x}_i,\ \mathbf{x}_k$ の中点に来る状態を表している。

最後に以上の拘束を重みづけして足し合わせて目的関数 E_{total} とする。$(w_{\text{dev}},\ w_{\text{delta}},\ w_{\text{fair}}) \in \mathbb{R}^3$ を重みづけに用いて、次のように表す。

$$E_{\text{total}} = w_{\text{dev}} E_{\text{dev}} + w_{\text{delta}} E_{\text{delta}} + w_{\text{fair}} E_{\text{fair}}$$

$E_{\text{total}} = 0$ となる解を準ニュートン法の一種である L-BFGS-B 法を用いて解いた。実装には Python のライブラリ Scipy に実装された、scipy.optimize.minimize(method='L-BFGS-B') を用いた。計算に使うヤコビアンは前処理として解析的に求

めたものを使用している。本論文で紹介する設計では重みづけを $(w_{\mathrm{dev}} = 1,\ w_{\mathrm{delta}} = 0.001,\ w_{\mathrm{fair}} = 0.001)$ とし、D_i の目標値の係数 $\alpha = 0.2$ とした。また、計算の初期値には平面メッシュ m にはすべての面が長方形となるメッシュを、D_i には $D_i = \alpha(\ell_{0i} + \ell_{1i})/2$ を用いた。

3.5 ロッド幅の算定

ロッド幅を算定するにあたり、m 上で一つの面に描かれる平行四辺形の 2 本の対角線（図 4 の m 上に実線及び破線で描かれた二線分）はそれぞれ一定のロッド幅を持つこととする。前節で平面展開したメッシュと入力メッシュから各ロッドが立体に変形する際の面内の縮小率 $\frac{L_{0i}}{\ell_{0i}},\ \frac{L_{1i}}{\ell_{1i}}$ を求められる。

面内の縮小率に影響するパラメーターのうち主要なものを各ロッドの平面状態での長さおよびロッド幅だと考えて扱う。実際にはあるロッドに圧縮力を加える膜の面積なども影響すると考えられるが、正則に近いグリッドではロッドの長さの従属変数と見ることができると考えて無視した。

膜の挙動を精度よくモデル化することは、膜の異方性と、アイロンで加熱した際の塑性化の効果が不確かであるため難しい。それゆえ、本手法では理論的なモデル化ではなく実験値からフィットすることによってロッドの長さ、ロッド幅と縮小率の関係を予測することにする。

実験には図 6 に示す正方形グリッド 3×3 ユニットを用い、端部の効果を減らすために、中央付近の二か所の長さ $L_0,\ L_1$ を測定し、この平均値を用いて縮小率を計算した。パラメーターは正方形グリッドの一辺の長さ $\ell = 20,\ 30,\ 40$ mm、ロッドの幅 $w = 1,\ 1.5,\ 2,\ 2.5,\ 3$ mm の組み合わせ 15 種類で実験した。

実験結果を用いて、縮小率を二次式 $a\ell^2 + b\ell w + cw^2 + d\ell + ew + f$ でパラメーター $(a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f)$ についてフィットした。最小二乗法で実装された scipy.optimize.crv_fit を用いてフィットした結果を図 7 に示す。ただし、縮小率が 1 を超えることはないため、最大値を 1 としている。フィットした結果を用いて、平坦状態の各ロッドの幅を計算した。

3.6 カットパターンの生成

3.5 で求めたロッドの幅を用いてカットパターンを生成する。それぞれのロッドを表す線分に対してロッドをロッド幅の 0.5 倍だけ各方向にオフセットして得られる長方形をすべてのロッドに対して計算し、長方形領域の和を取ることでカットパターンとする。図 8 に例を示している。

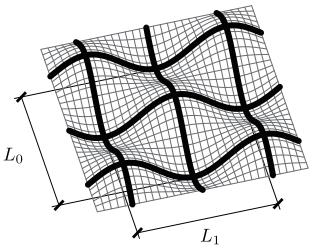


図 6　縮小率の計測に用いた 3×3 ユニット試験体。凹側の二頂点間の長さ $L_0,\ L_1$ を計測した。

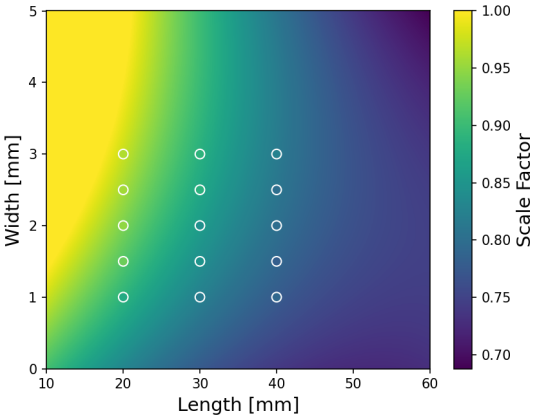


図 7　ロッドの長さ、ロッド幅に対応する縮小率の予測。実験的に計測した 15 点を白丸で示している。

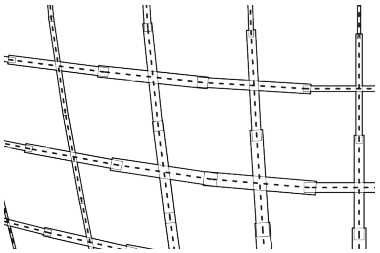


図 8　カットパターンの生成。破線がロッドの中心線、細線がロッド幅の 0.5 倍だけオフセットした長方形、太線が長方形領域の和を取ったカットパターンを示す。

4 手法の検証

4.1 設計例

3 で提案した設計手法を用いて、実際に入力メッシュからカットパターンを生成し、実際に製造してその結果を確かめる。図 9 に正曲率、負曲率、正負曲率混合 3 種類の入力メッシュ、製造された形状、カットパターンを示す。入力によってはロッド幅が負の値を取ることもあるが、ここではメッシュの粗さや入力曲面の曲率を調整して製造可能な出力が得られた例のみを示している。

いずれの例でも定性的なガウス曲率の正負が再現され

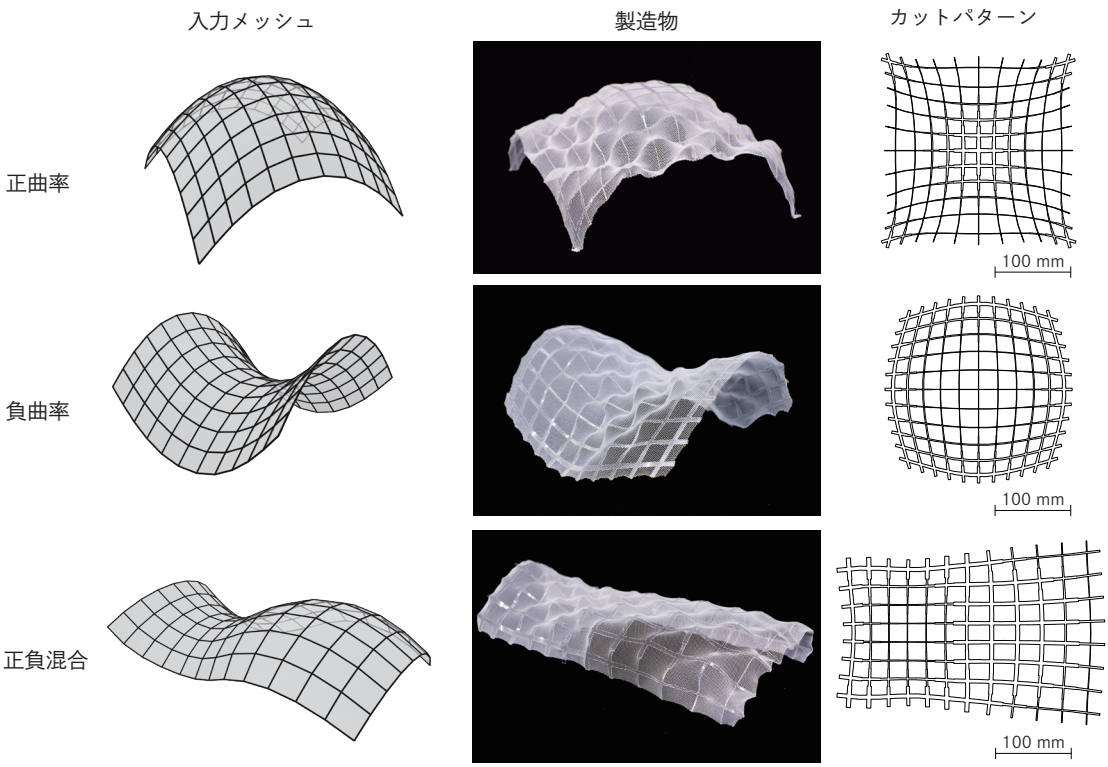


図 9　提案手法を用いたベンディングアクティブ構造の設計例

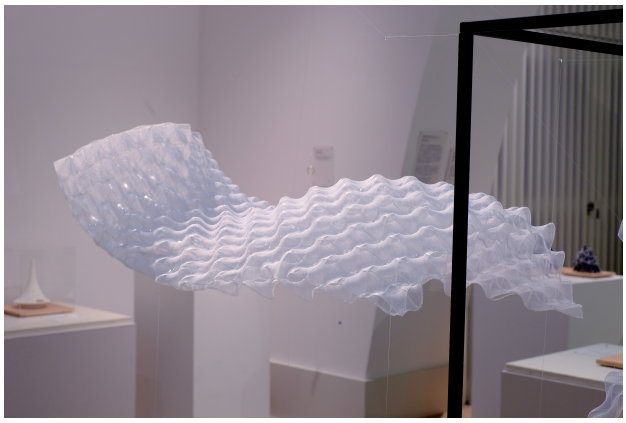


図 10　複層したベンディングアクティブ構造の設計事例。本論文とはロッドの材料、張力の大きさが異なる。

ている。しかし、ガウス曲率の正負が混在する曲面では曲率の絶対値が小さくなっていることが見て取れる。

4.2　考察

製造結果から、今回提案した設計手法が非零のガウス曲率を持つ形状を定性的には近似する構造を設計できることがわかった。同種のベンディングアクティブ構造は 10 年以上前から知られていたが、この構造を自由曲面に沿わせる設計手法は今まで実現されていなかった。本手法は平面で組み合わせた構造が立体に変形するという利点があるこの構造を設計可能にしている。

一方、ガウス曲率が入力形状よりも小さくなってしまうという課題が残った。製造物とカットパターンを観察すると、ロッド幅が広くなる正曲率の中心部分、負曲率の周辺部分が、入力形状に対して曲率が特に小さく平坦になっている。この原因として次のような点が考えられる。まず、この構造は一様でない面内収縮によって面外変形を引き起こして自由曲面を近似している。本手法のモデル化では十字型ユニット間の端点での回転角の拘束をかけておらず、面外変形に関する拘束が無視されている。実際には、ロッドの面内変形と、面外変形が拮抗して立体形状が決まるため、ロッド剛性が無視できなくなると、面内変形が設計値よりも抑制され、意図した曲率が実現されない。また、縮小率が 1 に近いことで凹凸が小さくなり、モードが安定しにくくなることも可能性としてあげられる。実現可能な縮小率に制約がある以上、設計可能な曲面形状には制限があると考えられるが、実現可能な範囲についてはまだ検証できていない。

なお、この設計手法のアイデアは面内の縮小率を制御することで平面から曲面を作るものであり、各点での内在量、つまりガウス曲率までしか指定できず、目標の曲面からの等長変形を許してしまう。例えばこの手法では円柱面と平面を区別して設計することはできない。

この制約に対しては端部に支持条件を設定するなど複数の対応が考えられるが、ここでは曲面をオフセット

し、2 層の曲面構造を複層することで外在量を指定するアイデアを提示する。図 10 は本提案手法を応用して、ある正負曲率の混在する曲面と、それをオフセットした曲面のそれぞれに対して構造を設計し、それらを一層目の凹側の頂点と、二層目の対応する凸側の頂点を接合することで複層した構造物を示している。この例では 573 mm × 972 mm × 312 mm と、他の設計例よりも大きい構造を実現している。複層の効能は外在量の指定のみでなく、単層では柔軟に変形して自重でつぶれてしまう構造の曲げ剛性を高めることにも寄与できると考えられる。複層が構造性能に及ぼす効果の評価及び複層を可能にするためのオフセットアルゴリズムを含めた設計手法の開発は今後取り組むべき課題である。

また、本手法では入力形状をメッシュで受け取っている。しかし、同じ曲面形状に対してもメッシュの切り方によって実現する構造は変化する。実際の設計においては曲面形状のみを意匠的な意図で指定して、メッシュの切り方は計算によって最適化したい場合も想定される。曲面状のメッシュの頂点位置を設計の最適化の対象に含めると曲面近似以外の要求、例えば構造的な性能を担保するために、ロッド幅の最も狭くなる部分をできる限り広くしたいなどの要求に応えられる可能性がある。

5 まとめ

本論文ではプレストレス膜とロッドを複合したベンディングアクティブ構造を自由曲面に沿わせる設計手法を提案した。提案手法は構造全体のグローバルな問題をロッドの配置が満たす幾何的な拘束のみでモデル化し、複雑な非線形性を持つ膜とロッドの釣り合いの問題を 1 ユニットごとのローカルな問題として扱っている。この問題の切り分けによって計算コストの高い有限要素法を用いず現実的な時間で最小化問題を解く設計を可能にしている。同種の構造の製造手法や解析手法が多く提案される中で、今まで実現されていなかった自由曲面に沿う構造の設計手法を提案できた。

謝辞

本研究は形態創生コンテスト 2022 の提出作品「Buckle in Buckling」（上條陽斗・田崎祥・木島凪沙）に着想を得ています。田崎・木島の両名に謝意を表します。

本研究は JST AdCORP「計算機を活用した設計技術と製造技術による人と環境にやさしい人工物の実現」の助成を受けたものです。

参考文献

[1] Tian Chen, Julian Panetta, Max Schnaubelt, and Mark Pauly. Bistable auxetic surface structures. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 40, No. 4, pp. 1–9, 2021.

[2] Koya Narumi, Kazuki Koyama, Kai Suto, Yuta Noma, Hiroki Sato, Tomohiro Tachi, Masaaki Sugimoto, Takeo Igarashi, and Yoshihiro Kawahara. Inkjet 4d print: Self-folding tessellated origami objects by inkjet uv printing. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 42, No. 4, pp. 1–13, 2023.

[3] Yuta Shimoda, Sei Hayashi, Hiroki Awaji, Taichi Nakamura, Haruto Kamijo, Tomoyuki Gondo, Tomohiro Tachi, and Jun Sato. Construction of developable freeform membrane tensegrity structures. *Proceedings of the IASS Annual Symposium 2023 Integration of Design and Fabrication*, pp. 2147–2157, 7 2023.

[4] David Jourdan, Mélina Skouras, Etienne Vouga, and Adrien Bousseau. Printing-on-fabric metamaterial for self-shaping architectural models. *Advances in Architectural Geometry 2020*, 2020.

[5] Lotte Aldinger, Georgia Margariti, Axel Körner, Seiichi Suzuki, and Jan Knippers. Tailoring self-formation fabrication and simulation of membrane-actuated stiffness gradient composites. In *Proceedings of IASS Annual Symposia*, Vol. 2018, pp. 1–8. International Association for Shell and Spatial Structures (IASS), 2018.

[6] Self-Assembly Lab Christophe Guberan, Carlo Clopath. Active shoes. `http://www.christopheguberan.ch/active-shoes/`, 2013. Accessed on 2023-10-09.

[7] Jesús Pérez, Miguel A Otaduy, and Bernhard Thomaszewski. Computational design and automated fabrication of kirchhoff-plateau surfaces. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 36, No. 4, pp. 1–12, 2017.

[8] 上條陽斗, 木村正子, 木島凪沙, 仙福孝太朗, 舘知宏. ラミネートフィルムを用いた曲面テキスタイルの設計と製造. In *Conference on 4D and Functional Fabrication*, pp. 147–150, 2022.

[9] Caigui Jiang, Cheng Wang, Florian Rist, Johannes Wallner, and Helmut Pottmann. Quad-mesh based isometric mappings and developable surfaces. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 39, No. 4, pp. 128–1, 2020.

任意プロファイルを持つ柱面に折り変形する切紙構造の設計手法

十塚 響[1)]，安達 瑛翔[2)]，舘 知宏[3)]
1)東京大学工学系研究科，修士課程，jif.bikilwg10@gmail.com
2)東京大学総合文化研究科，特任研究員，博士（学術），adachi.akito.53u@gmail.com
3)東京大学総合文化研究科，教授，博士（工学），tachi@idea.c.u-tokyo.ac.jp

1　序論

近年，可変な曲面構造を作る手法として，折紙の変形機構が注目されており，畳んで持ち運び可能なドーム[1]や人道橋[2]などが提案されている．こうした中，切紙または切り折紙と呼ばれる，切れ込みや穴のある折紙も注目されている．切紙は折紙よりも幾何的な拘束が少ないことから，ポアソン比が負になる構造[3]や双安定構造[4]が比較的つくりやすい．特に，Nojima, Saito[5]が提案するCubic Coreは，正方形パネルが折り目を介して格子状に並んだ切紙構造であり，図1のように凹凸を作るように折り変形するCubic Coreは，防振装置[6]や圧電素子[7]のコア材としての構造的な応用の可能性のほか，折り変形によって柱面に沿った空間構造を構成する形態的に優れた性質も持ち合わせている．

このような特徴から，Cubic Coreは持ち運べる展開構造物として有用性が期待できるものの，折り変形の自由度が高いことから，折り変形や形状を制御することが困難である．そこで，本稿ではCubic Coreを拡張した「切紙ラティス」，すなわち長方形パネルが折り目を介して格子状に並んだ切紙構造を提案し，その折り変形の数理，特に局所的および大域的な折り変形を明らかにする．次に，パラメタの異なる切紙ラティスを2層に貼り合わせて得られる，柱面に折り変形する1自由度の切紙構造を提案し，2層間の幾何的条件から任意プロファイルを持つ柱面に折り変形するように各パラメタを求める設計手法を論じる．

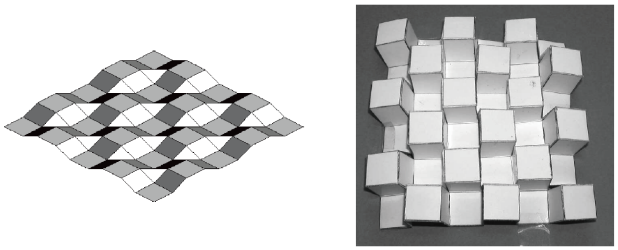


図1　Cubic Core designed by Nojima and Saito[5]

2　切紙ラティスの設計パラメタ

8枚の長方形パネルPが環状に連結した形状をモジュールMと定義する・モジュールの中心にはパネルに囲まれた穴が存在する．この穴に接するパネルをアーム$\{P_{2,1}, P_{1,2}, P_{3,2}, P_{2,3}\}$，穴に接しないパネルをタイル$\{P_{1,1}, P_{3,1}, P_{1,3}, P_{3,3}\}$（ただし$k = 1, 2, 3$）と呼ぶ．また，この穴の頂点を図2のようにパネルの表から見て反時計回りにx_1, x_2, x_3, x_4とする．モジュールMの形状を決定付ける設計パラメタにはパネルの辺長を用いれば良い．各パネルは共通する辺を等長に共有して敷き詰められることから，敷き詰めの方向uまたはvそれぞれを向く辺長$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3$を，モジュール$M_{(i,j)}$の設計パラメタに定める．ただし，本構造の機構の解析にはタイルの形状は寄与せず，アーム部の長さu_2およびv_2のみが関係するため，これらを代表して$u = u_2$, $v = v_2$と記す・

切紙ラティスを，一部パネルを重複させながら$m \times n$個モジュールを並べたテッセレーションと定義する．ここで，i, j番目のモジュール$M(i, j)$について考える．このとき，パネルと穴の頂点，設計変数についても(i, j)で添字付ける．モジュールの重複関係からパネルは

$$\begin{cases} P_{3,k(i,j)} = P_{1,k(i+1,j)} \\ P_{k,3(i,j)} = P_{3,2(i-1,j)} \end{cases}, \text{where } k = 1, 2, 3$$

のように一部が重複している・さらに$u(i, j)$はjによらず，$v(i, j)$はiによらないため，代表して$u(i)$, $v(j)$とあらわす・したがって，機構に関係する設計パラメタは$u(i)$, $v(j)$の$m + n$個存在する・

3　切紙ラティスの折り変形

切紙ラティスの折り変形は，全てのモジュールが互いに適合性を満たしつつ連動する必要があるため，まずモジュールにおける局所的な折り変形に着目し，その適合条件からテッセレーションにおける大域的な折り変形を明らかにする．以降．モジュール内のパネル

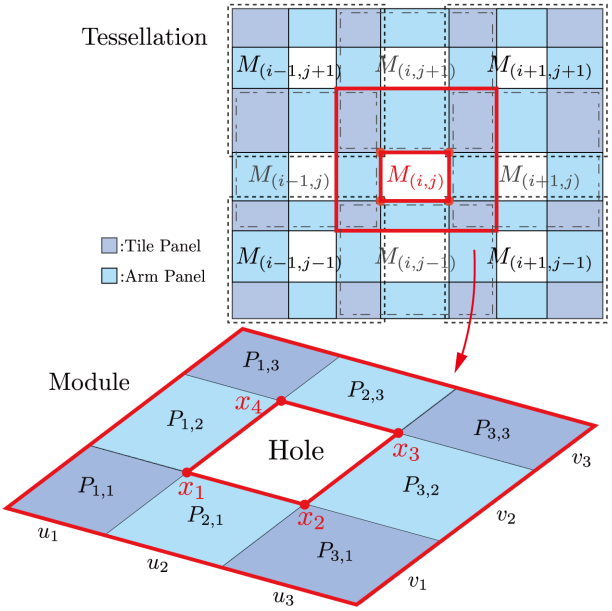


図2　Tessellation and Module of a Kirigami Lattice

間の折角（パネルの表から見て山折りが正，谷折りが負）が全て0である状態を展開状態，それ以外を折り状態と呼び，後者は折り変形fを用いて$f(M)$などと表す．

3.1　モジュールの折り変形

3.1.1　折り変形モード

パネルPを剛体と仮定すると，モジュールは8枚の剛体パネルと8本の回転ヒンジからなる閉リンク機構であるため，その折り変形は2自由度である．本構造の折り変形はいくつかのモードへの分岐を伴い，それぞれのモードで2自由度変形をすることを特徴としている・以下に，そのモードの分類とそれぞれのモードにおける運動学を記述する・

まず，機構はその山谷の折られ方によって，穴の辺ベクトル$\overrightarrow{x_1x_2}, \overrightarrow{x_4x_3}$は

$$\begin{cases} \text{parallel} : f\left(\overrightarrow{x_1x_2}\right) = f\left(\overrightarrow{x_4x_3}\right) & (1) \\ \text{skew} : f\left(\overrightarrow{x_1x_2}\right) \neq f\left(\overrightarrow{x_4x_3}\right) & (2) \end{cases}$$

のいずれかになる・この2つは穴の向かい合う2辺が平行またはねじれの位置にあり，その状態に対応するparallel(1)またはskew(2)モードへと分岐する・

それぞれのモードにおいて，モジュールがどのような折り変形するかを議論するため，$P_{1,1}, P_{1,3}$間の折角αと$P_{1,1}, P_{3,1}$間の折角βを定義する．parallelモードでは，(1)に加えて穴の向い合う2辺の長さが等しいことから，穴が平行四辺形となる・parallelモードではどの折り状態においてもタイルは全て平行な関係にあり，各パネル間の折角は図3のようにα（またはβ）のみで表せられる．

一方，skewモードでは一般にα（またはβ）のみで全てのパネル間の折角を表せず，各パネル間の折角は図3のようにα, β, γによって，2種類の異なるモードとして表せられる．モードの1つはu（またはv）方向のタイルがそれぞれ平行な折り変形であり，平行なタイル同士の距離はβ（またはα）によって1つに定まるほか，そのu（またはv）方向から見た穴の四辺形は4-bar linkageで，α, γ（またはβ, γ）が連動して1自由度で回転運動するため，u-rotation（またはv-rotation）モードと呼ぶ．なお，skewモードの特殊な場合として，タイルが全て平行な関係にあるin-plane状態が存在する．in-plane状態は，u-rotationモードとv-rotationモードの交差部分であり，その状態は1パラメタの族を持つ・

本稿ではタイル同士の回転角によって柱面に折り変形する切紙構造を創出する狙いから，以降はskewモードにのみ着目する．

3.1.2　skewモードの折り変形パラメタ

skewモードの運動学を考えるため，u-rotationとv-rotationの対称性から，u-rotationのみを対象として，その折り変形をパラメタ化する・なお，アームが水平状態から垂直に立ち上がるまでの$|\alpha| \leq \frac{\pi}{2}$, $|\beta| \leq \frac{\pi}{2}$, $|\gamma| \leq \frac{\pi}{2}$に限定する・$u$-rotationでは，$P_{1,1}$と$P_{3,1}$，$P_{1,3}$と$P_{3,3}$が折り状態においてすべて平行となるため，その方向からの直投影図を作ると，アーム$P_{1,2}, P_{3,2}$は線対称にクロスした2線分として描ける（図3）・この投影図においては，$P_{1,1}$と$P_{3,1}$，$P_{1,3}$と$P_{3,3}$は，互いにオフセットした位置関係にあるため，オフセット距離（パネルの間の距離）を**高さ**hとして定めることを考える・(ただし，hは符号付の値を取ることができ，$P1,1$を基準とした$P3,1$の法線方向を正とした高さを用いる)．クロスした2線分とそれらの端部を結ぶ長さhの仮想的な線分の組み合わせによって4-bar linkageを構築することができるため，この4-bar linkageの1自由度をもう一つのパラメータとして定める・具体的には$P_{1,1}$と$P_{3,1}$，$P_{1,3}$と$P_{3,3}$に対する**回転角**$\theta_u = \alpha - \gamma$を用いて表現できる・ゆえに，これらを折り変形パラメタと定め，折り変形をf_{h,θ_u}と表す．ただし，α, β, γの範囲より

$$|h| \leq \min\{u, v\} \ \wedge \ |\theta_u| \leq \frac{\pi}{2} \qquad (3)$$

を満たす必要がある・

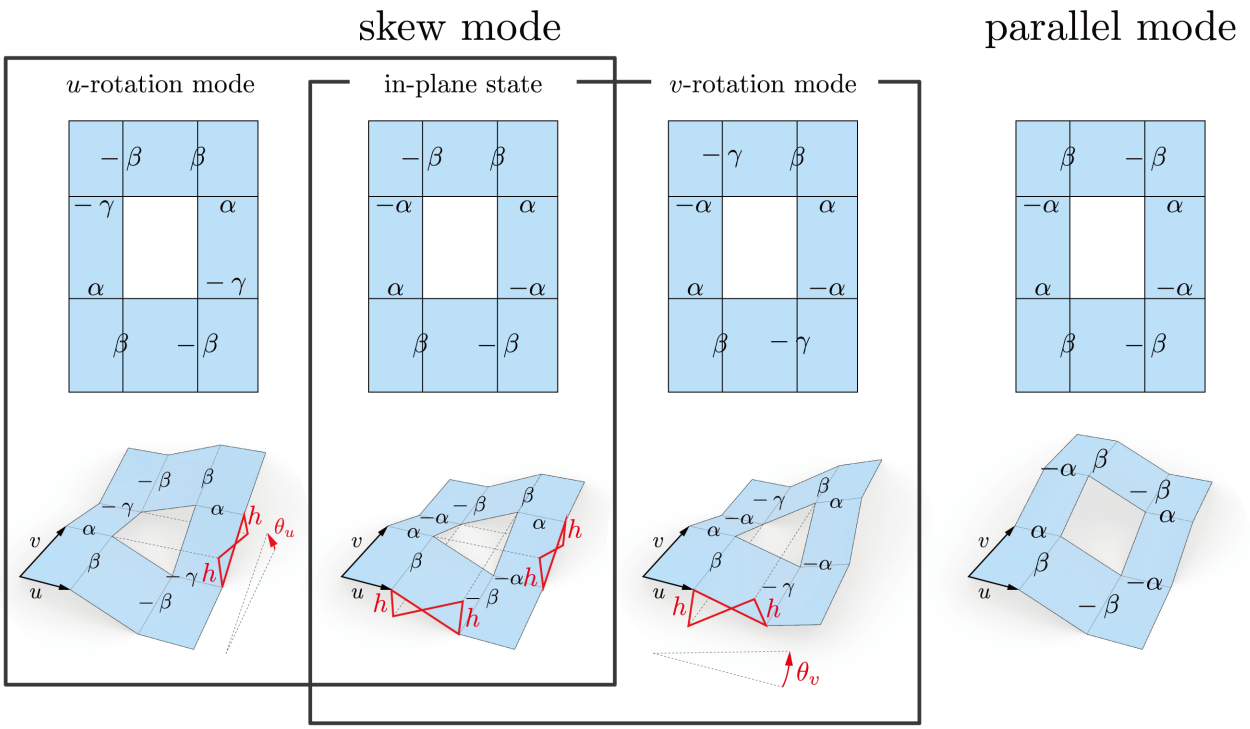


図3　All Modes of Module

3.2　テッセレーションの折り変形

$M_{(i,j)}$がu-rotationの折り状態$f_{h_{(i,j)},\theta_{u(i,j)}}(M_{(i,j)})$となるとき，テッセレーション内全ての$u$方向のタイルは平行な関係にある．矛盾なく各行を$v$方向に連結するためには，全体は同じ$u$-rotationをとることしかできない．

$f_{h_{(i\pm1,j)},\theta_{u(i\pm1,j)}}(M_{(i\pm1,j)})$と折り変形が適合するには，図4より高さの正負が反転しかつ回転角が一致すれば良い．すなわち，u方向テッセレーションの適合条件は，$h_{(i\pm1,j)} = -h_{(i,j)}$かつ$\theta_{u(i\pm1,j)} = \theta_{u(i,j)}$である．一方，$v$方向に隣り合うモジュール$f_{h_{(i,j\pm1)},\theta_{u(i,j\pm1)}}(M_{(i,j\pm1)})$との折り変形が適合するには，図4より高さの正負のみが反転すれば良い．すなわち，v方向テッセレーションの適合条件は$h_{(i,j\pm1)} = -h_{(i,j)}$となる．したがって，列ごとに回転角$\theta_1, \ldots, \theta_n$を持つことができる．なお，これらの適合条件の$h$や$\theta$は，$u_{(i)}$および$u_{(i\pm1)}$には依存しないため，モジュールが$u$方向や$v$方向に変化していても適合するが，$h$の上限値は$u_{(i)}, v_{(i)}$の最小値で決まることに注意が必要である．

これはv-rotationに対しても同様のことが言えるので，テッセレーションの大域的な折り変形は，全体が共通でもつ高さhと，u（またはv）方向に平行なn（またはm）個の回転によって表現され，全体形状はu（またはv）方向に押し出された柱面形状を取る．

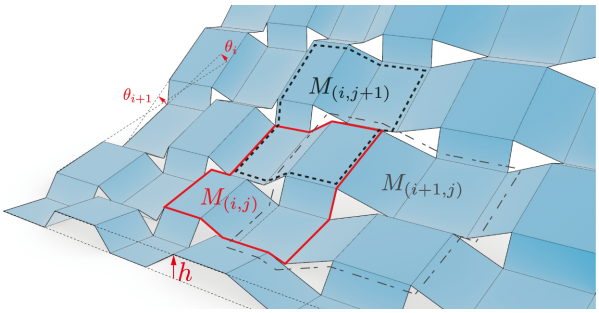


図4　Single Tessellation Single

4　2層化切紙ラティスの折り変形

切紙ラティスはm, nが増えるほど自由度が増大し，折り変形および形状を制御することが難しくなる．そこで，本章では設計パラメタの異なる2枚の$m \times n$切紙ラティスを，それぞれの一部のタイルを貼り合わせた1自由度の切紙構造を提案すると共に，その大域的な折り変形を2層化モジュールの局所的な折り変形に着目しながら明らかにする．以降，上層（または下層）それぞれs（またはt）で添字付け，2層化モジュールをM_{st}と表す．

なお，貼り付ける位置は，展開状態から連続的に折り変形するため，展開状態で全てのモジュール内の穴が同心になるように貼り付ける．また，折り変形が干渉しないように，モジュールM_sとM_tの高さh_sとh_tは

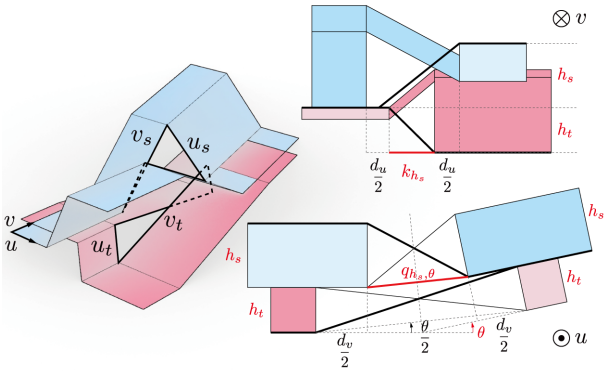


図5　Side View of Module

逆符号となるように設定する．

4.1　2層化モジュールの折り変形

M_{st}の穴を表現するパラメータはu_s, u_t, v_s, v_tの4個ある・これらが同心に配置されるため，u方向のヒンジ部のズレ$d_u = u_t - u_s$およびv方向のヒンジ部のズレ$d_v = v_t - v_s$が得られる（図5）．

ここで，u-rotationモードで折り変形をする，2層の切紙ラティスが適合しているためには，タイルの向きが一致していることと，（投影した）穴の2方向の寸法の変化が一致していることが必要十分条件である．前者は$\theta_s = \theta_t =: \theta$として，後者は穴を$\theta/2$回転した位置から投影した長方形形状の$u, v$方向の寸法変化$l$および$r$が上下層で等しいこととして得られる（図5）．すなわち

$$\begin{pmatrix} l_{u,h} \\ r_{v,h,\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v\cos\dfrac{\theta_u}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_{u,h} \\ q_{v,h,\theta} \end{pmatrix} \tag{4}$$

ただし

$$\begin{aligned} k_{u,h} &= \sqrt{u^2 - h^2} \\ q_{v,h,\theta} &= \sqrt{v^2 - \left(h\cos\frac{\theta}{2}\right)^2} + h\sin\frac{\theta}{2} \end{aligned} \tag{5}$$

に対し

$$\begin{aligned} l_{u_s,h_s} &= l_{u_t,h_t,\theta} \\ r_{v_s,h_s} &= r_{v_t,h_t,\theta} \end{aligned} \tag{6}$$

単層のモジュールについて，h, θを(3)の範囲で動かしたときのθ, l, rの値を配置空間Sとすると，その2層のSの共通部分は一般に空間曲線を描き，複層モジュールの配置空間を表す．$(u_s, v_s, u_t, v_t) = (1.52.0, 3.5, 2.5)$としたときの2層の$S$の重ね合わせを図6に示す．この

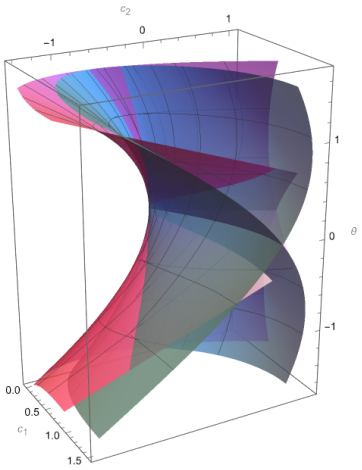


図6　Configuration Space

交線空間曲線が存在するとき，2層化モジュールM_{st}の折り変形はθのみで一意に表せる．

なお，同じ設計パラメタのv-rotationにおいても2つの$S(l_{h,\theta_v}, r_{h,\theta_v}, \theta_v)$が交線を持つならば，その$M_{st}$は$u, v$-rotationの両方が可能である．このとき，モード分岐は単層モジュールと同様にin-planeモードでのみ生じる．

4.2　2層化テッセレーションの折り変形

単層テッセレーションと同様に，2層化テッセレーション全体も同じu-, v-rotationをとることしかできない．全モジュールがu-rotationをとるとき，複層化した1自由度モジュール同士のu方向の適合条件は，高さh_s, h_tと回転角θ_uが一致することであり，$h_s(i,j) = h_s(i \pm 1, j)$, $h_t(i,j) = h_t(i \pm 1, j)$, $\theta_u(i,j) = \theta_u(i \pm 1, j)$である．一方，同じ列のモジュールは高さ$h_s, h_t$のみが一致すれば適合し，$h_s(i,j) = h_s(i, j \pm 1)$, $h_t(i,j) = h_t(i, j \pm 1)$が適合条件となる．したがって構造全体が共通高さ$h_s$, h_t，各行のタイル回転角度$\theta_u(j)$を持つ．さらに，各モジュールは1自由度で折り変形するため，h_s, h_t, $\theta_u(j)$はすべてリンクして1自由度で動く．ここで，$\theta_u(j)$の$h_{s,t}$に対する関数は，$v_{(j)}$に依存するが$u_{(i)}$には依存しないため，u方向v方向に異なるモジュールを並べても機構が成立する．したがって，u方向に押し出された柱面が1自由度で変化する機構となる．

5　ターゲット曲線に沿う2層化切紙ラティスの設計

与えられたθ_u, h_s, h_tおよび，上層のu_s,v_sに対して，式(6)をu_t, v_tについて解く逆問題を考える．このとき，$u_t, v_t > 0$となるようにu_s, v_sを選べば，他の設計パラ

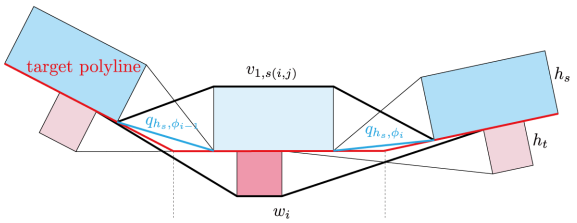


図7　Design of the lengths of v-direction Tile Panels

メタが正の実数であるとき，$f_{\theta,h_s,h_t}(M_{s,t})$へと連続的に折り変形する$M_{st}$は存在する．

この設計手法を用いることで，任意の柱面に折り変形する切紙構造を創出することが可能である．ターゲット曲線を，v方向に柱面のプロファイル曲線であるポリラインとする．このポリラインは要素間の角度が$\phi_1,\ldots,\phi_n$で，要素の長さが$w_1,\ldots,w_{n+1}$で定められるとき，アームの辺長に関しては要素間角度ϕ_i，任意の$h_s,h_t>0$，適切なu_s,v_sを(6)に代入すれば良い．v方向のタイルの辺長に関しては，図7より

$$w_i=\frac{q_{h_s,\phi_{i-1}}}{2\sin\left(\phi_{i-1}/2\right)}+v_{1s(i,j)}+\frac{q_{h_s,\phi_i}}{2\sin\left(\phi_i/2\right)}\qquad(7)$$

であるので，これから$v_{1s(i,j)}$が求められる．同様にして$v_{1t(i,j)}$も求められる．一方で，柱面の押し出し方向にあたるu方向のタイルの辺長に関しては，折り変形の運動学に関与しないので，全てのd_uが存在する範囲では適当な値をとることができる．以上より，任意プロファイルがn個の線分で分割され，それをu方向に押し出した柱面をつくるには，上層のアームの辺長$m+n$個およびu方向のタイルの辺長$m+1$個を適当に与えることで，この柱面に折り変形する切紙構造を設計することができる．図8．は正弦波の1周期分をターゲット曲線に設計した切紙構造であり，パネルの素材を選べば比較的精度の良い空間構造を作ることができる．

6　結論

本稿では，既存の切紙構造Cubic Coreを位相同型に拡張した切紙ラティスを用いて，任意プロファイルを持つ柱面に折り変形する切紙構造の設計手法を提案した．切紙ラティスは局所的な折り変形がSkewモードであると大域的にもSkewモードとなり，$m\times n$個のモジュールがあるとき$m+1$自由度または$n+1$自由度で折り変形と形状を制御するのが困難だが，パネルを一部貼り合わせて複層化することで，機構を1自由度に落とし，

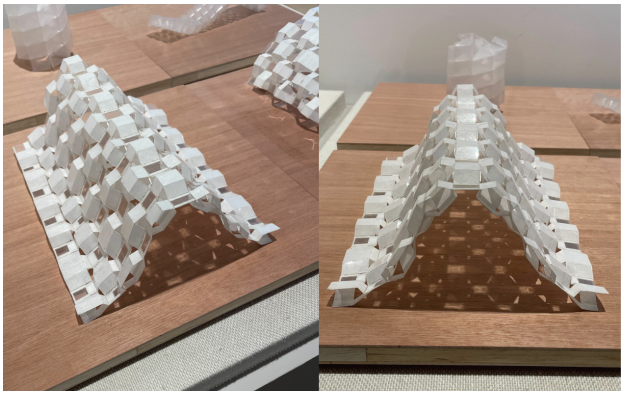


図8　Real Model which target curve is sin wave

折り変形と形状を制御することに成功した．2層化切紙ラティスは両面のタイルを接着面とすることでサンドイッチパネルのコア材としての応用の可能性があるため，今後は展開構造物としての実用化に向けた構造解析や厚みを考慮したモデルの検討も行う予定である．

謝辞：

本研究はJSPS科研費22H04954の助成を受けたものです．

参考文献

1）Niels De Temmerman, Marijke Mollaert, Tom Van Mele, and Lars De Laet. Design and analysis of a foldable mobile shelter system. *International Journal of Space Structures*, Vol. 22, No. 3, pp. 161–168, 2007.

2）L. Nagy, L. Rhode-Barbarigos, S. Adriaenssens, and A. Kilian. Conceptual design of a single-crease origami-arc inspired movable footbridge structure. *International Journal of Space Structures*, Vol. 30, No. 2, pp. 75–84, 2015.

3）Yigil Cho, Joong-Ho Shin, Avelino Costa, Tae Ann Kim, Valentin Kunin, Ju Li, Su Yeon Lee, Shu Yang, Heung Nam Han, In-Suk Choi, et al. Engineering the shape and structure of materials by fractal cut. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 111, No. 49, pp. 17390–17395, 2014.

4）Taiju Yoneda, Yoshinobu Miyamoto, and Hirofumi Wada. Structure, design, and mechanics of a pop-up origami with cuts. *Physical Review Applied*, Vol. 17, No. 2, p. L021004, 2022.

5) Taketoshi Nojima and Kazuya Saito. Development of newly designed ultra-light core structures. *JSME International Journal Series A Solid Mechanics and Material Engineering*, Vol. 49, No. 1, pp. 38–42, 2006.

6) Fabrizio Scarpa, Morvan Ouisse, Manuel Collet, and Kazuya Saito. Kirigami auxetic pyramidal core: mechanical properties and wave propagation analysis in damped lattice. *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 135, No. 4, p. 041001, 2013.

7) Morvan Ouisse, Manuel Collet, and Fabrizio Scarpa. A piezo-shunted kirigami auxetic lattice for adaptive elastic wave filtering. *Smart Materials and Structures*, Vol. 25, No. 11, p. 115016, 2016.

サロゲートモデルによる鋼構造骨組の構造最適化
-NNによる制約条件の検定-

石本大和[1)]，横須賀洋平[2)]
1)鹿児島大学大学院理工学研究科工学専攻，大学院生，k2180796@kadai.jp
2)鹿児島大学大学院理工学研究科工学専攻，准教授，博士(情報科学)

1 はじめに

近年機械学習や最適化のような計算機による意思決定プロセスを用いた設計例が増えつつある。建築構造の設計においても、構造部材の総重量や部材配置、設計形状の最適化はこれまでに多くの研究が報告されている[1)]。計算機での最適化手法については、数理計画法と発見的手法に大別される。数理計画は計算時間が短いというメリットがあるが、通常関数の勾配を導出する必要がある。発見的手法では関数の勾配を必要とせず、大域的最適解を獲得することが可能である。発見的手法のうち多点探索法では、最適化問題の設計変数や制約条件の増加などによる問題の複雑化に伴い、計算コストが増大する傾向にある。そこで、多点探索による最適化問題に機械学習やサロゲートモデルを適用することにより、計算コストを削減しつつ近似的な最適解の効率的な獲得を行う研究が行われている[2)]。

サロゲートモデルは数値解析を実行する代わりに値を近似するモデルのことである。必要な応答や目的関数値を得るための解析の計算コストが膨大である場合や、そもそも計測が困難な場合に用いられる。建築の構造最適化問題に対する適用例として、SVM や決定木などの手法を用いた最適ブレース配置の研究が報告されており、その他、多数の研究例がある[3)]。

本研究ではサロゲートモデルとしてニューラルネットワーク(Neural Network : NN)を、最適化問題の解法には遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm : GA)を採用し、計算コストを削減する構造最適化の手法を提案する。NN には、教師あり学習の分類モデルのものを採用する。文献4)では、制約条件の検定比の推定を行っているが、本論では制約条件の検定結果によって分類を行う。GA では最小重量設計を目的とした構造最適化を行う。

2 機械学習と最適化

2.1 ニューラルネットワーク(Neural Network : NN)

機械学習は教師あり学習、教師なし学習、強化学習の３つに大別される。機械学習アルゴリズムの一つである NN は人間の脳の神経網を数理モデル化したもので、複雑な関数の近似が可能である。

教師あり学習の NN では、学習データセットの入力値を入力した際に得られた出力値と教師信号との誤差を、出力層側から入力層側に逆に伝播させるパックプロパゲーションを用いて重みを変化させ学習とする。

2.2 遺伝的アルゴリズム

発見的手法のうち多点探索法である遺伝的アルゴリズムは、生物の進化の仕組みを模倣した最適化アルゴリズムである。個体と呼ばれる各探索点は遺伝子で表現され、新たな個体の生成は生物の進化の過程で行われる選択、交叉、突然変異を模倣する。適応度の高い個体を選択、それらの個体を交叉させ、低確率で突然変異を発生させることでより適応度の高い個体の獲得を目指す。

2.3 NN と構造最適化

NN を用いた構造最適化の研究では、教師あり学習の回帰型の NN モデルを用い、鋼構造骨組の部材応力や層間変形角を推定しブレース部材の配置・断面の同時最適化を行う研究がある[4)]。しかし、回帰型の NN の学習では教師信号に複数の応答を含み、出力値の数が膨大な場合や、出力値のばらつきが大きい場合に推定精度が悪化する可能性がある。最小重量設計では設計変数から目的関数値を求めることができ、制約条件の検定結果のみで最適化問題を解くことが可能であるため、ここに分類器を適応することができる。本稿では、部材応力や層間変形角の検定結果を予測する分類器として NN モデルを構築する。GA による最適化の過程では、目的関数値計算の際に NN による予測を用いることで解析を行うことな

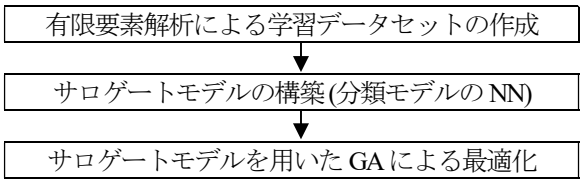


図 1　提案の計算フロー

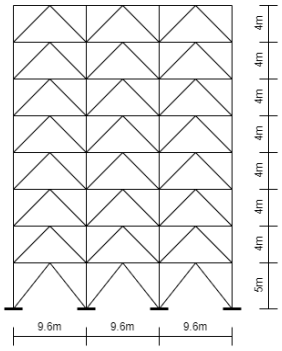


図 2　解析モデル

表 1　柱梁部材断面

List number		Section	A(mm²)
1	column	□–400–400–19	27100
	beam	H–400–200–9–19	11000
2	column	□–450–450–19	30900
	beam	H–450–200–9–19	11450
3	column	□–550–550–19	34700
	beam	H–550–200–9–19	12350

表 2　使用部材番号

Max_Story	story							
	1	2	3	4	5	6	7	8
3	2	2	1					
4	2	2	1	1				
5	3	3	2	2	1			
6	3	3	3	2	2	1		
7	3	3	3	2	2	1	1	
8	3	3	3	2	2	2	1	1

表 3　ブレース部材断面(3-6 層)

Brace List_number	Section	A(mm²)
1	□–0–0–0	0
2	□–125–125–6	2763
3	□–150–150–6	3363
4	□–175–175–9	5767
5	□–200–200–9	6667
6	□–200–200–12	8653
7	□–250–250–12	11050
8	□–300–300–12	13450

表 4　ブレース部材断面(7,8 層)

Brace List_number	Section	A(mm²)
1	□–0–0–0	0
2	□–175–175–9	5767
3	□–200–200–9	6667
4	□–200–200–12	8653
5	□–250–250–12	11050
6	□–300–300–12	13450
7	□–350–350–16	20720
8	□–400–400–16	23920

表 5　配置パターンとデータ数

story	Pattern	Data
3	64	10000
4	265	10000
5	1024	20000
6	4096	40000
7	16384	70000
8	65536	100000

く最適化の近似を行う。図 1 に提案手法のフローを示す。

3　立面形状が整形な鋼構造骨組

3.1　最適化問題

解析モデルは柱・ブレース部材が角型鋼管、梁部材が H 形鋼からなる二次元骨組架構として、図 2 に示すスパン 9.6m、階高 4m (一部 5m)を有する 8 層 3 スパンの鋼構造骨組である。層数を 3 層から 8 層まで変化させ、それぞれの規模について最適化を行う。柱・梁部材は表 1 のものを用い、各層に使用する部材は規模ごとに表 2 に示す部材番号とする。これらの部材は、長期許容応力度設計を満足するように設定されている。ブレース部材は表 3,4 に示す部材リストから選択される。ブレース部材が存在しない断面が 0 のものをリストに追加することで、ブレース配置と断面の同時最適化を実施する。また、ブレース部材の各リストの選択率は、同時最適化を考慮し、リスト番号 1 : 50%、リスト番号 2-8 : 7.143%と重み付けを行う。また、設計変数は対象形状を得るために対象条件を考慮する。モデルの解析には有限要素解析を用い、最適化の定式化は以下のようになる。

$$\textit{Find} \quad \mathbf{A}^b \tag{1}$$

$$\textit{to min.} \quad f\left(\mathbf{A}^b\right) = \mathbf{L}^T\mathbf{A} \tag{2}$$

$$\textit{subject to} \quad \sigma^L/\nu \le \sigma_i \le \sigma^U/\nu \tag{3}$$

$$\theta_k \le \theta^U$$

$$A^L \le \mathbf{A}^b \le A^U$$

ここで、$\mathbf{A}^b$:ブレース部材の断面リスト番号、**L**:部材長ベクトル、**A**:断面積ベクトル、ν (=1.5):安全率、σ_i :i 部材の圧縮・引張・せん断・曲げ応力度、θ_k : k 層の層間変形角、σ^L , σ^U , θ^U ,A^L,A^U : 側面制約であり、A^L=1,A^U=8, θ^U =1/200 とする。応力制約は短期許容応力度とし、圧縮応力度については、細長比により決定される座屈を考慮した鋼構造設計基準式を用いる。外力は地震力として Ai 分布に従って作用させる。設計床荷重は各階とも 7.84 kN/m² であり、桁行方向は 6.4m を想定する。地震力算定の条件は第二種地盤 Z=1.0、振動特性係数 R_t=1.0、標準せん断力係数 C_o=0.2 として地震層せん断力から算定した水平荷重を負担面積に応じて各節点に作用させる。

3.2　NN の学習

最適化の設計変数を NN への入力値として、3-8 層分のデータを同時に 1 つの NN に学習させ、同一の NN で各規模での最適化を実施する。学習データセットは層数に応じたブレース配置パターンを考慮して、表 5 に示すデータ数に従い作成する。設計変数はブレース配置及びリスト化した断面を選択するためのカテゴリカルな離散変数であり、リスト番号と部材の断面性能に直接な関係がないため、ダミー変数を用いて{0,1}の 2 値の配列に変換する。出力値は制約条件である層間変形角、圧縮・引っ張り、せん断、曲げ応力度の検定比からなるものとする。一層当たりのデータ数は 37 個、最大 8 層のモデル

表 6　NN パラメータ

入力層	138
中間層	1000-1000
出力層	32
Epock	2000
Batch size	1024

表 7　混合行列と正答率

		NN 予測	
		1	0
正答	1	93.60	0.068
ラベル	0	0.044	6.288
正答率　99.89 %			

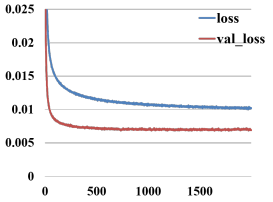


図 2　学習結果

表 8　GA パラメータ

story	個体数	世代数	遺伝子長	突然変異率
3	100	2000	8 bit	0.01
4		10000		
5		20000		
6		50000		
7		100000		
8		200000		

表 9　規模別計算コスト (%)

story	GA-FEM	Data	Learning	GA-NN	Total
3	100	195.0	493.3	8.3	696.6
4	100	73.1	185.0	7.5	265.6
5	100	30.0	75.9	6.9	112.8
6	100	10.2	25.7	6.5	42.4
7	100	4.4	11.2	6.5	22.1
8	100	1.6	4.0	5.0	10.6

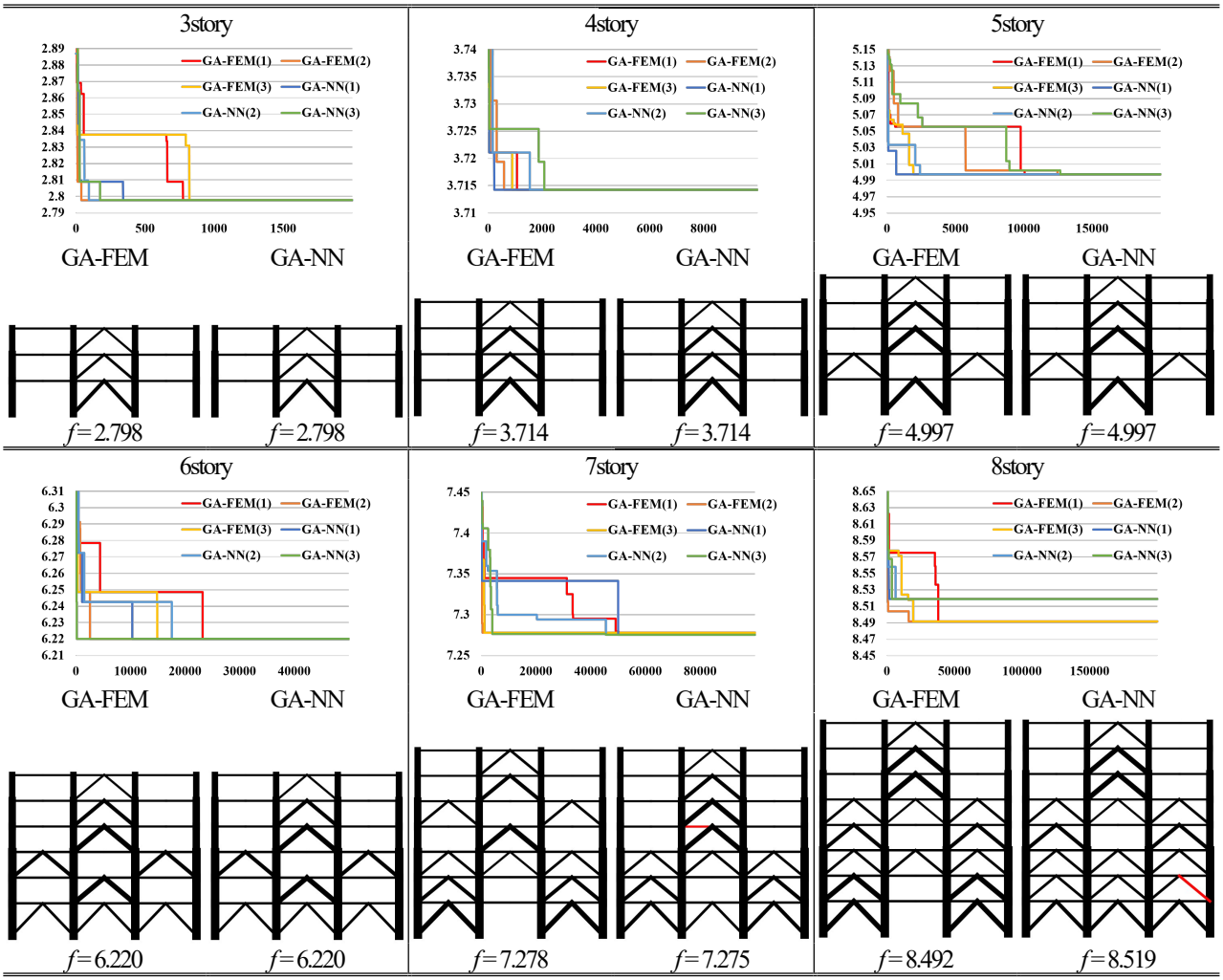


図 3　目的関数値及び解形状

を扱うので合計 296 個のデータがある。これらのデータを各層で制約条件ごとにグルーピングし、その中でもっとも大きな値を抽出することで、1 層あたり 4 個、合計 32 個にデータの削減を行う。中間層のユニット数などの NN パラメータを表 6 に示し、学習の結果を図 2,表 7 に示す。図 2 は学習時の 1Epock 毎の検証データの損失関数値の遷移を示している。図 2 より、損失関数値の遷移は、過学習が発生せずに収束状況が確認できることから、十分に学習できていると判断する。表 7 に学習終了時の検証データに対する混合行列および正答率の値を示

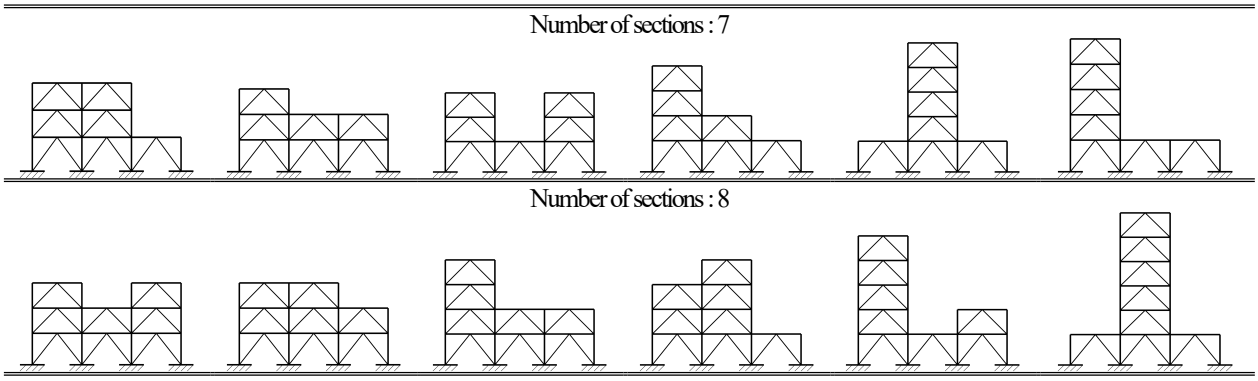


図 4　区画数 7,8 の解析モデルの例

す。正答率は、全データのうち正しく分類できたデータの割合で、True Positive と True Negative の合計の値である。表 7 より誤答割合が低く、高い正答率を得られていることが確認できる。

3.3　GA による最適化

3-8 層の解析モデルを対象として規模ごとに最適化を行う。ここでは比較のために、個体の適応度計算時の制約条件の検定に有限要素解析を用いる場合(GA-FEM)と NN の予測を用いる場合(GA-NN)をそれぞれ 3 試行行う。各規模での GA パラメータは表 8 に示すものを用いる。最適化の結果として図 3 に、各 3 試行分の目的関数値の遷移のグラフ及び得られた解形状を部材断面積と線の太さを対応させて示す。目的関数値の遷移のグラフの横軸は世代数、縦軸は目的関数値を表す。いずれの場合も一つの値に収束している事が確認できる。GA-NN により得られた解形状については、有限要素解析により制約条件を満たしていないと判断された部材を赤色で表している。

3.4　結果と考察

GA-NN で得られた解形状は 3-6 層の場合は GA-FEM と同一の解形状が得られた。しかし 7,8 層では、GA-NN と GA-FEM で異なる目的関数値が得られ、制約条件を満たしていない部材が存在する。本来非許容解であるものが、NN によって許容解であると誤って予測されていることが要因であると考える。この結果より、NN の正答率は高いのにも関わらず最適解の近傍では誤答しやすいことが考えられる。7,8 層のように高層の場合、制約条件を満たすためには多くのブレースが必要となり解空間が複雑になっている影響であると考える。

表 9 には各計算コストを規模ごとに GA-FEM に対する割合で示す。Data は NN の学習データセット作成時の計算コスト、Learning は NN の学習の計算コスト(学習コスト)であり、この 2 つは、一つの NN に同時学習を行っているため全ての規模で同じ値である。GA-NN は GA-NN の 1 試行当たりの計算コスト、Total は Data , Learning , GA-NN を合計した計算コストを意味している。GA-FEM と比較して、GA-NN の計算コストの割合は小さく、高速で解を得ることができた。3,4 層のような低層の解析モデルについては学習データセット作成時の計算コストや学習コストが非常に大きな割合となっており Total の計算コストが GA-FEM より大きな値となっている。高層のモデルでは Total の計算コストは小さい値となったため、一度の学習で異なる複数の規模のモデルの最適化が可能であることは、計算コストの観点において優位であると考える。

4 立面形状が不整形な鋼構造骨組

4.1　最適化問題

ここでは、より複雑な問題について適応が可能であるかを検証するために一部の柱、梁を取り除いた立面形状が不整形のモデルを対象とする。解析モデルは、図 2 と同様のモデルを用いる。1 層目のスパン数を 3 と固定し、最大層数は 7 層と制限を設けて各モデルを作成する。二本の柱と一本の梁で囲まれた長方形を 1 区画とし、図 4 に区画数 7,8 のモデルの例を示す。区画数を 7 区画から 12 区画まで変化させそれぞれの区画数について最適化を実施する。図 4 に示すように同じ区画数のモデルは複数存在するため、その区画数でどのモデルのどのブレース配置が良いかの最適化を実施する。目的関数を総重量とすると、柱・梁の重量が占める割合が非常に大きく、使用されるブレース量にかかわらず層数が少ないモデルが最適解となるため、目的関数値は柱・梁の重量の平均化を行い、ブレース部材の重量を足したものとする。以下に最適化の定式を示す

$$Find \qquad n, \mathbf{A}^b \tag{4}$$

$$to\ min. \qquad f = \frac{Vc}{nc} + \frac{Vb}{nb} + V_{brace} \tag{5}$$

$$subject\ to \qquad \sigma^L/\nu \le \sigma_i \le \sigma^U/\nu \tag{6}$$

$$\theta_k \le \theta^U$$

$$A^L \le \mathbf{A}^b \le A^U$$

ここで、n：モデル番号、$\mathbf{A}^b$：ブレース部材の断面リスト番号、Vc,Vb：柱・梁部材の重量、nc,nb：柱・梁部材の本数、V_{brace}：ブレース部材の重量、ν (=1.5)：安全率、σ_i：i 部材の圧縮・引張・せん断・曲げ応力度、θ_k：k 層の層間変形角、σ^L，σ^U，θ^U，A^L,A^U：側面制約であり、A^L=1,A^U=8, θ^U =1/200 である。その他、応力制約や荷重条件は整形なモデルと同様とする。

表 10　区画数別データ数

区画数	データ数	モデル数	合計
7	7000	9	63000
8	8000	12	96000
9	9000	16	144000
10	10000	18	180000
11	11000	20	220000
12	12000	20	240000
合計		95	943000

表 12　混合行列と正答率

		NN 予測	
		1	0
正答ラベル	1	93.30	0.16
	0	0.14	6.40
正答率　99.70％			

表 11　NN パラメータ

入力層	168
中間層	1000-1000
出力層	28
Epock	3000
Batch size	1024

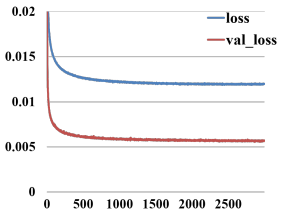


図 5　学習結果

表 13　GA パラメータ

section	個体数	世代数	遺伝子長	突然変異率
7	100	5000	8 bit	0.01
8		10000		
9		20000		
10		20000		
11		40000		
12		50000		

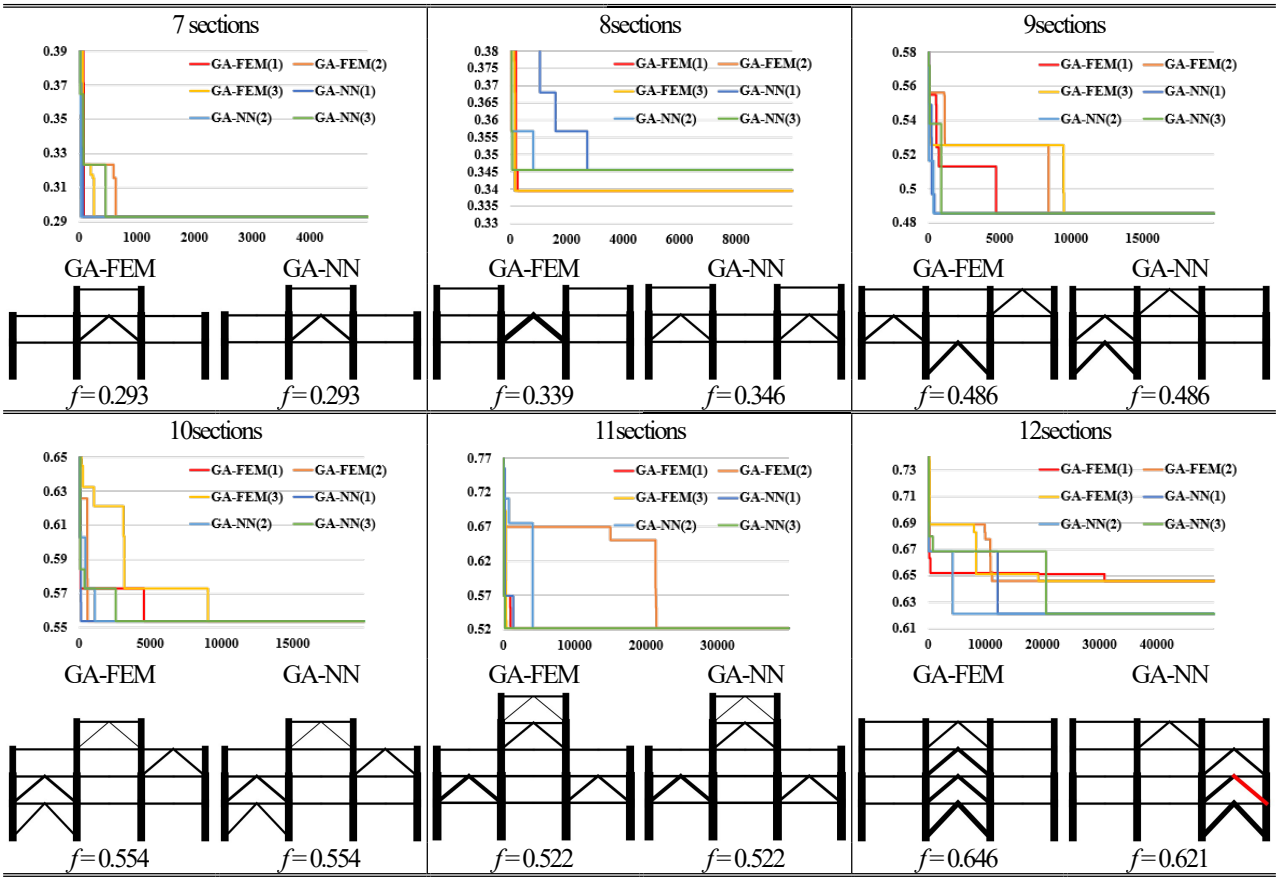


図 6　目的関数値の遷移及び解形状

4.2 NNの学習

NN の入力値は最適化の設計変数からなる値とし、7-12 区画の全モデルのデータを同時に一つの NN に学習させる。学習データセットは各モデルの区画数に応じて表 10 に示すデータ数に従って作成する。入力値にはダミー変数を用い出力値は 1 層あたり 4 個、合計 28 個にデータの削減を行う。中間層のユニット数等のパメータを表 11 に示す。学習の結果は図 5,表 12 に示す。図 5 は学習時の 1Epock 毎の検証データの損失関数値の遷移を示しており、収束が確認できる事から適切な学習ができていると判断する。表 12 には学習終了時の検証データに対する混合行列と正答率を示す。表 12 より正答率の高い NN モデルを作成できていることが判る。

4.3 GAによる最適化

解析モデルの 7 区画から 12 区画を区画数ごとに最適化を行う。GA-FEM と GA-NN を 3 試行ずつ行う。最適化の結果として、図 6 に目的関数値の遷移のグラフ及び得られた解形状を示す。GA-NN により得られた解形状は有限要素解析により制約条件を満たしていないと判断された部材を赤色で表している。

4.4 結果と考察

区画数 7,10,11 では GA-FEM と GA-NN で同一の形状を得ることができている。区画数 9 のモデルでは、同一の目的関数値で異なるブレース配置の最適解が複数存在し、その内のいずれかの解を得ることができている。区画数 8 では、GA-NN の解は GA-FEM よりも大きな目的関数値となる局所解を得ている。これは、局所解では部材断面が小さいブレースが複数配置されている事に対して、最適解は部材断面が大きいブレースが一つのみ配置されており、異なる特徴を持っているため NN で正しく学習することが難しく誤った予測がされるようになったためであると考える。区画数 12 では GA-NN で得られた目的関数値は GA-FEM のものよりも小さく制約条件を満たさない部材が存在する非許容解となった。区画数 12 では自由度が高くなり考えられるモデルとそのブレース配置のパターンが膨大になり、学習データの数が不足しており十分な学習がされなかったためであると考える。

表 14 には各計算コストを区画数毎に GA-FEM に対する割合で示す。GA-NN の計算コストの割合は小さく高速で解を得ることができたが、学習データ作成時の計算コストや学習時コストが非常に大きく、Total の計算コストはすべての区画数で 100%を超える結果となってしまった。これは、学習データの量が膨大になってしまった影響であると考える。今回は最適化の対象モデルを区画数毎に選択しているが、対象とするモデルを自由に変更し、最適化することができる。この際には NN の学習をし直す必要がなく、現在の GA-NN の計算コストのみで最適化が可能である。

表 14　区画数別計算コスト(%)

section	GA-FEM	Data	Learning	GA-NN	Total
7	100	878.7	1816.0	6.7	2701.4
8	100	397.0	820.5	6.0	1223.5
9	100	185.1	382.6	5.6	573.3
10	100	166.4	343.9	5.8	516.1
11	100	74.9	154.8	5.2	234.9
12	100	57.3	118.4	5.2	180.9

本論の結果を踏まえ、建物規模の変化に応じて、あらかじめ建物形状を与える事や最適解にならない解を除去する事といった初期条件を設定し、適切な学習データセットや学習時の入力数を与える必要がある。

5 まとめ

本稿では、NN により構築したサロゲートモデルを用いた二次元鋼構造骨組のブレース部材の配置・断面の同時最適化を行った。立面形状が整形なモデルでは、NN の学習で高い正答率を得ることができたが、GA-NN で得られた解は非許容解になることもあり、危険側の誤った近似解になることが判った。立面形状が不整形なモデルでも同様に高い正答率であったが、GA-NN では異なる解を得ることがあった。また、どちらの場合も学習データセットの作成時や学習コストが大きく Total の計算コストが GA-FEM より大きな値になることがある。今後は、学習データセットの作成や、NN の学習をより効率的に行う方法を検討し、より小さな計算コストで精度の高い近似化を得る手法を模索していく必要がある。

参考文献

1) 三井和男,大崎純,大森博司,田川浩,本間俊雄：発見的最適化手法による構造フォルムとシステム計算工学シリーズ 4, コロナ社, 2004
2) 久住呂大志,横須賀洋平,本間俊雄：ニューラルネットワークによるサロゲートモデルを用いた構造最適化-2 次元橋梁モデルの曲げひずみエネルギ最小化-情報シンポ 2021,pp.323-326,2021
3) 田村拓也,大崎純,高木次郎, : 機械学習を用いた鋼構造骨組のブレース配置の分析,日本建築学会近畿支部研究発表会, 57, pp.83-84, 2017
4) 久住呂大志,横須賀洋平,本間俊雄：ニューラルネットワークによるサロゲートモデルを用いた構造最適化-鋼構造骨組のブレース部材の配置と断面の同時最適化-,日本建築学会九州支部研究報告,61,pp.237-240,2022
5) 本間俊雄,野端憲太 : 解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる構造形態の創生,日本建築学会構造系論文集,614, pp35-43, 2007

VAE による自由曲面シェルの生成と形状最適化

髙橋 龍徳 1)，山本 憲司 2)
1)東海大学工学部建築学科，学部 4 年，0ceb2139@mail.u-tokai.ac.jp
2)東海大学建築都市学部，教授,博士（工学）

1 はじめに

建築技術が高度化して、複雑な形態を持った自由曲面シェル構造が建設されるようになった。それに伴いシェル構造の形態創生に関する研究が注目されている。シェルの形状最適化を扱った研究はこれまでにも多くある[例えば1),2),3)]。シェル曲面を NURBS 曲面などのパラメトリック曲面で与えて制御点座標を設計変数とし、歪エネルギーや座屈荷重などを目的関数として、形状探索が行われる。これらの方法では、シェルの曲率や板厚を変化させ、初期に与えたシェルの境界形状やトポロジーなどは基本的には変化させないため、シェルの見た目は大きくは変わらない。シェルの位相最適化を行っている研究もある。上村ら[4)]はボクセル有限要素法と改良型 ESO 法を用いてシェル形態を生成している。シェル形態の表現自由度は極めて高く、荷重や境界条件の設定によって多様なシェルを生成可能と考えるが、設計空間を小さな要素で要素分割する必要があるため、計算規模やコストが極めて大きくなる。

近年、機械学習を工学問題に応用した研究が盛んに行われており、シェルの構造形態創生問題にも適用事例が見られるようになってきた。Mirra[5)]らは、機械学習の手法のひとつである変分自己符号化器（Variational Autoencoder、以下 VAE）を用いて、多様なシェル形態を出力する生成モデルを構築し、目的関数を歪エネルギー、開口高さ、建築面積の 3 つとした多目的最適化を行っている。この手法は、様々なトポロジーを持つシェル構造を少ない変数で生成でき、なおかつ変数に対してシェル形態が連続的に変化するため、比較的に簡単に多様なシェル形態の比較や最適化を実行できる。

本研究は Mirra らと同様に VAE によるシェル形態の生成モデルの構築を行い、トポロジーの異なる多様なシェル形態を設計空間に含めて最適化を行うことを目的とする。文献 6) で検討されているような曲げ歪エネルギー率とその敏感性を目的関数として最適化を行うことを最終的な目的とするが、本報では VAE によるシェル形態の生成方法について検討する。Mirra らはシェル形態を 1 つの深度マップで表現して VAE に学習させているが、著者らはシェルの曲面とトポロジーを別々の深度マップで表現する方法を試みる。シェルのトポロジーを表現するためにレベルセット法のように曲面の等高線を利用する。提案手法の計算例を示し、その有用性について検証する。

2 VAE について

VAE とはニューラルネットワークを取り入れた生成モデルのアルゴリズムである。入力データを一度圧縮した後に同じものに復元するアルゴリズムである Autoencoder とは異なり、圧縮後の変数（潜在変数）を確率変数として扱うことで、出力データを潜在変数に対して連続的に変化させることができる。シェル構造の形態創生問題にこの VAE を利用すれば、少ない変数で多様なシェル形態を表現することができる。

図 1 は VAE のモデルを簡単に図示したものである。エンコーダは、高次元データである入力データ $\mathbf{x}$ を低次元に圧縮した潜在変数 $\mathbf{z}$ の平均 $\boldsymbol{\mu}$ と分散 $\boldsymbol{\sigma}^2$ を出力する。デコーダは潜在変数 $\mathbf{z}$ を入力としてデータ $\hat{\mathbf{x}}$ を出力する。ニューラルネットワークの学習の際、エンコーダの出力 $\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\sigma}^2$ を用いてそのまま潜在変数のサンプリングを行うと、損失関数の勾配が計算できない。したがって勾配降下法を用いたバックプロパゲーションができるようにするために潜在変数を $\mathbf{z}=\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\varepsilon}\odot\boldsymbol{\sigma}$（$\boldsymbol{\varepsilon}\sim N(\mathbf{0},\mathbf{I})$, $\odot$ は要素ごとの積を表す）と計算して、デコーダに受け渡す（reparameterization trick）。

VAE のニューラルネットワークの学習には、周辺対数尤度関数の変分下界に相当する式として、次式の損失関数が用いられる。

$$Loss(\mathbf{x},\phi,\theta)=E_{rec}+E_{reg} \tag{1}$$

$$E_{rec}=\frac{1}{n_b}\sum_{j=1}^{n_b}\sum_{i=1}^{n_n}\left\{-x_i^{(j)}\ln\hat{x}_i^{(j)}-\left(1-x_i^{(j)}\right)\ln\left(1-\hat{x}_i^{(j)}\right)\right\}$$

$$E_{reg}=D_{KL}\left[N\left(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\Sigma}\right)\|N\left(\mathbf{0},\mathbf{I}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{n_b}\sum_{j=1}^{n_b}\sum_{i=1}^{n_l}\left\{-\frac{1}{2}\left(1+\ln\left(\sigma_i^{(j)}\right)^2-\left(\mu_i^{(j)}\right)^2-\left(\sigma_i^{(j)}\right)^2\right)\right\}$$

ここに、θ,ϕ はそれぞれエンコーダ、デコーダのニューラルネットワークのパラメータである。E_{reg} は再構成誤差関数とよばれ、エンコーダの入力 $\mathbf{x}$ とデコーダの出力 $\mathbf{x}$ のバイナリクロスエントロピー誤差である。n_b はバッチサイズ、n_n は入出力層のニューロン数を表す。また例えば $x_i^{(j)}$ はバッチの j 番目の $\mathbf{x}$ の i 番目の要素を表す。E_{reg} は正則化項と呼ばれる。D_{KL} は KL ダイバージェンスであり、エンコーダの出力する平均 μ と分散 σ^2 による多変数正規分布 $N(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\Sigma})$（$\boldsymbol{\Sigma}$ はベクトル $\boldsymbol{\sigma}^2$ を対角項に持ちそれ以外はゼロ）が $N(\mathbf{0},\mathbf{I})$ に近いほど小さな値をとる。n_l は潜在変数の数を表す。

本報で用いた VAE のニューラルネットワークの構成を述べる。エンコーダの入力層、デコーダの出力層のノード数は、3 章で扱う 2 つの問題に応じてそれぞれ 121 あるいは 25 である（詳細は後述する）。扱うデータの規模が比較的小さいためエンコーダの中間層は 1 層でノード数は 16 とし、活性化関数には ReLU を用いる。出力層は、平均、分散共にノード数を 2（2 変数）とした。デコーダの入力層のノード数は 2、中間層はエンコーダと同じ 1 層 16 ノードで ReLU を用いる。出力層の活性化関数にはシグモイド関数を用いている。学習に用いる最適化手法には Adam を用い、学習率は 0.01 とした。

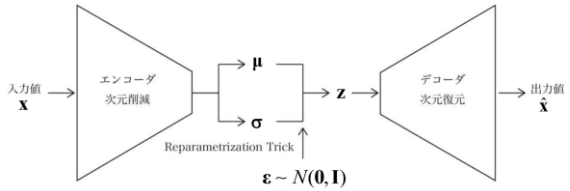


図 1　VAE モデル

3　VAE によるシェルモデルの生成

3.1　シェル曲面定義変数の学習と生成

まず、VAE を用いてシェルの曲面を生成する方法を検討した。

VAE に学習させる曲面は図 2 に示す 0 から 14 にナンバリングした 15 個のシェル曲面である。これらは 10m 四方のフィールドを覆う形で、1 から 4 個のフリーエッジと支持辺により構成されたシンプルな形状であり、4m 以下のライズとなるように Rhinoceros 上で作成した。これらの曲面を図 3 のように 11×11 のグリッド状に、121 個の測定点を定義し、各点の高さの測定データをリスト化し、数値情報として利用する。また、その数値をもとにシェル形状の上から見た様子を平面的に可視化したものが深度マップであり、図 4 はその一例である。白から

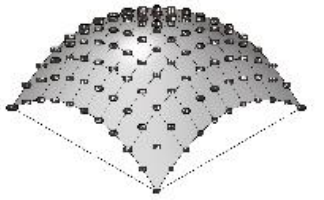


図 3　測定点

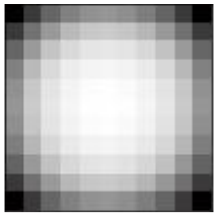


図 4　深度マップ

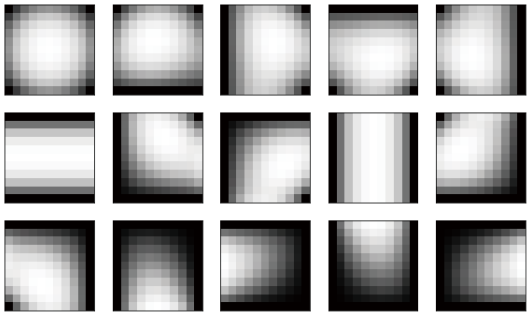


図 5　学習させたシェル曲面の深度マップ

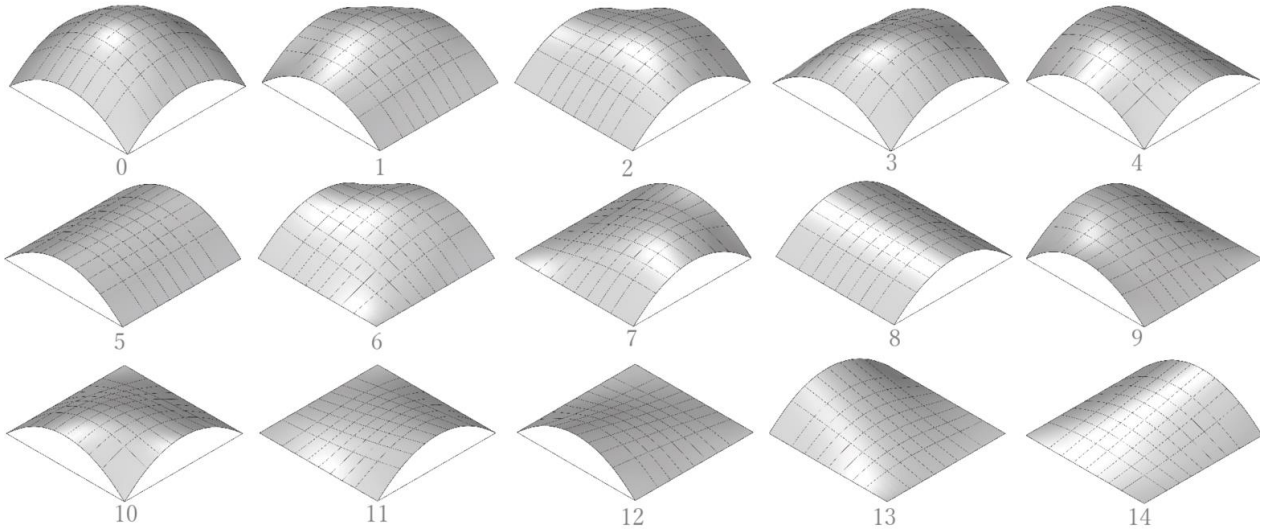


図 2　学習させたシェル曲面

黒へのグラデーションで表現されており、測定点のｚ座標が低いｚ（ｚ＝0 に近い）ほど黒に近くなり、白に近いほど曲面の最高高さに近い点であることを表している。図5は作成した15個の曲面を深度マップで表現したものであり、これらの数値情報を学習データとして VAE を学習させた。エポック数は 10000、バッチサイズは 1 のオンライン学習とした。

学習させていく過程での誤差関数を表したグラフを図 6 に示す。横軸はエポック数である。再構成誤差関数と正則化誤差の 2 つの合計値が減少していることから学習が進んでいることが確認できる。

VAE のエンコーダは、図 5（図 2）の曲面データの入力により、2 次元の潜在変数 z_1, z_2 の平均 μ_1, μ_2 と分散 σ_1, σ_2 が出力される。学習の結果、z_1, z_2 の潜在変数空間における各学習データの位置付け（平均 μ_1, μ_2 の値）は図 7 のようになった。グラフの縦軸、横軸が潜在変数の値を表し、プロットの数字が図 2 の曲面の番号に対応する。$-3 \le z_1 \le 3, -3 \le z_2 \le 3$ の潜在空間を 16×16 に 256 分割し、対応する座標（潜在変数の組み合わせ）を VAE のデコーダに入力して出力された曲面の深度マップを図 8 に示す。隣り合う画像はよく似た分布となっていることが確認できる。

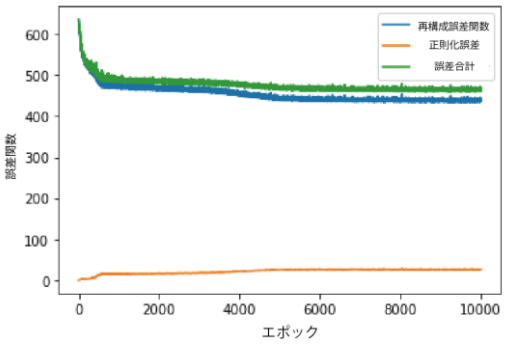


図 6　学習の履歴（シェル曲面）

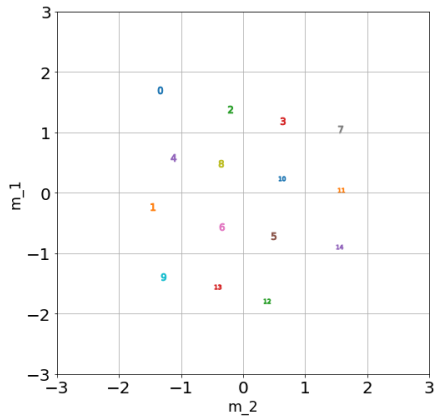


図 7　潜在変数空間（シェル曲面）

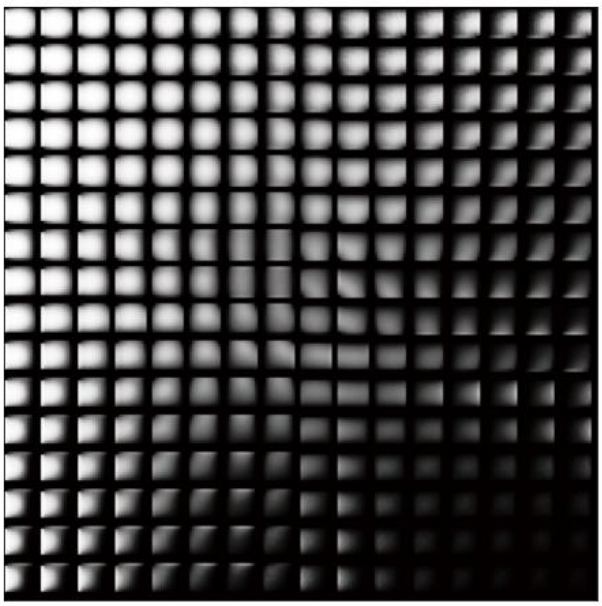


図 8　デコーダにより生成された深度マップ（シェル曲面）

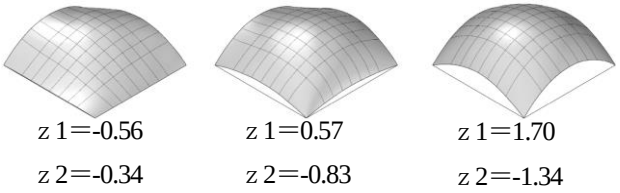


図 9　潜在変数から生成されたシェル曲面

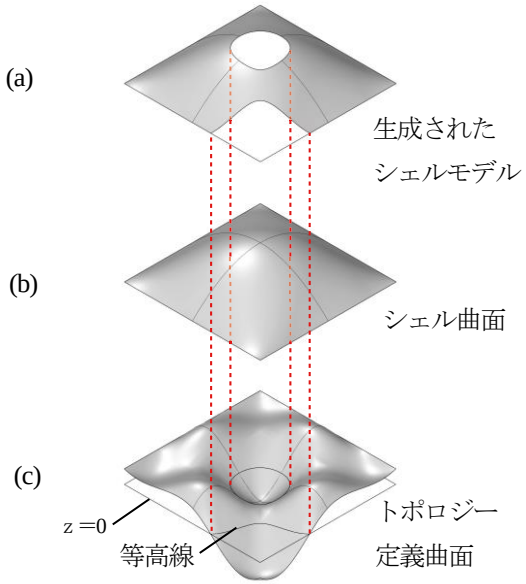


図 10　トポロジーの定義方法

デコーダによって出力される深度マップは、再び 121 個の測定点の高さとして、これらの測定点を通る NURBS 曲線を描くことで、シェル曲面に復元される。図 9(a)は曲面 0 の潜在変数の平均を入力して復元された曲面、図 9（c）は曲面 6 の潜在変数の平均を入力して復元された曲面である。図 9（b）は曲面 0 と曲面 6 の潜在

変数の中間値を入力して生成されたシェル曲面である。先の両者の中間的な形状が生成されることが確認できた。以上の学習により、これにより任意の潜在変数を、学習させたVAEのデコーダに入力することで､様々なシェル曲面を生成することができるようになった。本報ではこの、シェル曲面を生成するパラメータとなる変数をシェル曲面定義変数と呼ぶことにする。

3.2　トポロジー定義変数の学習と生成

VAEによるシェルモデルの生成において、先述のシェル曲面定義変数の他に、シェル曲面の境界の形状やトポロジーを変化させ、様々なシェルモデルを生成できるようにする変数を作成した。これをトポロジー定義変数と呼ぶことにする。これはあるシェル曲面において、シェル曲面を構成する支持要素やフリーエッジ、フィールドを覆う面を切り欠いたり、切り抜いたりすることで、生成されるシェルモデルの形状を多様化するものである。その手法を以下に述べる。

手法の概略図を図10に示す。図中の最下段の図(c)の

曲面がシェルの境界やとトポロジーを定義する曲面であり、ここではこれをトポロジー定義曲面と呼ぶ。レベルセット法のように、この曲面のｚ＝0 の平面に交差する等高線を利用して、シェルのフリーエッジや開口の境界線を表現する。中段の図（b）の曲面は、3.1節のシェル曲面定義変数で生成されるシェル曲面である。トポロジー定義曲面のｚ＝0 の等高線を垂直方向にシェル曲面に

投影し、等高線または、等高線とフィールドとの境界に囲まれた範囲を指定して切り欠くことで、図（a）のよう

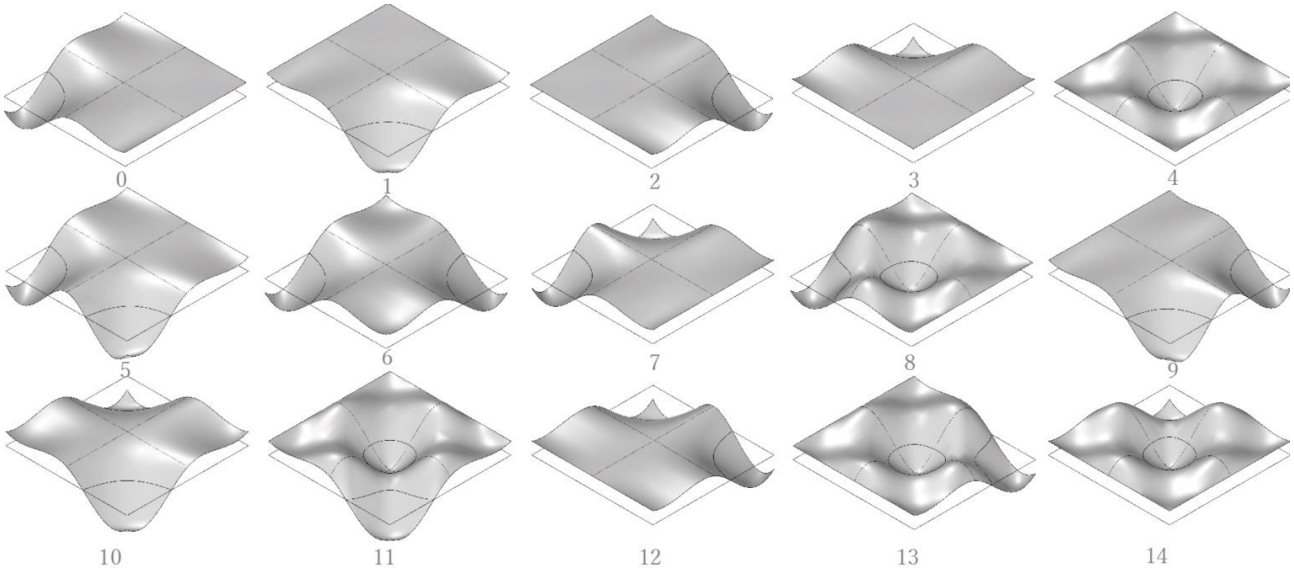


図11　学習させたトポロジー定義曲面

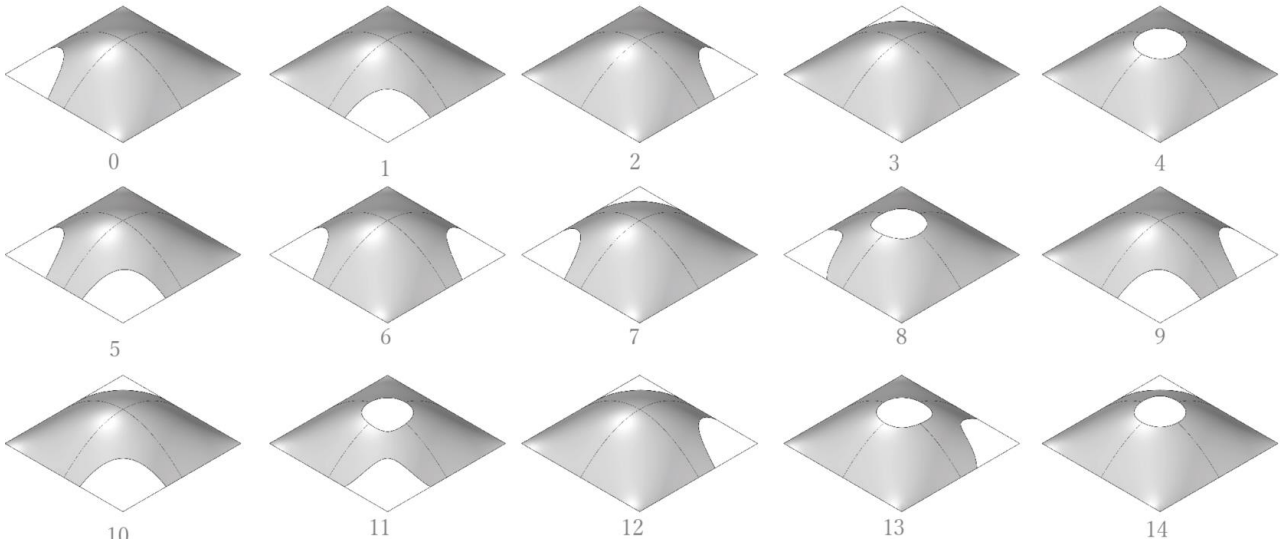


図12　学習させたトポロジー定義曲面から生成されるシェルモデル

なシェルモデルを生成する。

前節のシェル曲面の場合と同様に、学習データとなるトポロジー定義曲面を作成し、それをもとに VAE を学習させる。図 10 に示したように、将来的にはシェル曲面とトポロジー定義曲面を同時にデータとして与えて VAE に学習させることを想定しているが、まず、基礎的検討の段階として、シェル曲面は変数とはせずにトポロジー定義曲面のみを学習させることにした。シェル曲面は図 10 (b) に示した 4 辺がすべて支持されたドーム状のシェル曲面とし、変化させない。

学習データとなるトポロジー定義曲面を図 11 に示す。15 個の曲面を 0 から 14 にナンバリングしてある。これらは z 座標が-1 から 1 の間をとる 5×5 のグリッド状の 25 個の測定点を通るように作成している。また、それぞれのトポロジー定義曲面により生成されるシェルモデルが図 12 である。これらのトポロジー定義曲面の深度マップを図 13 に示す。

VAE を学習させる際のエポック数はシェル曲面定義変数の際と同じく 10000、バッチサイズは 1 のオンライン学習とした。学習させていく過程での誤差関数を表したグラフを図 14 に示す。2 つの誤差の和が減少していることから学習が進んでいることがわかる。

学習の結果、z_1, z_2 の潜在変数空間における各学習データの位置付け（平均 μ_1, μ_2 の値）は図 15 のようになった。

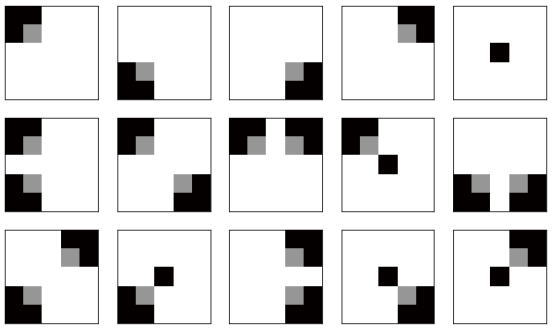


図 13　学習させたトポロジー定義曲面の深度マップ

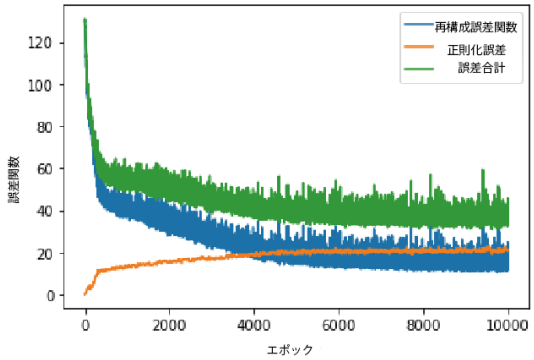


図 14　学習の履歴（トポロジー定義曲面）

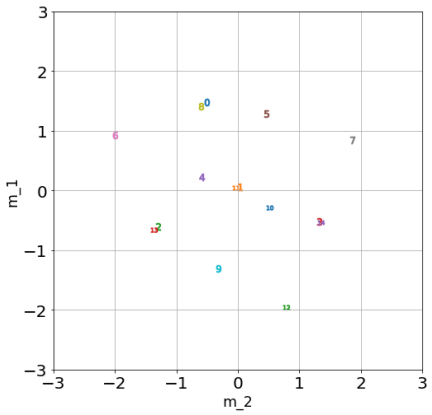


図 15　潜在変数空間（トポロジー定義曲面）

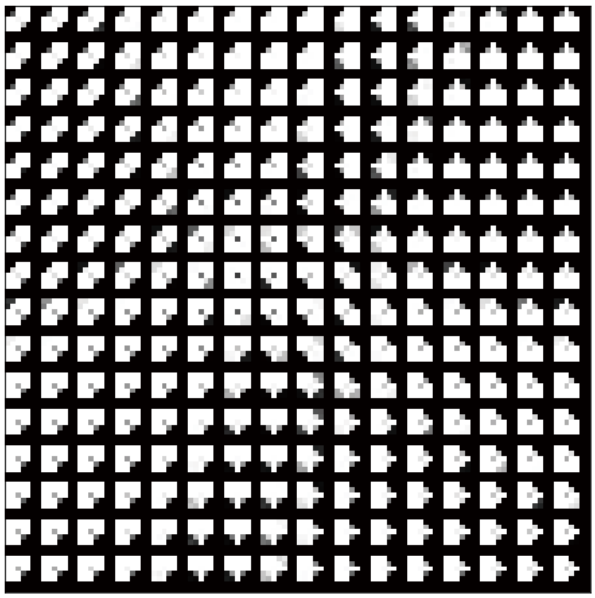


図 16　デコーダにより生成された深度マップ
（トポロジー定義曲面）

図中のプロットの数字が図 11 の曲面の番号に対応する。潜在空間を 16×16 の 256 個に分割した際に対応する潜在変数をもとに出力される曲面を深度マップで表したものが図 16 である。隣り合う画像はよく似た分布となっていることが確認できる。

4　形状最適化

前章により VAE を用いることでシェルの形状をシェル曲面定義変数とトポロジー定義変数を用いてそれぞれ少ない変数で生成することができることを確認した。次にこの 2 つの設計変数を学習させたそれぞれの VAE を用いて、シェルの形状最適化が実行可能なことを確認する。歪エネルギーを目的関数として遺伝的アルゴリズムを用いて最適な形状の探索を試みた。なお本報では最適化に Grasshopper の Garapagos を用い、構造解析には Karamba 3D を用いた。解析条件は、材料に RC を想定し、簡単に

等方性材料を仮定してヤング係数21Gpa、ポアソン比を0.17とした。また、シェル厚は20cmで一様とした。荷重は24kN/m^{3}の自重を与える。支持条件はシェルモデルをメッシュ分割した節点座標が高さ50mm以下の節点をピン支持としたなお、探索の際の設定はMax.stagnantを50、Populationを20とし、Initial Boostを2、Maintainを5%、Inbreedingを75%とした。

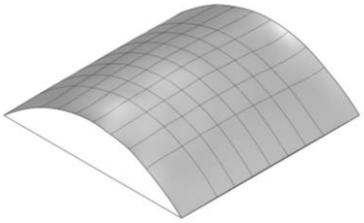
まず、シェル曲面定義変数を用いた最適解の探索について、75世代目に得られた結果を示す。最適解の潜在変数の値はz_1が-0.56、z_2が0.36であり、これをVAEのデコーダに入力して生成されるシェル曲面が図17である。シェルの形状はヴォールト状になり、歪エネルギーの値は0.0145kNmとなった。実際に学習させた15個のシェルの中では、曲面5.8が最も小さく、妥当な結果である。以上により、シェル曲面定義変数を学習させたVAEの潜在変数を設計変数とした最適化が可能であることが確認できた。

次に、トポロジー定義変数を用いた最適解の探索について、46世代目に得られた結果を示す。最適解の潜在変数の値はz_1が-2.45、z_2が1.34であり、これをVAEのデコーダに入力して生成されるシェル曲面が図18である。このシェル曲面の解析結果は0.00548kNmとなった。これは実際に学習させた15個のトポロジー定義変数の中の一番歪エネルギーが小さいものである0.006139kNmよりも小さい値を示しており、トポロジー定義変数を学習させたVAEの潜在変数を設計変数とした最適化が可能であることができた。

なお、VAEの潜在変数でシェルの曲率の微妙な変化を表現することは難しいので、本研究ではあくまで潜在変数でシェルの巨視的な形を表現させるのが狙いである。ここでは簡単に歪エネルギーを目的関数としているが、今後は文献6)のように生成されたシェルの近傍で形状を様々に変化させて曲げ歪エネルギーの変動幅を調査し、その変動幅を目的関数にする予定である。

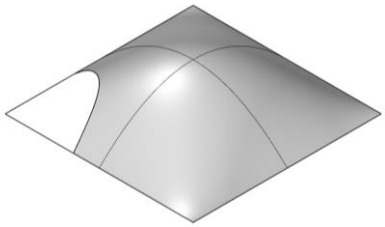
5 まとめ

VAEにシェル曲面定義変数とトポロジー定義変数をそれぞれ学習させることで様々なシェルモデルを連続的に生成可能にし、それらのシェルモデルに対して最適化を適用することで歪エネルギーの小さいシェルを探索可能であることを確認できた。実用段階においては、この定義変数を同時に組み合わせて多様な形態のシェルモデルを学習させ、設計者の希望に合う優良なシェルのトポロジーを提案することを目的とする。シェルの曲率の微妙な変化は表現できないため、目的関数は生成されたシェルモデルの周辺で形状を変化させて得られる曲げ歪エネルギー率とその変動幅を評価することを考えている。



z 1＝-0.56
z 2＝0.36
U=0.0145kNm

図17　最適化の探索結果(シェル曲面)



z 1＝-2.45
z 2＝0.36
U=0.00548kNm

図18　トポロジー定義曲面の探索結果により生成された曲面

参考文献

1) 浜田英明、大森博司：設計者の選考と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の毛構造形態創生法の提案：その1 多目的遺伝的アルゴリズムによる発見的方法,日本建築学会構造系論文集,No.609,pp.105-111,2006.11

2) 木村俊明,大森博司：形状と厚さの同時最適化法の構造位相決定問題への応用-自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案（その2）,日本建築学会構造系論文集,No.648,pp.357-376,2010.2

3) 永田洸大,本間俊雄：ベジエ曲線によるトリム曲面を用いた開口部を有する自由曲面シェルの形状最適化,構造工学論文集,Vol.64B,pp.515-523,2018.3

4) 村上紘一,眞鍋匡利,松本慎也,藤井大：IESO法をもとちいた連続体シェル構造の形態創生,日本建築学会構造系論文集,Vol,No.745,pp.459-465,2018.3

5) G.Mirra and A.Pugnale：Comparison between Human-Defined AiGenerated Design Spaces for the Oprimisation of Shell Structures,Structures34,pp.2950-2961,2021

6) 門松碧音,福田滉貴,山本憲司：曲げ歪エネルギー率を用いた自由曲面シェルの形状評価に関する研究-形状修正量を指定した形状最適化を用いた敏感性の調査,コロキウム構造形態の解析と創生 2023（投稿予定）

境界条件を入力とする条件付き敵対的生成ネットワークを用いた連続体構造の位相最適化

高橋温 [1)]，林和希 [2)]，大崎純 [3)]
1)京都大学工学研究科，大学院生
2)京都大学工学研究科，助教，工博
3)京都大学工学研究科，教授，工博

1 序論

連続体構造の位相最適化[1]では，与えられた制約条件下で構造物内の材料の分布を最適化する。このような問題は，例えば軽量で高い剛性を持つ材料の設計や，流体の効率的な流れの制御など，材料科学や工学分野における多くの実際の問題に関連している。しかしながら，複雑な幾何学的構造や多変数の最適化問題において，従来の形状最適化[2]あるいは寸法最適化[3]に対する手法では非常に高い計算コストを要する場合がある。

近年，多岐にわたる問題に対して機械学習および人工知能を用いた新たなアプローチが普及しつつある。特に，生成モデルの一つである敵対的生成ネットワーク（GAN）は，その優れた能力により，画像生成[4]，自然言語処理[5]，音声合成[6]などの幅広い領域で成果を上げている。連続体構造の位相最適化においては，最適化の対象とする領域を有限要素で分割し，各要素の密度を変数とすることが一般的である。要素の密度をピクセル値と見なせば，画像処理において顕著な成果を発揮している GAN を容易に利用でき，従来の最適化手法では多くの計算時間を要する位相最適化問題に対して大幅に計算コストを削減できる[7]。

本研究では，条件付き敵対的生成ネットワーク（cGAN）を応用する手法，特に位相最適解を物理的な観点ではなく画像的な観点から特徴づける手法を提案する。すなわち，位相最適化への cGAN の応用では，文献[7]のように構造解析の結果を学習するのが一般的であったが，本研究では最適解を画像とみなして，その密度分布のみを入力とした学習を取り扱う。cGAN は，生成器（Generator）と識別器（Discriminator）と呼ばれる二つのニューラルネットワーク（NN）が相互に競い合うことで，高品質なデータ生成を実現するモデルである。このモデルを連続体構造の位相最適化に適用し，従来の手法が抱える計算コストの課題を軽減しつつ，優れた最適化結果を得る手法を提案する。また，数値解析例により，cGAN を用いた連続体構造の位相最適化が，複雑な問題において高い効果を発揮することを示す。

2 最適化問題の定式化と最適化手法

2.1 最適化問題

本研究で対象とする最適化問題を定式化し，利用する位相最適化手法の概要をまとめる。

連続体構造の最適化の一般的理論は変分原理によって定式化されるが，数値解析には有限要素法を用いるため，位相最適化問題は要素の存在を表す 0-1 変数の組合せ最適化問題として定式化される。しかし，組合せ最適化問題は極めて計算コストが高いので，0-1 変数を連続変数に緩和する手法が一般的である。連続変数を用いた最適化手法としては，均質化法[4]と密度法が代表的であり，ここでは密度法を用いる。

N 個の要素の密度をならべたベクトルを $\boldsymbol{\rho}$ とし，材料の総体積を $V(\boldsymbol{\rho})$ とする。荷重ベクトル $\mathbf{P}$ と境界条件を指定し，剛性行列を $\mathbf{K}(\boldsymbol{\rho})$ とすると，変位ベクトル $\mathbf{U}$ は剛性方程式 $\mathbf{K}(\boldsymbol{\rho})\mathbf{U}=\mathbf{P}$ を解いて求められる。以上より，コンプライアンス $c(\boldsymbol{\rho})=\mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}(\boldsymbol{\rho})\mathbf{U}$ を最小化する問題を，以下のように定式化する。

$$\text{minimize}: \quad c(\boldsymbol{\rho}) \tag{1a}$$

$$\text{subject to}: \quad V(\boldsymbol{\rho}) \le fV_0 \tag{1b}$$

$$0 \le \rho_i \le 1 \ (i=1,\cdots,N) \tag{1c}$$

ここで，V_0 は設計領域の体積，$f \in (0,1)$ は指定された体積分率である。ところで，単純に要素密度を変数とすると，0 と 1 の間の中間的な密度をもつ多くの要素が存在するグレーな解が得られる。したがって，ヤング係数 E を密度のべき乗関数として次式で表し，中間的な密度の剛性を過小評価する。

$$E = E_{\min} + (\rho_i)^p (E_{\max} - E_{\min}) \ (0 \le \rho_i \le 1) \tag{2}$$

ここで，$E_{\max}$ は $\rho_i = 1$ のときのヤング係数，$E_{\min}$ は $\rho_i = 0$ のときのヤング係数，p はペナルティ関数である。このような方法を修正 SIMP 法という。

2.2 感度解析

コンプライアンス最小化問題の Lagrange 関数を，Lagrange 乗数 λ を用いて次式で定義する。

$$L(\boldsymbol{\rho};\lambda) = c(\boldsymbol{\rho}) + \lambda(V(\boldsymbol{\rho}) - fV_0) \tag{3}$$

最適性条件（KKT 条件）は次式で与えられる。

$$\frac{\partial L}{\partial \rho_i} = \frac{\partial c}{\partial \rho_i} + \lambda \frac{\partial V}{\partial \rho_i} = 0 \ \ (i = 1,2,\dots,N) \tag{4a}$$

$$\lambda(V(\boldsymbol{\rho}) - fV_0) = 0, \quad V(\boldsymbol{\rho}) - fV_0 \le 0, \quad \lambda \ge 0 \tag{4b}$$

荷重が設計変数に依存しないとき，コンプライアンスの感度係数は次式から求められる。

$$\frac{\partial c}{\partial \rho_i} = -\mathbf{U}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_i}\mathbf{U} \tag{5}$$

また, 材料の総体積の感度係数は, 要素 i の体積を A_i とすると，

$$\frac{\partial V}{\partial \rho_i} = A_i \tag{6}$$

であり，均等なサイズの要素で分割する場合には定数である。

2.3 フィルタリング

位相最適化の最適解はしばしば要素が存在する部分と存在しない部分が交互に出現するチェッカーボード現象が生じる。このような位相を構造体としてそのまま採用することは製作上の困難および局所破壊の危険を伴う。したがって，チェッカーボード現象を避けられる最適化アルゴリズムが望ましい。

チェッカーボード現象を回避するためには，密度や感度係数に特定のフィルターを適宜施すことで材料分布を集中させるフィルタリングが有効である。式(7)にフィルターを通した後の目的関数を要素密度で偏微分した感度係数を示す。

$$\frac{\partial c}{\partial \rho_i} = \frac{1}{\max(\gamma, \rho_i)\sum_{e\in N_i} H_{ie}} \sum_{e\in N_i} H_{ie}\rho_e \frac{\partial c}{\partial \rho_e} \tag{7}$$

ここで，N_i は要素 i からの中心間距離 $\Delta(i,e)$ がフィルター半径 $r_{\min}$ より小さい要素 e の集合，$\gamma\ (= 10^{-3})$ は 0 での除算を避けるための微小な正の値であり，H_{ie}は次式で定義される重み係数である。

$$H_{ie} = \max\left(0, r_{\min} - \Delta(i,e)\right) \tag{8}$$

2.4 敵対的生成ネットワーク (GAN) の概要

2.4.1 背景と概要

GAN は機械学習モデルの一つである。GAN を構成している NN は人間の脳のニューロンを模式化したものであり，機械学習の分野で盛んに研究が行われている。

GAN は 2014 年に Ian J. Goodfellow[4]によって発表された新しい NN の構造である。特徴は Generator と Discriminator と呼ばれる 2 つの NN を用いる点である。Generator は「本物らしい」画像を作成して Discriminator を欺くことを目的とし，Discriminator は，Generator によって生成された偽物の画像と，入力される本物の画像を正しく識別することを目的とする。これらの内容は一般に図 1 のように表現される。

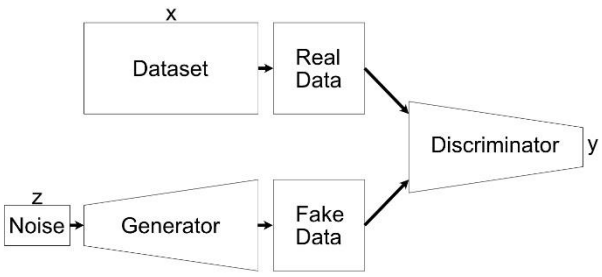


図 1 GAN モデルの構成

GAN の改良版として，条件ベクトルを用いて GAN の出力を制御できるようにしたモデルを cGAN といい，その他にも多種のバリエーションが生まれている。

2.4.2 基礎理論

GAN 全体の損失関数は，次式のような Min-Max の目的関数として表される。

$$\min_G \max_D \quad \mathbb{E}_{x\sim p_r(x)}[\log D(x)] + \mathbb{E}_{z\sim p_z(z)}[\log(1 - D(G(z)))] \tag{9}$$

ここで，G は Generator を表し，確率分布 $p_z(z)$ にしたがう乱数 z からデータ空間 $G(z)$ への写像である。D は Discriminator による写像を表し，データ x が確率分布 $p_r(x)$ からサンプリングされたものであれば確率

$$p = D(x) \in [0,1] \tag{10}$$

を付与し, 生成器からの出力 $p_g(x)$ からサンプリングされたものであれば確率 $1-p$ を付与する。式(9)において G を固定した場合, D の最適値 $D_G^*(x)$ は次式で求められる。

$$D_G^*(x) = \frac{p_r(x)}{p_r(x) + p_g(x)} \tag{11}$$

式(11)の $D_G^*(x)$ を式(9)の目的関数の D に代入すると，

次式が導かれる。

$$\mathbb{E}_{x\sim p_r(x)}[\log D_G^*(x)] + \mathbb{E}_{z\sim p_z(z)}\left[\log\left(1 - D_G^*(G(z))\right)\right]$$

$$= \mathbb{E}_{x\sim p_r(x)}\left[\log\frac{p_r(x)}{p_r(x)+p_g(x)}\right] + \mathbb{E}_{z\sim p_z(z)}\left[\log\frac{p_g(x)}{p_r(x)+p_g(x)}\right]$$

$$= 2\cdot JSD\left(p_r(x) \parallel p_g(x)\right) - \log 4 \qquad (12)$$

よって，G は最適な D $(= D_G^*(x))$のもとで Jensen-Shannon Divergence (JSD) の基準のもとで，真のデータの確率分布 $p_r(x)$ と Generator の出力の確率分布 $p_g(x)$ を近づけるように働くと考えられる。ここでJSD は，2 つの確率分布 $P(X=x)$ と $Q(X=x)$ に対して

$$JSD(P \parallel Q) = \frac{1}{2}KL(P \parallel M) + \frac{1}{2}KL(Q \parallel M) \qquad (13a)$$

$$M = \frac{1}{2}(P(x) + Q(x)) \qquad (13b)$$

で与えられる確率分布の類似度に関する指標である。さらに Kullback-Leibler Divergence (KL)は同様の指標であり，Q から P を見たときの Kullback-Leibler Divergence は

$$KL(P \parallel Q) = \sum_{x\in X} P(x)\ln\frac{P(x)}{Q(x)} \qquad (14)$$

で表される。

cGAN の損失関数は，式(9)に条件ベクトル y を追加することで，次式のように定式化される。

$$\min_G \max_D \quad \mathbb{E}_{x\sim p_r(x)}[\log D(x|y)] + \mathbb{E}_{z\sim p_z(z)}[\log(1 - D(G(z|y)))] \qquad (15)$$

各条件に対応する y における損失を最小化するように最適化問題を解くことで，cGAN は学習を行う。

3 cGAN の導入

cGAN の詳細なアーキテクチャについては，Kang による GitHub コード[9]と Miyato and Koyama.による論文[10]を参考に構築した。これを用いて，cGAN において境界条件を学習時の条件として組み込むことで，cGAN が指定した境界条件に対する近似最適解を出力することを目指す。また，教師データは，2.1 節の方法に基づく topopt.py [11]を用いて作成した。

表 1　cGAN の学習に用いたパラメータ

パラメータ	値
学習エポック	30
バッチサイズ	64
最適化アルゴリズム	Adam
学習率	0.0002
$\beta1$	0.5
$\beta2$	0.999
誤差関数	交差エントロピー誤差

表 1 に示すパラメータを用いて学習を行う。$\beta1$，$\beta2$ は，最適化アルゴリズム Adam [12]を用いる際に慣性項に与える指数減衰率である。また，それぞれの値は数回の学習の試行により調整したものである。

4 数値例題

本節では，要素密度分布とコンプライアンスをそれぞれ比較することで，cGAN が出力した位相と最適性基準法による最適位相の違いを定量的に分析する。

著者らは，文献[12]において，複数の種類の載荷条件における最適解の再現・予測を検証し，生成解の密度分布が教師データと近似し，生成解の剛性が教師データと同程度の値を示すという結果を得ている。本研究では，支持条件と載荷条件の両方を変更して構造解析を行い，cGAN が指定した載荷・支持条件に対して適切な位相を出力することを確認する。

4.1　複数種の支持条件における最適解の再現・予測

4.1.1　最適化問題の設定

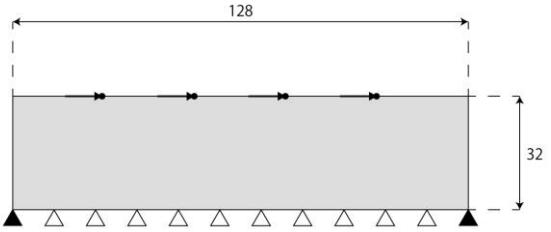


図 2 設計領域と境界条件

図 2 のような設計領域において，黒塗り三角で示す支持位置と矢印で示す載荷点は共通として，支持位置の候補を定める。白塗り三角で示す支持位置 10 箇所の組み合わせは $2^{10} = 1024$ 通りである。このうち重複なく無作為に 512 個の組み合わせを選び，学習に用いる。また，

構造最適化問題において，体積分率は $f = 0.4$，フィルター半径は $r_{\min} = 2.0$，ポアソン比は $\nu = 0.3$，荷重はそれぞれ 1，ヤング係数を定める式(2)のパラメータは $E_{\max}$=1.0, $E_{\min} = 10^{-9}$, $p = 3.0$ である。

それぞれの支持条件によって得られた最適解を 16 回ずつ学習することで，512×16 個のデータセットとして学習を行う。また，条件ベクトルは支持条件に対して，支持している場合を 1，していない場合を 0 とする要素数 10 のベクトルとして入力とする。

4.1.2　学習履歴

図 3 に，教師データと，同じ支持条件での生成解の一部を示す。教師データの形状と類似し，さらに教師データのグレーの部分に対してより濃淡が明瞭である解が生成されていることがわかる。

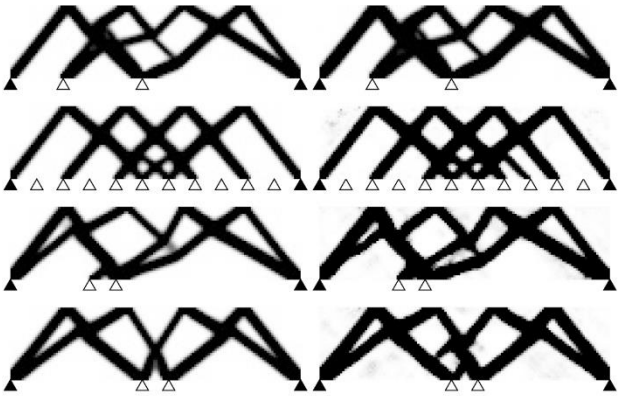


図 3 教師データ(左)と生成解(右)

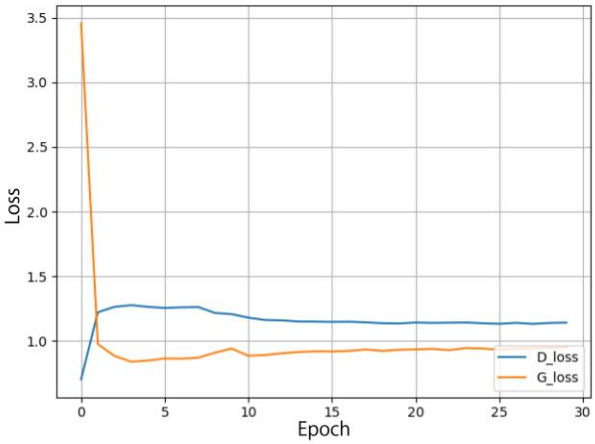


図 4 学習過程における Discriminator の誤差(D_loss)および Generator の誤差(G_loss)の履歴

学習過程における Generator と Discriminator の損失の履歴を図 4 に示す。各バッチにおける交差エントロピー誤差を縦軸，学習エポック数を横軸に取っている。それぞれの誤差が一定の値に収束していることから，2 つの学習器のどちらかに性能が偏ることなく学習できていることがわかる。

4.1.3　結果と考察

図 5 は，教師データと生成解の要素密度における MSE（平均二乗誤差）をプロットしたものである。cGAN の学習に用いた教師データに対する予測結果（Trained）と学習に含めなかったデータに対する予測結果（Validation）で性能に大きな違いは見られず，教師データを与えた支持条件の組み合わせから補間するようにして，未学習の支持条件に対しても cGAN が最適解の要素密度を精度よく予測できていると考えられる。

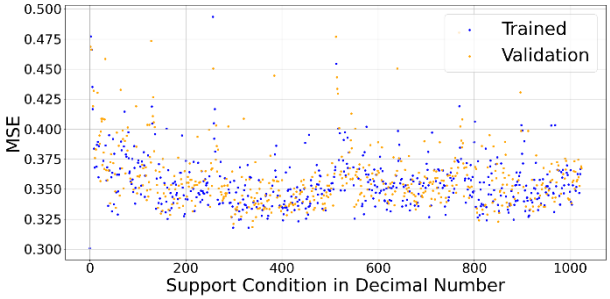


図 5 教師データとの MSE 比較

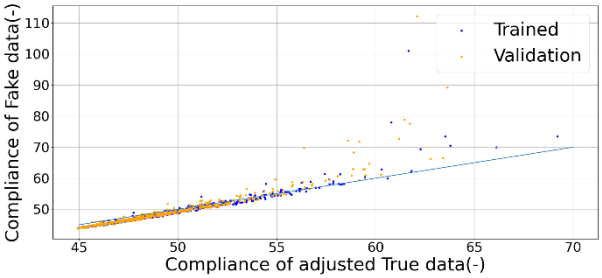


図 6 教師データとのコンプライアンスの比較

教師データと生成解のコンプライアンスの関係を図 6 に示す。生成解では教師データと類似したコンプライアンスが得られていることから，設計外力に対して同等の剛性を有することがわかる。また，図 5 と同様に，cGAN の学習に用いた教師データに対する予測結果（Trained）

と学習に含めなかったデータに対する予測結果（Validation）で分布に差が見られないこともわかる。

4.2　複数種の載荷・支持条件における最適解の再現・予測

4.2.1　最適化問題の設定

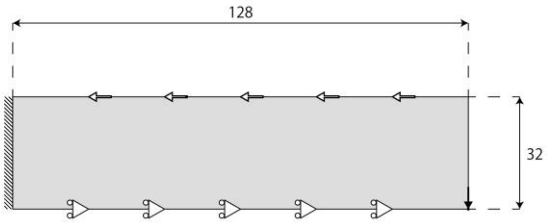


図 7 設計領域と境界条件

図 7 のように，左辺の固定端と右辺の鉛直下向きの載荷は共通として，上辺の水平方向載荷条件と，下辺の水平方向の移動を拘束するローラー支点の位置の候補を定める。白塗り矢印で示す載荷位置と白塗り三角で示す支持位置それぞれ 5 箇所の組み合わせは，$2^5 \times 2^5 = 1024$ 通りである。このうち重複なく無作為に 512 個の組み合わせを選び，学習に用いる。また，構造最適化に用いる設計パラメータは，4.1 節と同様である。それぞれの載荷条件・支持条件によって得られた最適解を 16 回ずつ学習することで，512×16 個のデータセットとして学習を行う。また，条件ベクトルは，載荷条件に対して，載荷している場合を 1，していない場合を 0 とする要素数 5 のベクトル，支持条件に対して，支持している場合を 1，していない場合を 0 とする要素数 5 のベクトルとして入力とする。

4.2.2　結果と考察

図 8 に，教師データと同じ載荷・支持条件での生成解の一部を示す。教師データの形状と類似し，さらに教師データのグレーの部分に対してより濃淡が明瞭である解が生成されていることがわかる。学習履歴に関しては，4.1 節で示した図と類似した結果が得られたので省略する。すなわち，Discriminator の学習時の誤差と Generator の学習時の誤差がそれぞれ一定の値に収束しており，学習は成功していると考えられた。

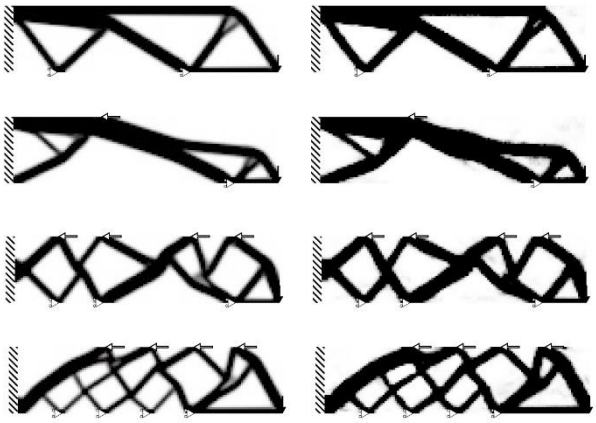


図 8 教師データ（左）と生成解（右）

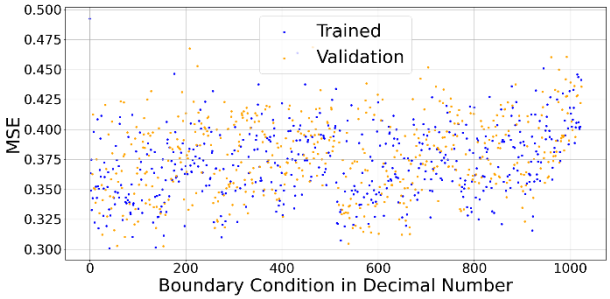


図 9 教師データとの MSE 比較

図 9 は，教師データと生成解の要素密度における MSE（平均二乗誤差）をプロットしたものである。4.1.3 節の結果と同様に，cGAN の学習に用いた教師データに対する予測結果（Trained）と学習に含めなかったデータに対する予測結果（Validation）で性能に大きな違いは見られず，教師データを与えた載荷・支持条件の組み合わせから補間するようにして未学習の載荷・支持条件に対しても cGAN が最適解の要素密度を精度よく予測できていると考えられる。

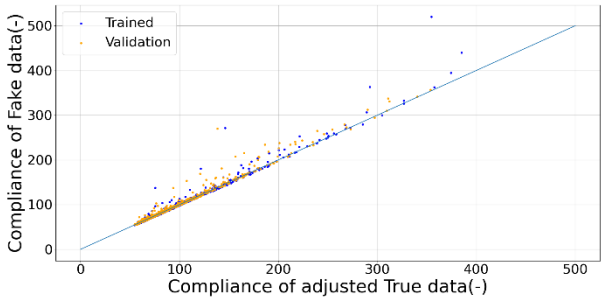


図 10 教師データとのコンプライアンス比較

教師データと生成解のコンプライアンスの関係を図10に示す。生成解は教師データと類似したコンプライアンスが得られていることから，設計外力に対して同等の剛性を有することがわかる。また，図9と同様に，cGANの学習に用いた教師データに対する予測結果（Trained）と学習に含めなかったデータに対する予測結果（Validation）で分布に差が見られないこともわかる。

5 結論

平面連続体構造モデルの位相最適化問題に対して，cGANを用いた最適解の予測手法を提案した。学習に用いたものとは異なる載荷条件を与える場合，異なる支持条件を与える場合，両方を変化させる場合のいずれの例においても精度よく学習でき，cGANが汎化性能を発揮するために必要な教師データの数は全体の設計条件の数の半分で十分であることがわかった。しかし，4節で対象としたモデル以外では，生成解において不連続な部材が発生し構造的に不安定な解も存在し，このような問題に対してcGANの内部処理にて連続性を考慮した学習ができるように改良する必要がある。

参考文献

1) Bensøe, M. P., Kikuchi, N. (1998) Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 71, No. 2, pp. 197-224.
2) Zienkiewicz, O. C., Campbell, J. S. (1973) Shape optimization and sequential linear programming, Optimum Structural Design Theory and Applications, edited by Gallager R. H., Zienkiewicz O. C., John Wiley & Sons, pp.109-126.
3) Prager, W. (1974) A note on discretized Michell structures, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, No. 3, pp. 349-355.
4) Goodfellow, I. J., Pouget-Abadie, J., Mehdi M, Bing, X, David, W, Sherjil, O, Aaron, C, Yoshua, B. (2014). Generative adversarial networks, In: Proc. NIPS, pp. 2672–2680.
5) David, E., Oscar, L., (2020) Generative Adversarial Networks and Natural Language Processing for Macroeconomic Forecasting, Master Thesis of KTH Royal Institute of Technology.
6) Jungil, K., Jaehyeon, K., Jaekyoung, B., (2020) HiFi-GAN: Generative adversarial networks for efficient and high fidelity speech synthesis. In: Proc. 34th Int. Conf. Neural Information Processing Systems, Article No. 1428.
7) Zhenguo, N., Tong, L., Haoliang, J., Levent, B. K. (2021) TopologyGAN: Topology optimization using generative adversarial networks based on physical fields over the initial domain, Journal of Mechanical Design, Vol. 143, No. 3, 031715.
8) Bensøe, M. P. (1989) Optimal shape design as a material distribution problem, Structural Optimization, Vol. 1, No. 4, pp. 193-202.
9) Hyeonwoo, K., (2017) “GitHub - znxlwm/pytorch-MNIST-CelebA-cGAN-cDCGAN: Pytorch implementation of conditional Generative Adversarial Networks (cGAN) and conditional Deep Convolutional Generative Adversarial Networks (cDCGAN) for MNIST dataset”, https://github.com/znxlwm/pytorch-MNIST-CelebA-cGAN-cDCGAN (2022-10-23)
10) Miyato, T., Koyama, M. (2018) cGANs with Projection Discriminator, In: Proc. Int. Conf. on Learning Representations, ICLR 2018, pp. 1-21.
11) Niels, A. (2019) “Topology optimization codes written in Python”, https://www.topopt.mek.dtu.dk/apps-and-software/topology-optimization-codes-written-in-python (2022-10-23)
12) Diederik, P. K, Jimmy, B. (2015) Adam: A method for stochastic optimization, 3rd Int. Conf. on Learning Representations, ICLR 2015.
13) 高橋 温, 林 和希, 大崎 純. (2023) 条件付き敵対的生成ネットワークを用いた連続体構造の位相最適化,日本建築学会学術講演梗概集, 構造 I, pp. 993-994.

機械学習により材料非線形性を考慮したラチスシェルの形状最適化

藪内　佑馬[1)], 藤田 慎之輔[2)]
1)北九州市立大学大学院国際環境工学研究科，大学院生，d2mbb021@eng.kitakyu-u.ac.jp
2)北九州市立大学大学院国際環境工学研究科，准教授，博士(工学)，s-fujita@kitakyu-u.ac.jp

1　はじめに

構造計画の初期段階で力学的合理性に優れたシェル構造建築形態を得る手法である形状最適化に関する研究事例[1, 2)]は数多く存在し，それらの目的関数には比較的計算負荷の低い線形弾性範囲の力学的性能が考慮される場合が一般的である．しかし，シェル構造は形状初期不整による幾何学的非線形性の影響，鉄骨部材により構成されるラチスシェルにおいては骨組構造特有の個材座屈や部材の塑性化が懸念されるため，座屈荷重が様々な要因により大きく変動する．したがって，線形弾性範囲の力学的性能を目的関数とした最適化では実際の力学的性能に対して必ずしも最適化されているとは限らない．

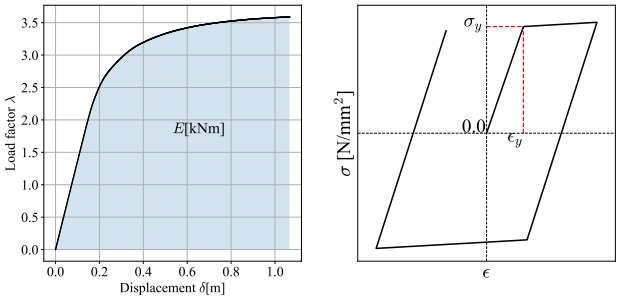
一方で，機械学習を用いて構造最適化に要する計算時間の短縮や計算負荷の低減を図った研究が近年盛んに行われている[3, 4)]．筆者ら[5)]は既報において，ラチスシェルの幾何学的非線形性に関する目的関数の構築を教師あり学習により構築し，十分な数の教師データを与えれば高い精度で当該目的関数の予測が可能であることを報告した．本研究では，将来的に幾何学的非線形性と材料非線形性を考慮した複雑な座屈解析により算出される目的関数の予測を行うため，まずは材料非線形性に関する予測モデルの構築を行い，当該予測モデルによる形状最適化を実施する．また，既報[5)]では単一の解析対象物に対する目的関数の予測に関する検証を行っており，機械学習の入力変数はラチスシェルのz軸節点座標に関係するデータのみであったため，解析対象物の諸条件が少しでも変化すると予測モデルの適用ができなくなるという問題点があった．そこで，本研究でのもう一つの検証として，教師あり学習の入力変数としてラチスシェルのスパンや総体積などの規模に関する変数を考慮することで，解析対象物の軽微な解析条件の変更に対する予測モデルの汎化性能の検証を行う．

2　材料非線形性の考慮

本研究では，材料非線形性に関する目的関数であり，機械学習の予測の対象とする力学的性能として塑性ひずみエネルギーEを考慮する．本研究でいう塑性ひずみエネルギーEは材料非線形解析を行ったときの最大荷重係数到達時の全節点変位ベクトル$\boldsymbol{U}$における荷重係数-変位曲線の面積と定義し，図 1(a)中の青色で示す枠内の部分に該当する．材料非線形解析にはOpenSees[6)]を使用し，本稿で取り扱う部材断面は鋼管に限定して各部材にファイバーモデルの弾塑性要素を”forceBeamColumn”により配置する．また，ファイバー要素の応力-ひずみ関係は降伏応力σ_yを235N/mm^{2}とし，二次勾配をほぼゼロに等しい値とする図 1(b)に示すバイリニアの復元力特性とする．なお，部材中央に中間節点を設けることによる個材座屈の考慮はここでは取り扱わない．節点変位増分ベクトル$d\boldsymbol{U}$と外力増分ベクトルの係数$d\lambda$を釣合経路のパラメータとする弧長増分法を解析に用いる．経路長の増分をdlとすると，未知量$d\boldsymbol{U}$，$d\lambda$は式 (1)により求められる．

$$d\boldsymbol{U}^{\top} d\boldsymbol{U} + d\lambda^2 = dl^2 \tag{1}$$

経路長の増分dlを0.01，最大ステップ数を1000とし，収束計算には修正Newton-Raphson法を用いる．経路長の増分dlを最大ステップ数へ到達するまで漸増させ，降伏応力σ_yへ達した部材の要素剛性マトリクスを逐次降伏後のマトリクスへ入れ替えることで材料の塑性化を考慮する．



(a) 塑性ひずみエネルギーE　(b) バイリニア型σ-ϵ関係

図1　材料非線形解析の概要

3　Bスプライン曲面によるラチスシェルの形状表現

本研究では格子グリッドで構成される単層ラチスシェルを解析対象とし，その形状表現を少数の変数で取り扱うため，その節点座標は$(I+1)\times(J+1)$の制御ネットを有するBスプライン曲面により離散化する．各制御点のx座標，y座標，z座標を並べたベクトルをそれぞれ$\boldsymbol{q}_x$，$\boldsymbol{q}_y$，$\boldsymbol{q}_z$とおくと式(2)のように表せる．

$$\boldsymbol{q}_x = \begin{pmatrix} q_{x,00} & \cdots & q_{x,0J} & \cdots & q_{x,I0} & \cdots & q_{x,IJ} \end{pmatrix}^\top \tag{2a}$$

$$\boldsymbol{q}_y = \begin{pmatrix} q_{y,00} & \cdots & q_{y,0J} & \cdots & q_{y,I0} & \cdots & q_{y,IJ} \end{pmatrix}^\top \tag{2b}$$

$$\boldsymbol{q}_z = \begin{pmatrix} q_{z,00} & \cdots & q_{z,0J} & \cdots & q_{z,I0} & \cdots & q_{z,IJ} \end{pmatrix}^\top \tag{2c}$$

また，節点数をn，要素数をmとすると，節点座標ベクトル$\boldsymbol{r}$は式(3)のようになる．このとき，節点座標は式(4)のように離散化される．

$$\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x} & \boldsymbol{y} & \boldsymbol{z} \end{pmatrix} \tag{3a}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 & \cdots & x_n \end{pmatrix}^\top \tag{3b}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 & \cdots & y_n \end{pmatrix}^\top \tag{3c}$$

$$\boldsymbol{z} = \begin{pmatrix} z_1 & \cdots & z_n \end{pmatrix}^\top \tag{3d}$$

$$x_k = \sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J} q_{x,ij}\boldsymbol{B}_{i,N}(u_k)\boldsymbol{B}_{j,M}(v_k) \qquad (k=1,\cdots,n) \tag{4a}$$

$$y_k = \sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J} q_{y,ij}\boldsymbol{B}_{i,N}(u_k)\boldsymbol{B}_{j,M}(v_k) \qquad (k=1,\cdots,n) \tag{4b}$$

$$z_k = \sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J} q_{z,ij}\boldsymbol{B}_{i,N}(u_k)\boldsymbol{B}_{j,M}(v_k) \qquad (k=1,\cdots,n) \tag{4c}$$

ここで$\begin{pmatrix} u_k & v_k \end{pmatrix}$は$k$番目の節点の節点座標に対応したパラメータであり，$\boldsymbol{B}_{i,N}(u)$は$u$方向の$N$次のBスプライン基底関数，$\boldsymbol{B}_{j,M}(v)$は$v$方向の$M$次のBスプライン基底関数を表す．

4　機械学習の概要

本研究では，教師あり学習の手法の一つであるニューラルネットワーク回帰を用いて予測モデルの構築を行う．ニューラルネットワークは図2に示す微分可能な変換を繋げて作られた計算グラフであり，入力層，中間層，出力層から構成される．

入力と出力の関係が非線形である場合は中間層のノード内で出力ベクトルから入力ベクトルへの変換を行う必要があり，この変換には正規化線形関数ReLUと呼ばれる活性化関数を用いる．ニューラルネットワークの構築には，Pythonで書かれた，TensorFlow上で実行可能な高水準のニューラルネットワークライブラリであるKeras[7]を用い，最適化アルゴリズムにはAdam[8]を使用する．損失関数は平均二乗誤差MSEとし，正解値E^tに対する予測値E^pの差を最小化する最適なパラメータ行列$\boldsymbol{W}$を決定する．

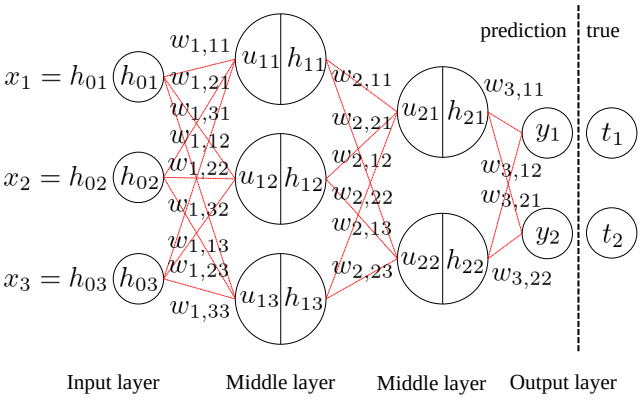


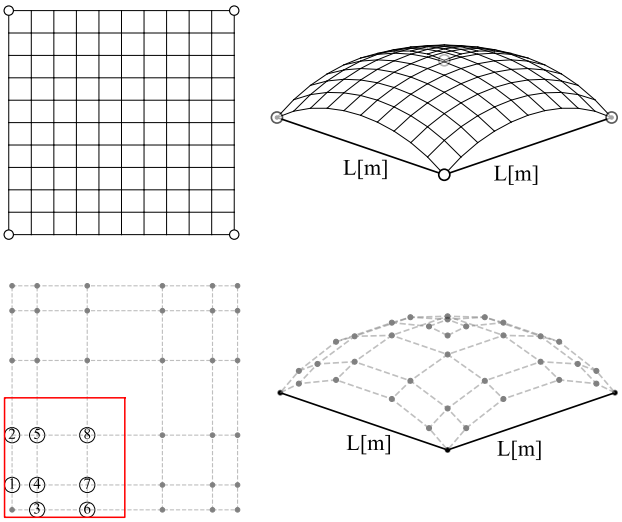
図2　ニューラルネットワークの概要図

5　塑性ひずみエネルギーEの予測モデルの構築

5.1　解析対象物

本研究では，図3に示す10×10の格子グリッドで構成され，正方形平面を有する単層ラチスシェルを解析対象物として塑性ひずみエネルギーEの予測モデルを構築する．形状は$N=M=3$次のBスプライン曲面によって離散化し，制御点は6×6($I=J=5$)の格子状に配置する．外力は部材の自重として77kN/m^{3}を，積載荷重として1.0kN/m^{2}を屋根面の負担面積に応じてシェルの各節点へ鉛直下向きに作用させる．ただし，材料非線形解析の増分外力には活荷重である積載荷重のみを考慮する．

使用部材はϕ355.6×9.0の鋼管で統一し，材料特性は鋼管の一般値としてヤング率は2.05×10^{5}N/mm^2，ポアソン比は0.3とし，接合部は剛接合とする．また，本解析対象物は対称性を考慮しており，1/4領域の制御点z座標ベクトル$\boldsymbol{q}_z$を設計変数とし，その他の$\boldsymbol{q}_z$は対称性から従属的に決定するものとする．



○はピン支持を示す

図3　形状と制御点の平面図と鳥瞰図

5.2　予測モデルの構築

教師あり学習を行うにあたって，まずは教師データの作成手順について説明する．ラチスシェルのスパンLを20.0mから40.0mの範囲で2.0m刻みでランダムに選択し，続いて選択されたスパンLに基づいて式 (5)の範囲で1/4領域の制御点z座標ベクトル$\boldsymbol{q}_z$を同様にランダムにより変更する．本稿でのラチスシェルは正方形平面に限定するため，X方向およびY方向のスパンLは同一の値とする．ここで，最小のz軸節点座標z_{min}が0.0m未満を下回った場合のデータは省くものとする．

$$-L/10.0 \leq \boldsymbol{q}_z \leq L/2.0 \tag{5}$$

図 2における入力変数は表 1に示す線形弾性ひずみエネルギーf，制御点z座標ベクトル$\boldsymbol{q}_z$，ラチスシェルのスパンLとする．線形弾性ひずみエネルギーfはOpenSees[6]を用いた線形弾性解析により算出する．上記の手順で創生されたラチスシェルの形状に対して材料非線形解析を実施し，図 1に示す塑性ひずみエネルギーEの値を算出したビッグデータを80,000個作成する．入力変数が複雑であることに起因する過学習が懸念されるため，ここではホールドアウト法およびk–分割交差検証の2種類の学習方法による検討を行う．ホールドアウト法ではビッグデータを教師データ70,000個，検証データ10,000個へ分割し，k–分割交差検証のデータの分割数kは5分割とする．ビッグデータ80,000個の統計を表 2に示す．機械学習の

表 1　機械学習の入力変数

No.	入力変数リスト
1	線形弾性ひずみエネルギーf[kNm]
2	ラチスシェルのスパンL[m]
3$\cdots$10	1/4領域の制御点z座標ベクトル$\boldsymbol{q}_z$[m]

表 2　ビッグデータ80,000個の統計

パラメータ	標準偏差	最大値	最小値
E[kNm]	67.17	697.15	3.45
f[kNm]	317.70	6419.91	1.67
cp1[m]	5.12	19.99	-3.94
cp2[m]	4.82	19.99	-1.25
cp3[m]	5.13	19.99	-3.94
cp4[m]	5.44	19.99	-3.99
cp5[m]	5.43	20.00	-3.99
cp6[m]	4.83	19.99	-1.24
cp7[m]	5.42	20.00	-3.99
cp8[m]	4.88	19.99	-2.52

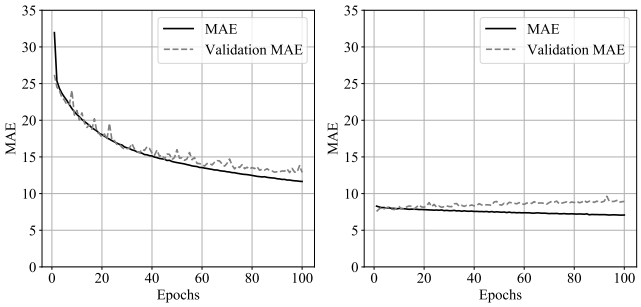
表 3　各テストデータの塑性ひずみエネルギーEの統計

スパンL[m]	標準偏差	最大値	最小値
10.0	549.90	4968.97	95.72
20.0	80.07	566.93	21.35
30.0	32.12	208.92	11.65
40.0	14.64	93.52	7.58
50.0	7.83	50.17	2.96

際はこれらの最大値および最小値を用いて入力変数を正規化する．なお，表中のcp1からcp8までの1/4領域における制御点座標位置は図 3を参照されたい．ラチスシェルのスパンLを10.0m，20.0m，30.0m，40.0m，50.0mとした5種類のテストデータをビッグデータとは別にそれぞれ2,000個ずつ作成する．ここで，スパンLが10.0m，50.0mのテストデータは本稿で構築する予測モデルが学習していない規模である．5種類のテストデータ2,000個の統計を表 3に示す．表 3より，スパンLが小さくなるほど塑性ひずみエネルギーEの標準偏差の値が大きくなる傾向がある．学習時におけるハイパーパラメータを中間層数5層，中間層のノード数128個，エポック数100，バッチサイズを16とし，テストデータに対する予測精度から予測モデルを評価する．なお，ここでいう予測精度とは正解値E^{t}と予測値E^{p}の比率が$0.9 \leq E^{\mathrm{t}}/E^{\mathrm{p}} \leq 1.1$の範囲に収まっている割合のことを指す．

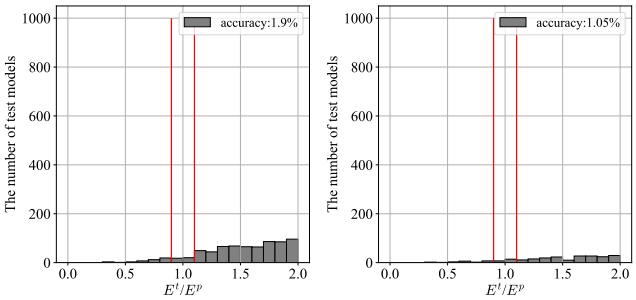
5.3　予測精度の評価

学習履歴を図 4に示す．図 4(b)は各分割の各エポック時の平均履歴を示している．いずれの学習履歴も学習が進むにつれて平均絶対誤差MAEは減少しているが，MAE



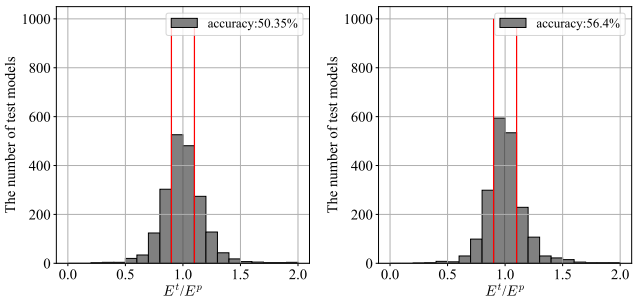
(a) ホールドアウト法　(b) k–分割交差検証

図4　学習履歴



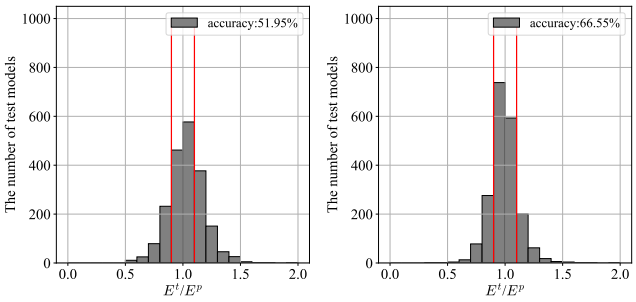
(a) ホールドアウト法　(b) k–分割交差検証

図5　スパンL = 10.0mのテストデータに対する予測精度



(a) ホールドアウト法　(b) k–分割交差検証

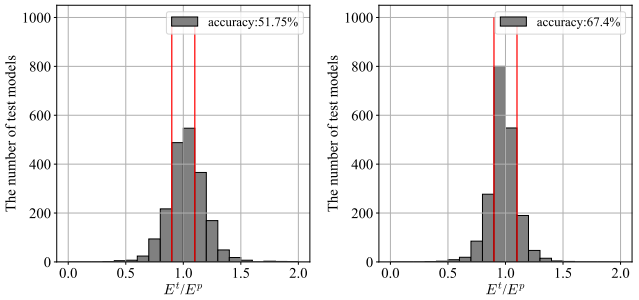
図6　スパンL = 20.0mのテストデータに対する予測精度



(a) ホールドアウト法　(b) k–分割交差検証

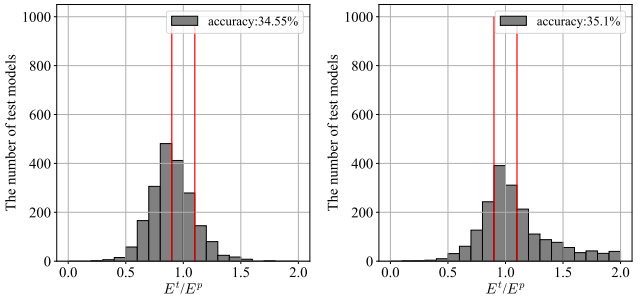
図7　スパンL = 30.0mのテストデータに対する予測精度

と検証MAEの乖離が徐々に大きくなり，過学習が発生している可能性がある．



(a) ホールドアウト法　(b) k–分割交差検証

図8　スパンL = 40.0mのテストデータに対する予測精度



(a) ホールドアウト法　(b) k–分割交差検証

図9　スパンL = 50.0mのテストデータに対する予測精度

表 4　各テストデータに対するMAE一覧

スパンL[m]	ホールドアウト法	k–分割交差検証
10.0	575.61	712.97
20.0	28.32	25.46
30.0	10.83	8.39
40.0	5.22	4.09
50.0	4.28	4.52

各予測モデルの予測精度を示す図を図 5から図 9, 各テストデータへの予測に対する平均絶対誤差の値の一覧を表 4に示す．図 5および図 9は予測モデルが未学習の範囲であり，特に図 5に示すスパンLが10.0mに対する予測精度は極端に低下している．一方で学習範囲である図 6, 7, 8は予測精度が50%を超えており，半数以上のデータが0.9から1.1の間へ収束している．スパンLが10.0mの場合を除いて，k–分割交差検証による学習によって構築した予測モデルの予測精度が微小に高くなっている．これらの予測精度には表 3に示した標準偏差の値が大きく影響していると考える．表 3中において標準偏差のばらつきが比較的少ないスパンLが30.0mおよび40.0mの規模に対しては比較的高い予測精度が確保されており，ばらつきの激しいスパンLが20.0mに対しては予測精度が低下し

ている．このような傾向は表4のテストデータに対するMAEの値に反映されていると考える．

6　形状最適化

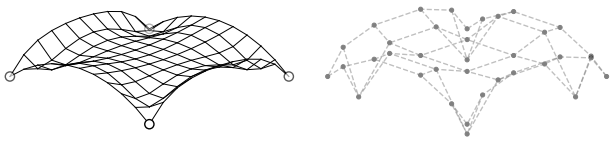
選定した予測モデルを用いて，式(6)に示す形状最適化問題について，発見的最適化手法ソルバーMIDACO[9]を用いて12時間解析を行うことで解く．スパンLは5.3節で高い予測精度が確認された30.0m，40.0m，50.0mとする．ここで，スパンLが50.0mの場合は予測モデルが未学習の規模である．目的関数は塑性ひずみエネルギーの予測値E^pの単一目的最適化であり，制約条件として設計変数である制御点z座標ベクトル$\boldsymbol{q}_z$の範囲に関する制約とz軸節点座標の最大値z_{max}に関する制約を考慮する．なお，塑性ひずみエネルギーの予測値E^pの算出に必要な表1に示すデータは，表2の値で正規化して予測モデルへの入力を行い，算出する．

$$\underset{\boldsymbol{q}_z}{\text{maxmize}} \quad \left\{ E^p \right. \qquad \text{subject to} \quad \left\{ \begin{array}{l} -L/10 \le \boldsymbol{q}_z \le L/2 \\ 0.0 \le z_{min} \\ z_{max} \le L/4 \end{array} \right. \tag{6}$$

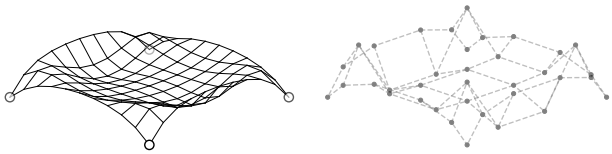
E^p　：　塑性ひずみエネルギーの予測値
$\boldsymbol{q}_z$　：　制御点z座標ベクトル
L　：　ラチスシェルのスパン
z_{min}　：　z軸節点座標の最小値
z_{max}　：　z軸節点座標の最大値

最適化問題(6)を解いたときの最適化形状およびその制御点を図10から図12へ示す．当該図の下部には，各力学的性能も併せて示している．得られている解形状はスパンがいずれのときの形状も異なっているが，どの形状も概ねシェル中央部が凹となり，自由端となっている外周部のライズが上昇している．これらの形状は引張を主応力とする形状であり，幾何学的非線形解析を実施するとスナップスルーを起こす可能性があると考える．

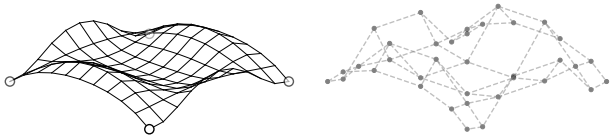
塑性ひずみエネルギーの予測値E^pは真の値E^tとの乖離が激しく，E^t/E^pの比率に着目するとどの形状に対しても$0.9 \le E^t/E^p \le 1.1$の範囲内でなく，実際の塑性ひずみエネルギーEに対して最大化されていない可能性が高い．しかし，未学習の規模であるスパン$L = 50.0$の形状に対してのE^t/E^pの比率と学習範囲であったスパン$L = 30.0, 40.0$の形状におけるE^t/E^pの比率にあまり目立った差は見受けられない．予測精度は既報[5]より大きく低下しており，その原因として教師あり学習における入力変数の複雑さが挙げられる．過学習が生じたことも入力変数の複雑さに起因するものと考える．したがって，未学習の解析条件を有するシェル構造の非線形力学特性を高い精度で予測するには，機械学習モデルの再検討が必要である．



$E^t = 192.45$[kNm], $E^p = 350.87$[kNm],
$E^t/E^p = 0.54$, $z_{max} = 7.50$[m]
図10　$L = 30.0$mの最適化形状



$E^t = 88.25$[kNm],　$E^p = 112.63$[kNm],
$E^t/E^p = 0.78$, $z_{max} = 10.00$[m]
図11　$L = 40.0$mの最適化形状



$E^t = 40.30$[kNm],　$E^p = 63.23$[kNm],
$E^t/E^p = 0.63$, $z_{max} = 12.50$[m]
図12　$L = 50.0$mの最適化形状

7　結論

本研究では，教師あり学習の一種であるニューラルネットワークを用いて材料非線形性に関する予測モデルを構築し，当該予測モデルを用いた形状最適化を実施した．また，学習していないスパンを有するラチスシェルへ当該予測モデルを適用し，それらのスパンに対する予測モデルの予測精度と汎化性能の検証を併せて行った．その結果，入力変数の複雑さに起因する過学習が生じ，テス

トデータに対する予測精度はあまり良好でなかった．今後は未学習の解析条件を有するシェル構造に対しても高い精度で予測できる機械学習モデルの再検討が必要である．

8 謝辞

本研究の一部はJSPS科研費 22K04416の助成を受けたものである．ここに記して謝意を表する．

参考文献

1）E. Ramm and G. Mehlhorn. On shape finding methods and ultimate load analyses of reinforced concrete shells. *Eng.Struct*, Vol. 13, pp. 178–198, 1991.

2）K. Yamamoto, Y. Minakawa, and H. Ohmori. Shape optimization of space structures for buckling load. *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol. 78, No. 564, pp. 95–102, 2003.2. (in Japanese)
山本憲司, 皆川洋一, 大森博司: 座屈荷重を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 564, pp. 95–102, 2003. 2.

3）H.Zheng and N.Akbarzadeh V.Moosavi. Machine learning assisted evaluations in structural design and construction. *Automation in Construction 119,103346*, 2020.

4）M. Ohsaki K. Hayashi. Reinforcement learning and graph embedding for binary truss topology optimization under stress and displacement constrains. *Fronteirs in Built Environment*, Vol. 6, p. 59, 2020.4.

5）Y. Yabuuchi and S. Fujita. Structural optimization of lattice shells with geometric nonlinearity using machine learning. *Proceedings of the IASS Annual Symposium 2023 Integration of Design and Fabrication 10-14 July 2023, Melbourne, Australia*, 2023.7.

6）M. Zhu, F. McKenna, and M. Scott. Openseespy: Python library for the opensees finite element framework. *SoftwareX*, Vol. 7, pp. 6–11, 2018.1.

7）François Chollet, et al. Keras. *https://keras.io*, 2015.

8）Jimmy Lei Ba Diederik P. Kingma. Adam: A method for stochastic optimization. *3rd International Conference on Learning Representations, ICLR2015*, 2015.

9）M. Schlueter, J. A. Egea, and J. R. Banga. Extended ant colony optimization for non-convex mixed integer nonlinear programming. *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 7, pp. 2217–2229, 2008.8.

深層学習と線形最適化法を併用したトラス・トポロジー最適化

乃一 亮介 [1)]，高田 豊文 [2)]
1)滋賀県立大学大学院環境科学研究科，大学院生，oe13rnoichi@ec.usp.ac.jp
2)滋賀県立大学環境科学部，教授，博士(工学)

1 はじめに

グランドストラクチャ(GS)法に基づくトラス・トポロジー最適化では、設計領域内に GS を生成し、構造解析と部材断面の変更を繰り返すことで最適トラス・トポロジーを生成する。そのため、設計部材数が多くなるほど、反復計算に要する時間が増大する。そこで、効率的に最適トラス・トポロジーを生成する方法が提案されている。文献 [1)] では、部材総体積とコンプライアンスを最小化するようなトラス・トポロジー最小化問題を線形最適化問題として定式化し、内点法を適用することで効率的に最適トラス・トポロジーを生成する手法を提案している。また、生成された解の釣合方程式を再構成することで同じ目的関数値を持つ複数の最適解を生成できることを示している。高坂ら [2)] は、ESO 法の考えに基づき、GS のひずみエネルギー密度を計算し、条件にあった部材を除去する過程を繰り返すことで発見的に最適トラス・トポロジーを生成する手法を提案している。河村ら [3)] は、トラス・トポロジーの重量最小化問題を部材リストから部材を選択するような組合せ最適化問題に定式化し、遺伝的アルゴリズムを適用することで最適トラス・トポロジーを生成する手法を提案している。

近年、機械学習を用いた最適トポロジーの生成法が提案されている。Ren ら [4)] は、コンプライアンスを最小化するようなトポロジー最適化問題を、FEM 解析と Map-Net を併用して解く手法を提案している。この手法では、設計対象をより粗いスケールに変換し、FEM 解析した後、Map-Net により元のスケールに変換することで、従来の解析にかかる計算コストを軽減しながら最適トポロジーを生成している。Yiquan ら [5)] は、コンプライアンスが最小になるような最適トポロジーにおける部材密度分布を予測するニューラルネットワーク(NN)モデルを提案している。数種類の NN モデルにおいて教師データ数や入力チャネル数を変化させ、それぞれのモデルの性能を比較している。Yonggun ら [6)] は、SIMP 法で求めた最適トポロジーを教師データとして、畳み込みニューラルネットワーク(CNN)モデルと敵対的ニューラルネットワーク(GAN)モデルを併用し、最適トポロジーを生成している。その際、CNN モデルで低次元の最適トポロジーの部材密度を予測し、GAN モデルで高次元の最適トポロジーの部材密度へと変換している。Hayashi ら [7)] は、深層強化学習を用いて GS から不安定になるまで部材除去を繰り返し、不安定になる直前を最適トラス・トポロジーとする生成法の提案をしており、グラフ埋め込みにより入力情報を低次元に圧縮し、異なる規模の問題に適用している。

本研究では、従来の線形最適化法における最適トラス・トポロジーの生成法 [1)] と深層学習 U-Net[8)] から得られる予測データを併用することで、より効率的に最適解を生成できるような手法を提案する。

2 トラス・トポロジー最適化問題の定式化

部材総体積とコンプライアンスを最小化するようなトラス・トポロジー最適化問題について考える。グランドストラクチャの部材数を m、節点変位の自由度を d とすると、この問題は式(1)で定式化される。

$$\min_{\boldsymbol{A}} \{\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}, \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}\} \quad \text{subject to } \boldsymbol{A} \geq \boldsymbol{0} \tag{1}$$

ここに、$\boldsymbol{A}(\in \mathbb{R}^m)$は部材断面積ベクトルを表し、設計変数である。$\boldsymbol{l}(\in \mathbb{R}^m)$は部材長ベクトル、$\boldsymbol{P}(\in \mathbb{R}^d)$は節点荷重ベクトル、$\boldsymbol{u}(\in \mathbb{R}^d)$は節点変位ベクトル、$\boldsymbol{0}(\in \mathbb{R}^m)$は零ベクトル、添字 T は行列・ベクトルの転置を表す。なお本研究では、すべての部材のヤング係数が等しく、応力算定は弾性解析に従うとする。また、部材断面積の上限は設けず、自重及び座屈を考慮しない。式(1)は多目的最適化問題であるが、文献 [1)] より、部材軸力$\boldsymbol{N_t}(\in \mathbb{R}^m)$、$\boldsymbol{N_c}(\in \mathbb{R}^m)$を設計変数とした次の線形最適化問題に書き換えることができる。

$$\min_{\boldsymbol{N_t},\boldsymbol{N_c}} \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N_t} + \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N_c} \quad \text{subject to } \boldsymbol{P} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{N_t} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{N_c}, \boldsymbol{N_t} \geq \boldsymbol{0}, \boldsymbol{N_c} \geq \boldsymbol{0} \tag{2}$$

ここに、$\boldsymbol{B}(\in \mathbb{R}^{m\times d})$は釣合行列を表す。式(2)に線形最適化法を適用することで、最適解$\boldsymbol{N_t^*}$、$\boldsymbol{N_c^*}$が得られる [1)]。

表 1　U-Net のパラメータ　※(チャネル数，カーネル，ストライド，パディング)

名称	Conv1	Conv2	Conv3	Conv4	DownS	名称	UpS	Conv1	Conv2	Conv3	Conv4
Enc1	64,3,1,1	64,3,1,1	64,3,1,1	64,3,1,1	64,2,2,0	Dec1	512,2,2,0	512,3,1,1	512,3,1,1	512,3,1,1	512,3,1,1
Enc2	128,3,1,1	128,3,1,1	128,3,1,1	128,3,1,1	128,2,2,0	Dec2	256,2,2,0	256,3,1,1	256,3,1,1	256,3,1,1	256,3,1,1
Enc3	256,3,1,1	256,3,1,1	256,3,1,1	256,3,1,1	256,2,2,0	Dec3	128,2,2,1	128,3,1,1	128,3,1,1	128,3,1,1	128,3,1,1
Enc4	512,3,1,1	512,3,1,1	512,3,1,	512,3,1,1	512,2,2,0	Dec4	64,2,2,0	64,3,1,1	64,3,1,1	64,3,1,1	64,3,1,1
Enc5	1024,3,1,1	1024,3,1,1	1024,3,1,1	1024,3,1,1	-	Out	-	1,1,1,0			

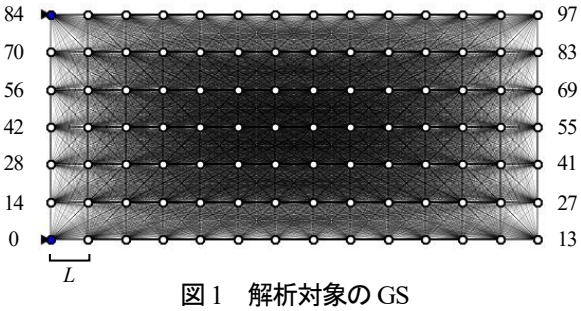


図 1　解析対象の GS

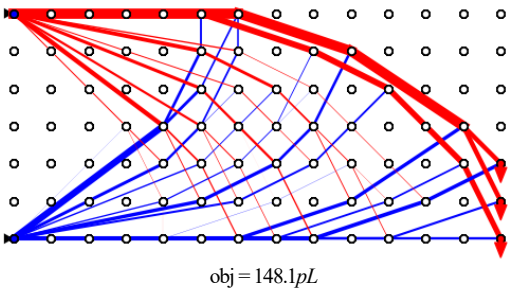


図 2　最適解

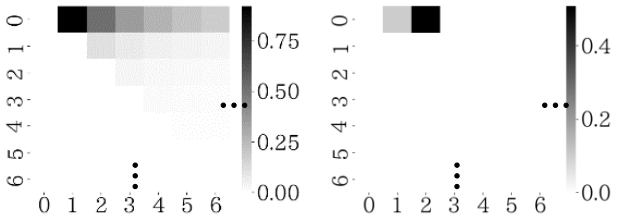


図３　入力配列(左)と正解配列(右)

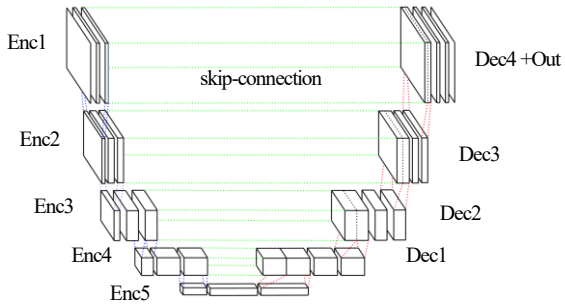


図 4　U-Net モデル

3　U-Net による最適トラス・トポロジーの軸力分布予測

3.1　教師データの作成

図 1 の GS を対象とする。節点 0、84 はピン支点で、荷重位置は左端節点を除き、縦一列に並ぶようにランダムに設定し、鉛直下向き、水平右向き、またはその両方に大きさ p の荷重を作用させる。最適解の一例を図 2 に示す。図の部材の太さは軸力の大きさに比例し、赤部材が圧縮、青部材が引張を表現する。また、式(2)における目的関数値を obj と表記する。最適解の軸力分布を正解データ、GS の軸力分布を入力データとしてそれぞれ図 3 のような配列に格納する。具体的には、引張軸力の場合、始点を行番号、終点を列番号、圧縮軸力の場合、始点を列番号、終点を行番号とした位置に、正規化した軸力を格納する。図 3 では数値の大きさを色の濃淡で表している。本研究では、入力データと正解データが対となる教師データを荷重条件の全通りである 212,979 個作成した。

3.2　U-Net の概要

深層学習では、ニューラルネットワーク(NN)と呼ばれる人間の脳構造を模したアルゴリズムを用いる。NN は学習の過程を経て、任意の入力から出力を予測する機械学習の手法である。本研究ではその一種である U-Net[8] を採用する(図 4)。U-Net は特徴マップを縮小するエンコーダと特徴マップを拡大するデコーダで構成されている。エンコーダ部では入力された特徴マップに畳み込み、バッチ正規化、活性化関数(ReLU 関数)への代入を行う。これを 2 回繰り返し、ダウンサンプリング(最大値プーリング)を行うことで特徴マップを縮小させ、次のブロックに渡す。一方、デコーダ部では、入力された特徴マップをアップサンプリング(転置畳み込み)により、特徴マップを拡大する。次に、バッチ正規化、活性化関数(ReLU 関数)への代入を行った後、エンコーダ部の対応する特徴マップと結合する(skip-connection)。その後、畳み込み、バッチ正規化、活性化関数(ReLU 関数)への代入を行う。これを 2 回繰り返し、次のブロックに渡される。最後に出力層では畳み込み、シグモイド関数への代入を行い、出力する。本研究ではそれぞれのパラメータを表 1 のように設定する。

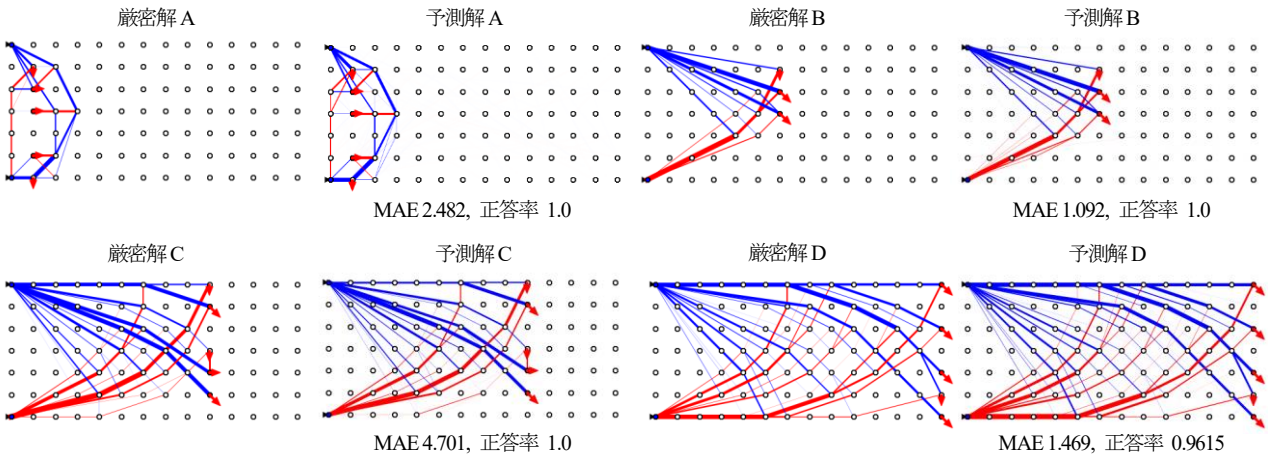


図 6　厳密解と予測解の比較

3.3　U-Net による解析例とその考察

教師データを訓練データ 190,000 個、評価データ 12,979 個、テストデータ 10,000 個に分割する。学習のエポック数を 100、ミニバッチサイズを 256 とし、最適化アルゴリズムに Adam(学習率 1.0×10^{-3}、慣性減衰 1.0×10^{-9})を採用する。また、学習率はエポック数 50 ごとに 0.5 を乗じる。プログラムは Python3.9 で記述し、CPU Intel®Xeon®W-2245@3.9GHz、GPU GeForce RTX 3090 を使用し学習を行う。また、損失関数に式(3)で表される平均二乗誤差(MSLE)を採用する。

$$MSLE = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1}\left\{\log\left(1+y_{n,i}\right)-\log\left(1+t_{n,i}\right)\right\}^2 \tag{3}$$

ここに、M は出力層における出力配列の要素数、N はミニバッチサイズ、y は予測値、t は正解値を表す。学習時における平均損失、平均正答率の推移を図 5 に表す。なお、正答率は予測データと正解データともに存在する部材数を正解データの部材数で除した値である。この図から、エポックの経過に伴い平均損失が減少していき、エポック数 50 あたりで評価データの平均損失が収束している。しかし、その後、訓練データのみ平均損失が減少していることから過学習の傾向がみられる。また、平均正答率においてエポック数 20 あたりで収束している。以上より、エポック数 50 程度に設定することで過学習を起こすことなく学習が収束すると考えられる。図 6 にテスト時に得られた厳密解と予測解の例を示す。なお、図中の平均絶対誤差(MAE)は式(4)で表す。

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1}\left|y_{n,i}-t_{n,i}\right| \tag{4}$$

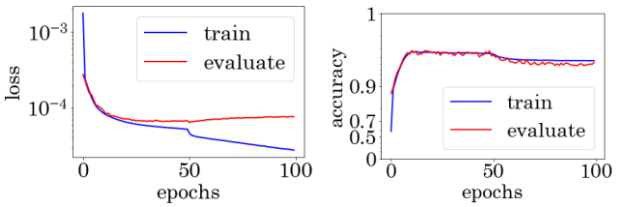


図 5　平均損失(左)と平均正答率(右)の推移

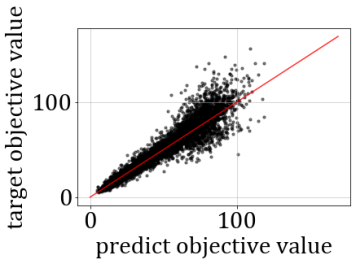


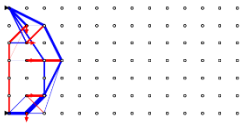
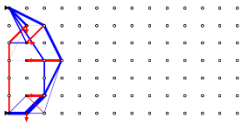
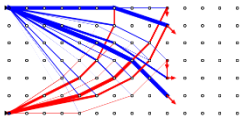
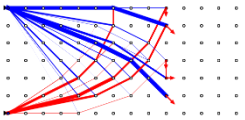
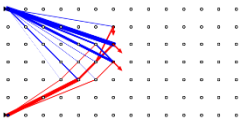
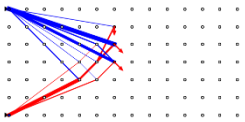
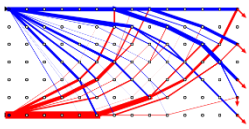
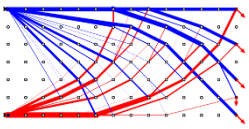
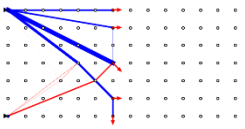
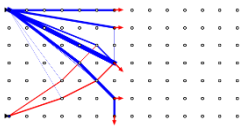
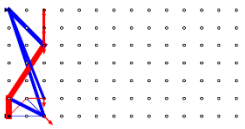
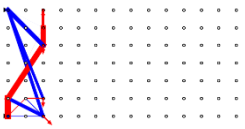
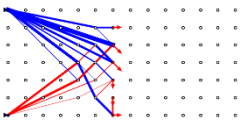
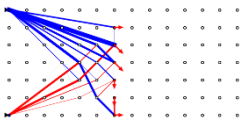
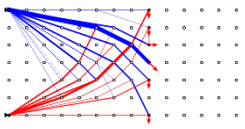
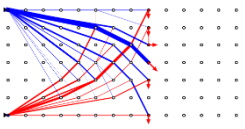
図 7　テストデータにおける目的関数値

表 2　モデル性能

ミニバッチサイズ		256
訓練	最終平均損失($\times10^{-5}$)	2.767
	最終平均正答率	0.9556
評価	最終平均損失($\times10^{-5}$)	7.627
	最終平均正答率	0.9529
テスト	MAE	4.824
	平均正答率	0.9880

また、図 7 にはテスト時における式(2)の目的関数値の分布を示す。横軸が予測解、縦軸が厳密解の値である。表 2 には各フェーズにおけるモデルの性能を表す。これらの図表から、どの訓練データ、評価データ、テストデータに対しても高い正答率、小さい MAE が得られ、精度よく最適解の軸力分布の予測ができていることが分かる。

表 3　厳密解と本手法による解の比較

名称	問題設定 1		問題設定 2	
	厳密解 1	本手法による解 1	厳密解 2	本手法による解 2
トポロジー				
設計変数数	9506	1834	9506	2908
解析時間[s]	22.91	4.484	22.81	7.022
目的関数値	20.59	20.59	167.8	167.8
名称	問題設定 3		問題設定 4	
	厳密解 3	本手法による解 3	厳密解 4	本手法による解 4
トポロジー				
設計変数数	9506	2294	9506	3394
解析時間[s]	22.70	5.580	22.96	8.252
目的関数値	78.65	78.65	448.7	448.8
名称	問題設定 5		問題設定 6	
	厳密解 6	本手法による解 6	厳密解 6	本手法による解 6
トポロジー				
設計変数数	9506	1942	9506	1764
解析時間[s]	22.90	4.723	22.94	4.239
目的関数値	53.18	53.21	36.40	36.40
名称	問題設定 7		問題設定 8	
	厳密解 7	本手法による解 7	厳密解 8	本手法による解 8
トポロジー				
設計変数数	9506	2212	9506	2432
解析時間[s]	22.74	5.322	22.77	5.978
目的関数値	94.32	94.32	143.5	143.5

また、目的関数値も厳密解と予測解の誤差が小さくなるように収束している。以上より、学習済みモデルがデータに適合していると判断できる。

4　予測解を用いた最適トラス・トポロジー生成法

4.1　提案手法の概要

学習済みモデルから得られた予測解をもとに設計変数を制限し、最適トラス・トポロジーを生成する手法を提案する。まず、GS を設定し、弾性解析によって軸力を求める。GS の軸力を入力配列とし、トポロジーの軸力分布を予測する。得られた軸力分布(予測解)に対して、設定した任意の閾値を超える部材のみを設計変数として選択する。選択された設計変数をもとに新たな最適化問題を設定し、線形最適化法を用いて最適解を探索する。以上の

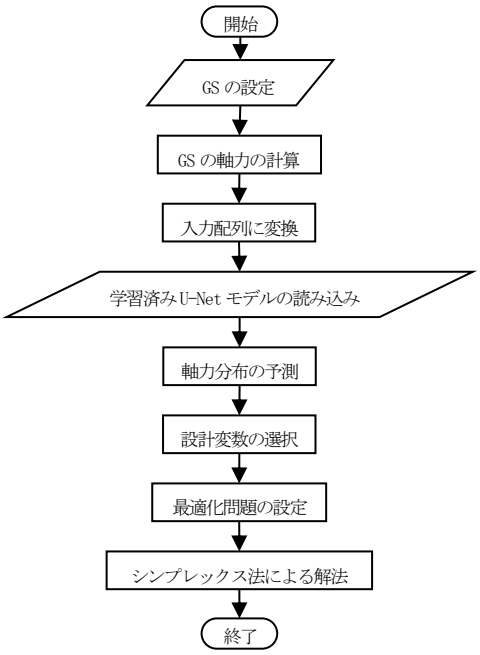


図 8　提案手法のフロー図

手順を図 8 のフロー図に示す。本手法では機械学習に基づいた予測解を用いることや、閾値を設定して設計変数を選択していることから、最終的に得られる解が厳密解になるとは限らず、近似解(準最適解)が得られることもある。

4.2　解析例

図 1 の GS を解析対象とし、第 3 章で得られた予測解を使用して、提案手法により最適トラス・トポロジーを生成する。設計変数選択のための閾値は 1.0×10^{-5} とした。10,000 個の異なる荷重条件の問題(テストデータ)のすべてで解が得られ、そのうち 8,095 は厳密解であった。表 3 に厳密解と提案手法によって得られた解の比較を示す。表中の解析時間はインスタンスに要した時間と線形最適化に要した時間の総和としている。この表の問題設定 1、2、6、8 からは厳密解と同じトポロジーの解が、問題設定 3、7 からは厳密解と目的関数が等しくトポロジーの異なる解が、問題設定 4、5 からは最適解とは異なる解(準最適解)が得られた。予測解を利用して設計変数を利用して設計変数を大幅に限定しているため、線形最適化法だけで厳密解を求めるよりも、解析時間がかなり短縮されていることが確認できる。また、設計規模が小さくなるほど、設計変数数を減らすことができる。

4.3　訓練データ数によるモデルの性能比較

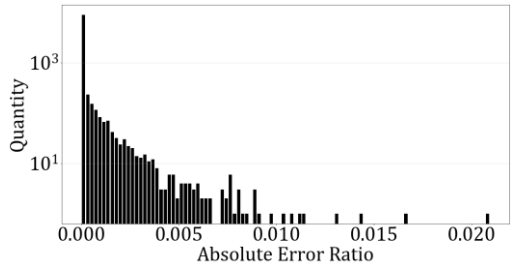
第 3 章では、GS の軸力分布を入力データ、最適解の軸力分布を正解データ（教師データ）として学習を行い、

表 4　訓練データごとのモデル性能

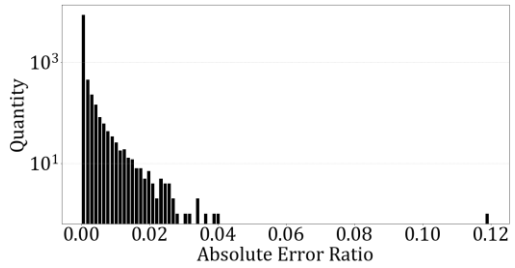
訓練データ数		100,000	50,000
訓練	最終平均損失($\times10^{-5}$)	3.330	4.909
	最終平均正答率	0.9364	0.9393
評価	最終平均損失($\times10^{-5}$)	8.308	8.873
	最終平正答率	0.9258	0.9351
テスト	MAE	5.138	6.000
	平均正答率	0.9694	0.9776

表 5　10, 000 個の問題で解が得られた数

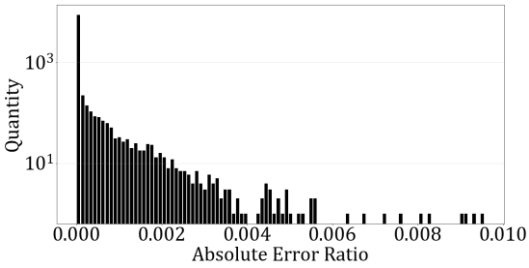
訓練データ数	190,000	100,000	50,000
解が得られた数	10,000	10,000	10,000
	(8,095)	(6,354)	(8,222)



(a)　訓練データ数 190000



(b)　訓練データ数 100000



(c)　訓練データ数 50000

図 9　誤差率の分布

NN モデル（U-Net モデル）を構築した。また、図 8 に示す提案手法では、この学習済みのモデルを用いて元の GS の設計変数を減らしている。この節では学習時の訓練データ数の増減が及ぼす提案手法の最適解生成の精度につ

いて言及する。まず、訓練データを減らしたモデルの学習を行い、新たなU-Netモデルを構築する。具体的には元の訓練データから 100,000 個と 50,000 個をランダムに抽出し、第 3 章と同じ設定で学習を行う。学習済みモデル性能を表4に示す。この表から、最適トラス・トポロジーの軸力分布の予測においては訓練データを減らすとMAEや平均正答率はやや精度が落ちることが分かる。

続いて、上記のU-Netモデルから最適トラス・トポロジーの軸力予測を行い、設計変数の制限に用いて最適解を探索する。10,000 個の異なる荷重条件の問題(GS は図1と同じ)のうち、解が得られたものの個数を表5に示す。数値には厳密解・準最適解を含んでおり、()内の数値は厳密解が得られた個数である。また、同表には 4.2 節で得られた解析結果も記載している(訓練データ数 190,000)。すべてのU-Netモデルにおいて何らかの最適解が得られた。また、訓練データが50,000個で学習させたU-Netモデルが最も多くの厳密解を生成することができた。同じ荷重条件の問題において選択される設計変数数は訓練データ数が少ないほど多くなることが確認された。しかし、訓練データ数が 100,000 においては選択された設計変数数が他に比べて少なく、得られた厳密解の数が減少している。以上のことから、訓練データ数(学習コスト)と計算コストにはトレードオフの関係があると考えられる。また、設計変数数が増えるごとに厳密解と目的関数が等しくトポロジーの異なる解が得られやすいことが、厳密解生成数の差異に現れたと考えられる。次に、図9にモデルごとの厳密解と解析解の誤差率の分布を示す。どのU-Net モデルもほとんどの問題に対して誤差率を 1%以内に抑えられていることが確認できる。

5 まとめ

本稿では、GS法に基づくトラス・トポロジー最適化問題を対象として、深層学習U-Netと線形最適化法の併用による解生成手法を提案した。本稿の内容は以下のようにまとめられる。

1. 部材総体積とコンプライアンスを最小化するようなトラス・トポロジー最適化問題において、線形最適化法で求めた最適解と U-Net モデルを用いることで、GS の軸力分布から最適トラス・トポロジーの軸力分布を数%の誤差で予測できることを示した。
2. U-Net モデルから得られたトラス・トポロジーの軸力分布(予測解)を利用して、元の GS の設計変数を制限し、さらに線形最適化法を適用することで、計算効率の良い解探索手法を提案した。また、本手法を用いることで、最適解・準最適解を短時間に求めることができることを示した。
3. U-Net モデルの学習時に使用する訓練データ数を検討し、データ数と解析解の精度の関係性を言及した。

なお，本手法の考え方は、目的関数・制約条件を変えた別のトラス・トポロジー最適化問題にも適用可能であると考える。様々なトラス・トポロジー最適化問題への適用は今後の検討課題である。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費(課題番号 21K04339)の助成を受けて行った。ここに記して謝意を表す。

参考文献

1) 高田 豊文, 内点法による最適解を利用した多様な最適トラス・トポロジーの生成法, 構造工学論文集, Vol.59B, pp.137-142, 2013.3
2) 高坂 憲治, 松本 慎也, 藤井 大地, ESO法とグランドストラクチャ法を用いた骨組構造物の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol.81, No.721, pp.547-553, 2016.3
3) 河村 拓昌, 大森 博司, 遺伝的アルゴリズムによる立体トラス構造物の形態創生, 日本建築学会構造系論文集, No.538, pp.115-121, 2000.12
4) Ren Kai Tan, Chao Qian, Kangjie Li, Dan Xu, Wenjing Ye, An adaptive and scalable artificial neural network-based model-order-reduction method for large-scale topology optimization design, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.65, No.12, 2022.12
5) Yiquan Zhang, Bo Peng, Xiaoyi Zhou, Cheng Xiang, Dalei Wang, A deep Convolutional Neural Network for topology optimization with strong generalization ability, Engineering Optimization, Vol.54, No.6, 2021.3
6) Yonggyun Yu, Taeil Hur, Jaeho Jung, In Gwun Jang, Deep learning for determining a near-optimal topological design without any iteration, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.59, No.3, pp.787-799, 2019.3
7) Kazuki Hayashi, Makoto Ohashi, Reinforcement Learning and Graph Embedding for Binary Truss Topology Optimization Under Stress and Displacement Constraints, Frontiers in Built Environment, 2020.3
8) Olaf Ronneberger, Philipp Fischer, Thomas Brox, U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation, arXiv : 1505.04597v1, 2015.6

大域的トポロジーを用いた平面骨組のトポロジー予測に関する基礎的研究

奥薗　尚人[1)]，藤田　慎之輔[2)]
1)北九州市立大学大学院国際環境工学研究科，大学院生，d2mbb004@eng.kitakyu-u.ac.jp
2)北九州市立大学大学院国際環境工学研究科，准教授，博士(工学)，s-fujita@kitakyu-u.ac.jp

1　はじめに

トラス要素や梁要素のトポロジー最適化に対して，現在に至るまで最も使われている解法はグランドストラクチャ(GS)法[1]である．GS法では，各部材における断面が設計変数となるため離散最適化問題として，メタヒューリスティクスにより優良解を得るアプローチが一般的である．しかし近年，骨組構造物の剛性最大化問題を混合整数2次錐計画問題(MISOCP)として定式化することで，現実的な時間内で大域的最適性を有した解を得る手法が考案され，小中規模のGSに対して有効性が示されている[2, 3]．一方で，同解法は列挙法にもとづく解法であるため，部材数に応じて解析時間が指数関数的に増大し大規模なGSへの適用は困難である．

そこで本研究では，新たにMISOCPを解くことにより得られるトポロジーを教師データとして扱い，大規模なGSに対する大域的トポロジーを教師あり学習により予測する手法を提案する．提案手法にはHayashiらにより考案されたグラフ埋め込みを用いる[4, 5]．グラフ埋め込みではGSをノードとエッジからなるグラフデータとして捉え，各節点や部材における幾何学的情報や力学的情報から求まる部材の特徴量行列を用いて大域的トポロジーを近似的に表すことができるようにパラメータの学習が行われる．その後，学習された訓練パラメータを用いることでGSの各部材に対して，大域的トポロジーにおける部材の有無を予測することが可能となる．さらに本手法は様々な位相を有するGSを教師データとした学習方法であるため，未学習のGSに対するトポロジー予測に対しても，再学習を要さず少ない計算負荷にて予測できることが期待される．

2　教師あり学習

2.1　MISOCPを用いたトポロジー最適化

節点数n_n，部材数n_m，節点変位の自由度がDの平面骨組の節点外力ベクトルを$\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^D$とした時，コンプライアンス最小化を目的としたGS法によるトポロジー最適化問題は$e = 1, \cdots, n_m$に対して次のように定式化することができる[2]．ただし，部材は$[\bar{a}, \bar{I}]$の組から選択できるものとする，また，Eはヤング係数，a_e, I_e, l_eはそれぞれ，部材の断面積，断面2次モーメント，部材長を表し，添え字は部材番号を示し，定ベクトル$\boldsymbol{b}_{el} \in \mathbb{R}^D$と内力を表す設計変数$q_{el}$を用いて節点外力ベクトルを表すことができる．$\bar{V}$は体積の上限値であり，$t_e$は部材の有無を表す0-1変数，$w_{el}$は最適解においてコンプリメンタリひずみエネルギーを表す．

$$\text{minimize} \quad \sum_{e=1}^{n_m}\sum_{l=1}^{3} 2w_{el} \tag{1a}$$

$$\text{subject to} \quad w_{e1} + a_e \geq \left\| \begin{pmatrix} w_{e1} - a_e \\ q_{e1}\sqrt{\dfrac{2l_e}{E}} \end{pmatrix} \right\| \tag{1b}$$

$$w_{e2} + I_e \geq \left\| \begin{pmatrix} w_{e2} - I_e \\ q_{e2}\sqrt{\dfrac{6l_e}{E}} \end{pmatrix} \right\| \tag{1c}$$

$$w_{e3} + I_e \geq \left\| \begin{pmatrix} w_{e3} - I_e \\ q_{e3}\sqrt{\dfrac{2l_e}{E}} \end{pmatrix} \right\| \tag{1d}$$

$$\boldsymbol{p} = \sum_{e=1}^{n_m}\sum_{l=1}^{3} q_{el}\boldsymbol{b}_{el} \tag{1e}$$

$$\sum_{e=1}^{n_m} l_e a_e \leq \bar{V} \tag{1f}$$

$$a_e = \bar{a}t_e \tag{1g}$$

$$I_e = \bar{I}t_e \tag{1h}$$

$$t_e \in \{0, 1\} \tag{1i}$$

2.2　グラフ埋め込みを用いた特徴量の算出

問題 (1)を解くことにより得られる大域的トポロジーの解析対象となるGSをグラフデータとして扱ったときの部材の特徴量行列の更新式を式 (2)で表す．式 (2)は，Hayashiらにより立式されたものにもとづいており[4]，繰り返し計算を行うことで離れた部材同士の接続関係を特徴量行列$\boldsymbol{\mu}^i \in \mathbb{R}^{n_f \times n_m}$で表現することができる．ここで，$i$は反復計算を行う回数を示し本研究で

は，類似する研究にならい$i=4$となるまで計算を行い最終的に得られる特徴量行列$\boldsymbol{\mu}^4$を用いて学習モデルを構築するものとする．

$$\boldsymbol{\mu}^1 = \varphi(\boldsymbol{\theta}_1\boldsymbol{w} + \boldsymbol{\theta}_2(\varphi(\boldsymbol{\theta}_3\boldsymbol{v}))\boldsymbol{C}_{\mathrm{A}}^{\top}) \tag{2a}$$

$$\boldsymbol{h}_1 = \boldsymbol{\theta}_4\boldsymbol{\mu}^i \tag{2b}$$

$$\boldsymbol{h}_2 = \boldsymbol{\theta}_5\sum_{k=1}^{2}\frac{\varphi(\boldsymbol{\theta}_6(\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{C}_{\mathrm{A}}^{\top}(\boldsymbol{\mu}^i)^{\top})^{\top})}{\boldsymbol{n}_k^c} \tag{2c}$$

$$\boldsymbol{\mu}^{(i+1)} = \varphi(\boldsymbol{h}_1 + \boldsymbol{h}_2) \tag{2d}$$

また，n_fは抽出する部材の特徴ベクトルのサイズであり，$\boldsymbol{v}\in\mathbb{R}^{n_v\times n_n}$, $\boldsymbol{w}\in\mathbb{R}^{n_w\times n_m}$によって節点および部材に関する情報の入力を行う．$\varphi$はLeaky ReLUとよばれる活性化関数であり式 (3)に示すような非線形変換を入力の正負に応じて行うことができる．ただし，実際にはこの変換が行列を入力とし各成分に適用されることに注意する．

$$\varphi(x) = \begin{cases} x & (x\geq 0) \\ 0.2x & (x<0) \end{cases} \tag{3}$$

$\boldsymbol{C}_{\mathrm{A}}\in\mathbb{R}^{n_m\times n_n}$は無向グラフの接続行列, $\boldsymbol{C}_1\in\mathbb{R}^{n_m\times n_n}$, $\boldsymbol{C}_2\in\mathbb{R}^{n_m\times n_n}$はそれぞれ有向グラフの接続行列の-1あるいは1成分のみ1で他は0の行列であり，$\boldsymbol{n}_k^c$は各部材のk端に接続する部材数を格納した行ベクトルを列方向にn_f個並べた行列である．また，式 (2d)における行列の割り算は各成分同士で行われるものであり式の簡略化のために除法の形にて表現している．$\boldsymbol{\theta}_1\in\mathbb{R}^{n_f\times n_w}$,$\boldsymbol{\theta}_2\in\mathbb{R}^{n_f\times n_f}$,$\boldsymbol{\theta}_3\in\mathbb{R}^{n_f\times n_v}$,$\boldsymbol{\theta}_4\in\mathbb{R}^{n_f\times n_f}$,$\boldsymbol{\theta}_5\in\mathbb{R}^{n_f\times n_f}$,$\boldsymbol{\theta}_6\in\mathbb{R}^{n_f\times n_f}$ はそれぞれ訓練パラメータである．

以上の変数を用いて算出される特徴量行列$\boldsymbol{\mu}^4$と新たに導入する訓練パラメータ$\boldsymbol{\theta}_7\in\mathbb{R}^{2\times n_f}$を用いることで，各部材の有無を表す行列$\boldsymbol{E}\in\mathbb{R}^{2\times n_m}$を次式のように出力することができる．

$$\boldsymbol{E} = \sigma(\boldsymbol{\theta}_7\boldsymbol{\mu}^4) \tag{4}$$

σは分類問題において一般的に扱われるsoftmax関数であり，式 (5)のように表すことができる．

$$\sigma_i(x) = \frac{e^{xi}}{e^{x1}+e^{x2}},\quad i=1,2 \tag{5}$$

行列$\boldsymbol{E}$の各列に対してこの活性化関数を作用させることで，各列の総和が1となるように補正することができる．また，行列$\boldsymbol{E}$の各列番号はGSの部材番号に対応しているため，得られた出力値を大域的トポロジーにおける部材の有無の確率として考えることができる．本研究では，行列$\boldsymbol{E}$の各列の2行目の数値が1に近いほど大域的トポロジーにおいて部材が必要, 0に近いほど大域的トポロジーにおいて部材は不要という予測が可能となるように学習を行う．

次に，学習時に最小とすべき損失関数について考える．教師データから得ることができる値がn_m個の0-1のバイナリー値であることに対し，グラフ埋め込みにおける出力は$2\times n_m$のサイズをもつ行列であるため損失関数の算出が困難である．そこで，新たに予測における目標となる行列$\tilde{\boldsymbol{E}}\in\mathbb{R}^{2\times n_m}$を考える．行列$\tilde{\boldsymbol{E}}$を式 (6)のように定義することで，損失関数を式 (7)のように定義することができる．

$$\tilde{\boldsymbol{E}} = \begin{pmatrix} |\boldsymbol{t}-\boldsymbol{1}| \\ \boldsymbol{t} \end{pmatrix} \tag{6}$$

$$L = -\frac{1}{n_m}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n_m}\Big(\boldsymbol{E}_{ij}\log\tilde{\boldsymbol{E}}_{ij}) + (1-\tilde{\boldsymbol{E}}_{ij})\log\boldsymbol{E}_{ij}\Big) \tag{7}$$

ここで，$\boldsymbol{t}\in\mathbb{R}^{n_m}$は問題 (1)を解くことで得られる0-1変数$t_e$ $(e=1,\cdots,n_m)$を並べた行ベクトルであり$\boldsymbol{1}\in\mathbb{R}^{n_m}$は全成分が1の行ベクトルを表す．また，式 (7)は機械学習分野における分類問題の損失関数として設定される交差エントロピー誤差をもとに，行列$\boldsymbol{E}$および行列$\tilde{\boldsymbol{E}}$の成分同士から計算される誤差の平均としている．ただし，本研究にて取り扱う分類問題は出力が0または1であるため第2項目を追加することで損失関数となる，2値交差エントロピー誤差が最小となるように，勾配情報を用いて誤差逆伝播法により学習させることで予測精度を向上させる．なお, 式 (2)内での反復計算は全て同一のパラメータによって行われ，各パラメータの行列サイズはGSの規模に依存しないためあらゆる位相のGSに学習後の訓練パラメータを適用することが可能となる．

3 数値解析例

3.1 学習条件の設定

本研究では解析対象となるGSの節点数や部材数，体積上限値, 荷重条件を変化させることで得られる大域的

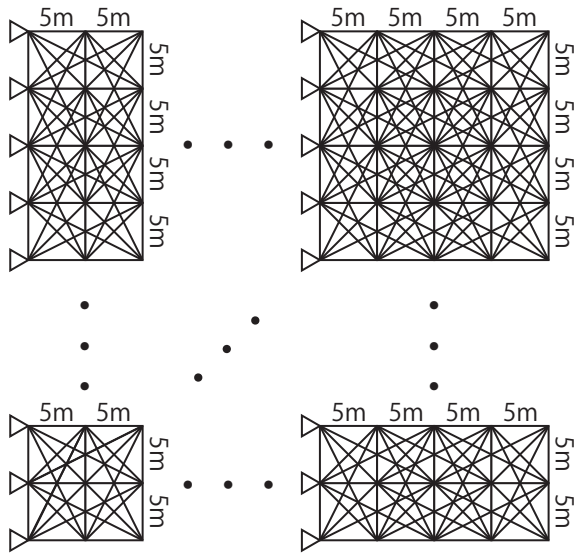


図1: 教師データとして用いるGS

トポロジーをもとに学習を行う．教師データとして扱うGSは図 1に示すような, 各軸方向3-5個の節点で構成され, 境界条件はいずれの解析においても同一であり, 大きさ100kNの荷重を境界条件により拘束されていない節点に対し, ランダムに1箇所水平または鉛直方向に作用させる．ただし，トレーラーの運搬限界サイズを考慮し部材長上限値を12mに設定し, この長さを超える部材はあらかじめGSから取り除いている．また，ヤング係数，ポアソン比はそれぞれ$E = 205$[GPa],$\nu = 0.3$で一定とし，断面積および断面2次モーメントはSTK鋼管の$\phi 267.4 \times 6.0$の断面性能を有するものとする．また, 本研究で取り扱う解析モデルとなるGSはグリッド数に応じて総体積が変化するため，体積上限値を一意に設定すると大規模な問題への予測が困難なことが考えられる．そこで, 新たにGSの総体積に対する体積上限値の割合αを用いて体積上限値を次式のようにGSの規模に応じて相対的に変化させる．なお，本研究では$\alpha = 0.25 + 0.05k$ $(k = 1, \cdots, 14)$の14パターンで教師データを作成する．

$$\bar{V} = \alpha \sum_{e=1}^{n_m} l_e \bar{a} \tag{8}$$

次に，節点および部材への入力行列$\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}$について考える．GSから得ることのできる各節点と部材に入力する情報を表 1，表 2にそれぞれ示す． 表 1には各節点に入力する項目を示し, GSにおける各節点の幾何学的情報と荷重状態から入力を行う．表 2には各部材に入力する項目を示し, 同様に幾何学的情報やそれに加え, ひずみエネルギーなどといった力学的情報も考慮する．ただし, ここでは弾性解析により得られるひずみエネルギーW_eを式 (9)により0-1の範囲で正規化した値$\bar{W}_e$を入力要素とすることでひずみ分布として入力している．

表 1: 節点への入力行列$\boldsymbol{v}$の各行の数値情報

列番号	数値情報
1	x座標
2	y座標
3	水平方向に荷重が作用している場合1，そうでない場合0
4	鉛直方向に荷重が作用している場合1，そうでない場合0

表 2: 部材への入力行列$\boldsymbol{w}$の各行の数値情報

列番号	数値情報
1	$\cos\theta$　θ:水平右向きの軸からの角度 [rad]
2	$\sin\theta$　θ:水平右向きの軸からの角度 [rad]
3	部材長さ$\times\alpha$ [m]
4	正規化された各部材のひずみエネルギー$\bar{W}_e$ [kNm]

$$\bar{W}_e = \frac{W_e - W_{\min}}{W_{\max} - W_{\min}}, \quad e = 1, \cdots, n_m \tag{9}$$

本研究では，以上の学習条件をもとに問題 (1)を解くことで全2806個の教師データを作成し，90%を訓練データ, 5%を検証データ, 残りのデータをテストデータとして用い，学習率を0.001，バッチサイズを32に設定した上で150エポック繰り返して学習する．訓練パラメータである$\boldsymbol{\theta}_1, \cdots, \boldsymbol{\theta}_6$の初期値は各成分の平均が0, 標準偏差が0.005の正規分布となるようにランダムに与える．なお，最適化アルゴリズムにはAdam[6]を用い，ここでは訓練データを1つずつ用いて学習を行うオンライン学習手法を導入し，Pythonのオープンソースの機械学習ライブラリであるPytorch[7]にて記述する．計算機にはIntel(R) Core (TM) i7-1165G7 @ 2.80GHz, MEM: 16GBの性能を有するものを使用し，問題 (1)を数理最適化ソルバーのMOSEK[8]にて解くものとする．

3.2 予測結果と考察

前項にて示した条件のもと学習を行った際の1エポックごとの学習履歴を図 2, 図 3に示す．各図の縦軸は, 各エポックごとの学習モデルを用いて得られる予測データから求まる全訓練データおよび全検証データにおいて算出される損失関数値の平均値および正答率の平均値をそれぞれ表す．また，ここで正答率とは行列$\boldsymbol{E}$の第2行ベクトルの値の少数第1位を四捨五入したバイナリー値と真の値とが一致している割合のことを指す．

図 2より，学習初期にて大幅に損失関数値が減少しており予測精度が大きく向上していることが確認できる．学習履歴全体を通して損失関数値は増減を繰り返し振動しているものの徐々に減少しており，学習がエポック数に応じて進行しているといえる．また，訓練データと検証データとでは損失関数値の増減に大きな違いはみられなかったことから過学習は起きていないと考えられる．実際に，正答率の推移を示す図 3からは訓練データ，検証データともにエポック数に応じて正答率が向上しており，119エポック学習時点では，検証データに対して学習全体を通じて最も高い正答率として90.5%に到達している．よって本研究では，この時点での学習モデルを用いて以後の予測および考察を行うものとする．

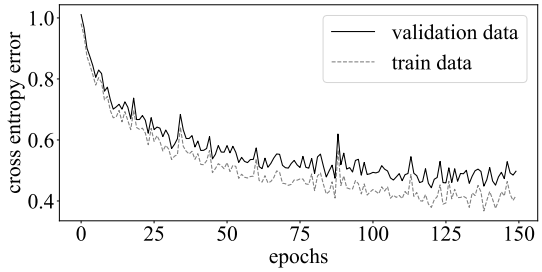


図2: 各エポックごとの損失関数値の履歴

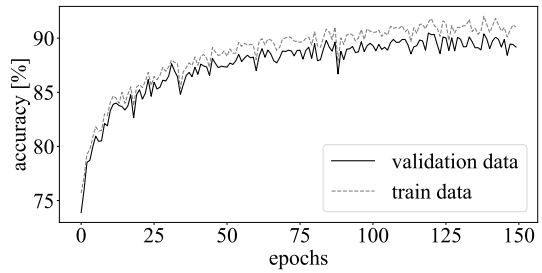


図3: 各エポックごとの正答率の履歴

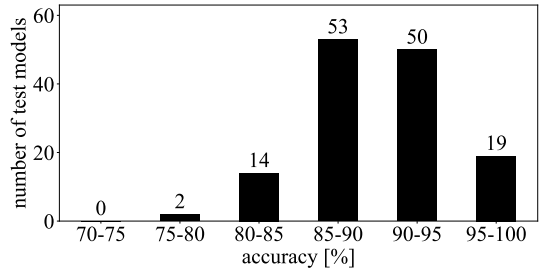
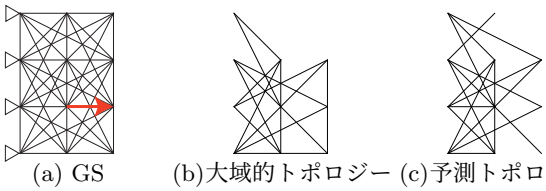


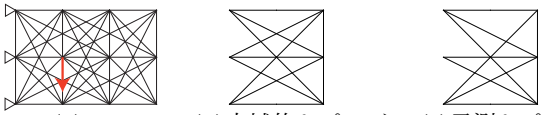
図4: 全テストデータに対する正答率の分布

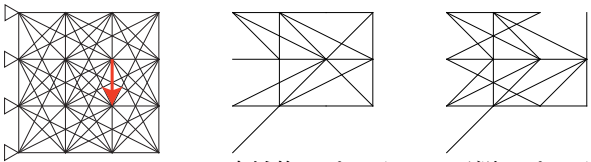
学習モデルを用いて，全140個のテストデータに対するトポロジーの予測精度のばらつきを正答率にて評価した結果を図 4に示す．横軸は70%以上に対して5%刻みでの正答率を，縦軸はその範囲におけるモデルの数を表している．正答率は最低で77.5%，最高で100%とデータによってばらつきはあるものの，平均で90.4%に到達しており検証データと同程度の予測精度を確保している．

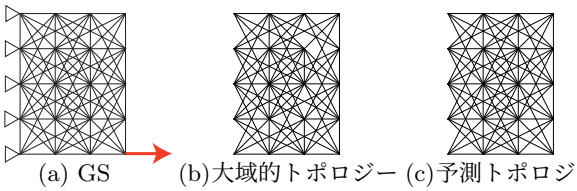
表 3: 各トポロジーの力学諸量_1

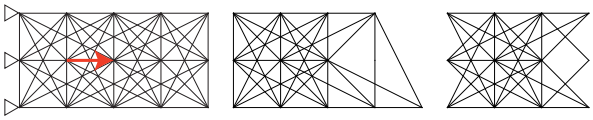
グリッド数	$\bar{V}$[m^3]	V_t[m^3]	V_p[m^3]	w_t[kNm]	w_p[kNm]	w_p/w_t[kNm]
3×4	0.724	0.722	0.763	0.044	0.026	0.589
4×3	0.563	0.557	0.502	0.053	0.056	1.066
4×4	0.762	0.745	0.835	0.098	0.092	0.934
4×5	3.299	3.276	3.319	0.062	0.063	1.006
5×3	1.431	1.428	1.265	0.017	0.017	1.016
5×5	1.898	1.897	1.818	0.209	0.206	0.986

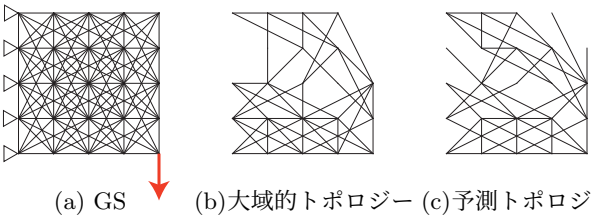

(a) GS (b)大域的トポロジー (c)予測トポロジー
図5: 3×4GS ($\alpha = 0.45$, accuracy= 86.0[%])


(a) GS (b)大域的トポロジー (c)予測トポロジー
図6: 4×3GS ($\alpha = 0.35$, accuracy= 97.7[%])


(a) GS (b)大域的トポロジー (c)予測トポロジー
図7: 4×4GS ($\alpha = 0.30$, accuracy= 89.4[%])


(a) GS (b)大域的トポロジー (c)予測トポロジー
図8: 4×5GS ($\alpha = 0.95$, accuracy= 94.4[%])


(a) GS (b)大域的トポロジー (c)予測トポロジー
図9: 5×3GS ($\alpha = 0.65$, accuracy= 84.5[%])


(a) GS (b)大域的トポロジー (c)予測トポロジー
図10: 5×5GS ($\alpha = 0.40$, accuracy= 85.0[%])

次に，予測されるトポロジーに対する考察を行うために，テストデータ内から異なるグリッドを有するデータを6つ無作為に抽出する．抽出されたデータの解析条件，問題 (1)を解くことで得られる大域的トポロジー，学習モデルに適用することで得られる予測トポロジーをそれぞれまとめて図 5〜図 10に示し，各図の(a)における矢印の位置と方向は100kNの荷重が作用していることを表し，各図の下部に予測時のα値と正答率を示す．また，表 3にはそれらのトポロジーに関する力学諸量を示している．ここで，V,wはそれぞれ得られるトポロジーの体積とコンプライアンス値を示し添え字のtは大域的トポロジー，pは予測トポロジーに関する値であることを表す．表 3から問題 (1)を解くことで得られる大域的トポロジーが体積制約 (1f)を全てのモデルにおいて満たしていることに対し，学習モデルから得られる予測トポロジーは体積が上限値を超える場合が存在することが確認できる．しかし，部材への入力データとして体積上限値の算出に必要なαの値を部材長に掛け合わせることで，体積上限値の大小関係を入力データに反映させることでき，体積上限値と予測トポロジーにおける体積が大きく乖離することはなかった．このことから学習によって訓練パラメータの各成分は体積上限値も考慮することが可能であるといえる．また，大域的トポロジーに対する予測トポロジーのコンプライアンス値の割合も図 5を除いて，1に近い値をとり正答率だけでなく力学的性能においても高い予測精度を発揮していると考えられる．

次に，図 5〜図 10から各モデルにおける正答率を比較すると，学習範囲内における予測ではGSの規模や大域的トポロジーにおける部材数と正答率の間に相関関係はないと考えられる．また，各モデルにおける大域的トポロジーと予測トポロジーを比較すると全体を通して荷重作用点付近ではトポロジーに大きな差異はないということが確認できる．本研究では節点に対する入力データとして座標情報に加え，荷重に関する情報も0-1のバイナリー値として入力しており今回扱ったモデルは荷重を1箇所にしか作用させていないため，節点に対する入力データは1つの節点を除くと座標情報のみとなる．よって荷重作用点では他の節点と入力が大きく異なることから，このように特徴量を高い精度で表現することができたといえる．

3.3 汎化性能の検証

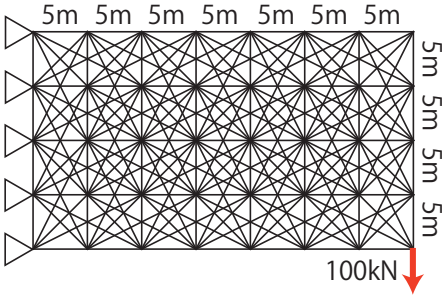


図11: 汎化性能の検証に用いるGS

表 4: 各トポロジーの力学諸量_2

グリッド数	$\bar{V}$[m^3]	V_p[m^3]	$V_p-\bar{V}$[m^3]	w_p[kNm]
8×5_1	2.568	3.627	1.059	0.891
8×5_3	2.996	4.062	1.066	0.801
8×5_3	3.424	4.270	0.846	0.739

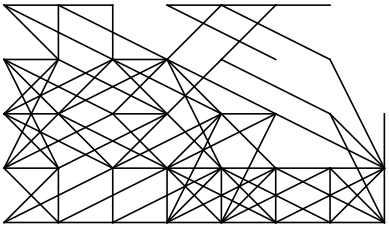


図12: 8×5GS_1 $(\alpha = 0.30)$

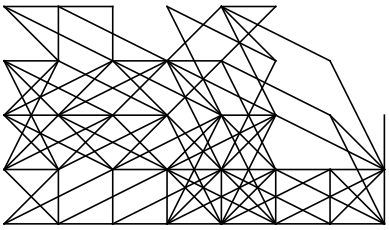


図13: 8×5_2GS $(\alpha = 0.35)$

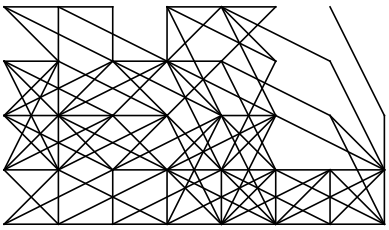


図14: 8×5_3GS $(\alpha = 0.40)$

続いて，学習範囲外における予測によって学習モデルに対する汎化性能の検証を行う．検証用のデータとして図 11に示すような8×5の節点で構成されるGSを考える．荷重は先端の節点に対し鉛直下向きに作用させ，体積上限値は$\alpha = [0.30, 0.35, 0.40]$に設定することで3パターンで予測を行う．なお，これらの解析条件にて問題 (1)を解いたが，1時間経っても解が得られなかったため解析を打ち切った．このことから，コンプラ

イアンス最小化問題のMISOCPとしての定式化は大域的最適性が保証されるという有用性を持つ反面，図 11のような比較的規模の大きなモデルへの適用は困難であると考えられる．同様の解析条件を3.1項にて構築された学習モデルに適用することで得られた予測結果を図 12〜図 14，表 4に示す．ただし，ここでは表 4において新たに体積上限値と体積の差を追加し，大域的トポロジーは獲得できていないためGSおよび予測トポロジーのみからわかる結果のみを示す．表 4からいずれの予測結果においても体積は体積上限値を大きく上回っており制約が満たされていないことがわかる．一方で，体積とコンプライアンス値が負の相関関係にある点や図 12〜図 14のトポロジーが類似している点などから部材の特徴量を考慮した部材配置になっていることが考えられる．また，前項での予測と同様にα値と体積の増減も一致しているため，体積制約を満たさないモデルに対しては逐次的にα値を小さくしていくことで，少ない計算負荷で体積制約を満たした予測トポロジーの獲得も期待できる．

4 終わりに

本研究では，MISOCPを解くことで得られる大域的トポロジーを教師データとし，グラフ埋め込みと教師あり学習を組み合わせた学習手法を用いて，大規模なGSに対する大域的トポロジーの予測を行った．グラフ埋め込みを用いることで節点や部材の位置関係や接続関係を考慮した特徴量行列を抽出することができ，テストデータに対する大域的トポロジーの予測に高い予測精度を発揮した．さらに，学習によって得られた訓練パラメータを学習範囲外のGSへ適用することで大域的トポロジーの予測を行ったが，体積上限値と得られたトポロジーの体積の差が肥大化し高い予測精度は得られなかった．一方で，本研究では体積上限値を左右する変数としてα値を導入しておりこの値を変化させることで予測トポロジーにおける体積が変化するため，GSの節点と部材に関する情報を入力するだけで，学習済みのモデルを用いて数秒でトポロジーを予測することも可能である．学習範囲外に対する予測精度低下の原因として，今回扱った教師データの数は僅か数千個であり教師データの数の不足が考えられるため，今後は荷重パターンを増やす，境界条件を変化させるなどして，教師データの数を増やし予測精度の更なる向上をはかる．

5 謝辞

本研究の一部はJSPS科研費 22K04416の助成を受けたものである．ここに記して謝意を表する．

参考文献

1）藤井大地, 真鍋匡利, 高田豊文．グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生．日本建築学会構造系論文集，Vol. 73，No. 633，pp. 1967–1973，2008. 11.

2）藤田慎之輔, 寒野善博．混合整数2次錐計画法による3次元骨組構造物のトポロジー最適化．日本建築学会構造系論文集, Vol. 82, No. 732, pp. 193–201, 2017. 2.

3）Y. Kanno. Mixed-integer second-order cone programming for global optimization of compliance of frame structure with discrete design variables. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 54, pp. 301–316, 2016.

4）K. Hayashi and M. Ohsaki. Reinforcement learning and graph embedding for binary truss topology optimization under stress and displacement constraints. *Frontiers in Built Environment*, Vol. 6, , 2020.

5）K. Hayashi and M. Ohsaki. Graph-based reinforcement learning for discrete cross-section optimization of planar steel frames. *Advanced Engineering Informatics*, Vol. 51, , 2022.

6）Jimmy Lei Ba Diederik P. Kingma. Adam: A method for stochastic optimization. *3rd International Conference on Learning Representations, ICLR2015*, 2015.

7）Adam Paszke, Sam Gross, Soumith Chintala, Gregory Chanan, Edward Yang, Zachary DeVito, Zeming Lin, Alban Desmaison, Luca Antiga, and Adam Lerer. Automatic differentiation in pytorch. 2017.

8）E. D. Andersen and K. D. Andersen. The mosek interior point optimizer for linear programming: An implementation of the homogeneous algorithm. *H. Frenk, K. Roos, T. Terlaky, S. Zhang (eds) High Performance Optimization. Applied Optimization*, Vol. 33, pp. 197–232, 2000.

双線形型微分方程式とシェル構造の形状決定

三木優彰[1)]，Toby Mithell [2)]
1)東京大学総合文化研究科広域科学専攻，助教，博士(工学)，masaakim@g.ecc.u-tokyo.ac.jp
2)Thornton Tomasetti

1　はじめに

著者らは[2]で、引張り圧縮混合型シェルのつり合い式が変数射影法(VarPro)により直接的に解けることを報告した。本つり合い式は双線形型微分方程式であるので、広く様々な双線形型微分方程式が変数射影法により解けることが期待される。しかしながら身の回りに双線形型微分方程式を見つけることは容易ではない。また、引張り圧縮混合型シェルのつり合い式は条件が１つに対し未知関数が２つ（シェルと応力関数）あるため原理的に解が無数にあるが、波打ってしまい施工が困難な形状を大量に含み、また、建設可能なシステムへの分割を考慮していないなどこのままでは建築に直ちに応用できるわけではない。

本報では引張り圧縮混合型シェルにおいて主応力方向と主曲率方向が揃うという条件が、やはりシェルと応力関数に関する双線形型微分方程式の形で書け、変数射影法により簡単に解けることを報告する。主応力方向と主曲率方向が揃うと、可展面帯で分割できたり平らな四角形パネルで覆えるなど、施工性に優れたシステムへの分割が可能でかつ、曲げモーメントを生じず軸力のみで釣り合う構造体で曲面を近似できる。施工のしやすく力学的に合理的なグリッドシェルやコンクリートシェルに直ちに応用可能である。

主応力方向と主曲率方向を揃えるというアイデアは[4, 1, 3]などで既に活発に議論されている。ただしこれらの手法は引張り圧縮混合型に直ちに応用可能ではなく、また、連続で微分可能な条件を三角形メッシュ上で計算かのうな形式に変換するために多大な労力を割いている。我々の手法は微分可能なNURBS曲面上で実行されるため、種々の条件を直接的な解法で解くことができる。

2　予備知識

2.1　つり合い式

引張り圧縮混合型シェルのつり合い式は[2]

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial y}-2\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial x}=\bar{\rho}, \quad (1)$$

と表される。ここでϕは応力関数、zはシェルの各点での高さである。単位面積当たりの荷重は$\bar{\rho}$で表され、実際は定数ではないが、あまり大きな違いはないので差し当たって定数と扱う。式(1)は以下のように導かれる。まず膜応力のつり合い式は

$$S_{xx}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial x}+2S_{xy}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+S_{yy}\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial y}=\bar{\rho}, \quad (2)$$

である。ここで$S_{xx},\cdots$は応力テンソルの成分である。応力テンソルのx-y方向のつり合いは、任意の応力関数$\phi(x,y)$から

$$S=R(90)H(\phi)R(90)^T, \quad (3)$$

として決めると必ず満たされる。ただし$R(90)$は90度回転行列で$H(\phi)$は2階微分を並べたヘシアン行列である。式(2)に式(3)を代入すると冒頭のつり合い式が得られる。

これは双線形型微分方程式であり、ϕかzを固定すると線形な定数係数の２階微分方程式となる。そこで2つの線形な連立方程式を交互に解くと自然に解に収束するのではないかと考えられる。実際は効率よく解の近傍に到達できるが、解の近傍で振動してしまい収束しない。変数射影法はこの問題を解決したもので、一方の解空間にもう一方の解を常に射影する、つまり一方のみを最小化の対象とし、もう一方は拘束条件として解く、というものである。大変計算コストのかかる手法であるが、安定的に収束する。

2.2　共役方向と固有ベクトル

2×2行列Aが与えられたとき、二つのベクトルt、uが$t^TAu=0$を満たすとき、tとuはAに関して共役という。

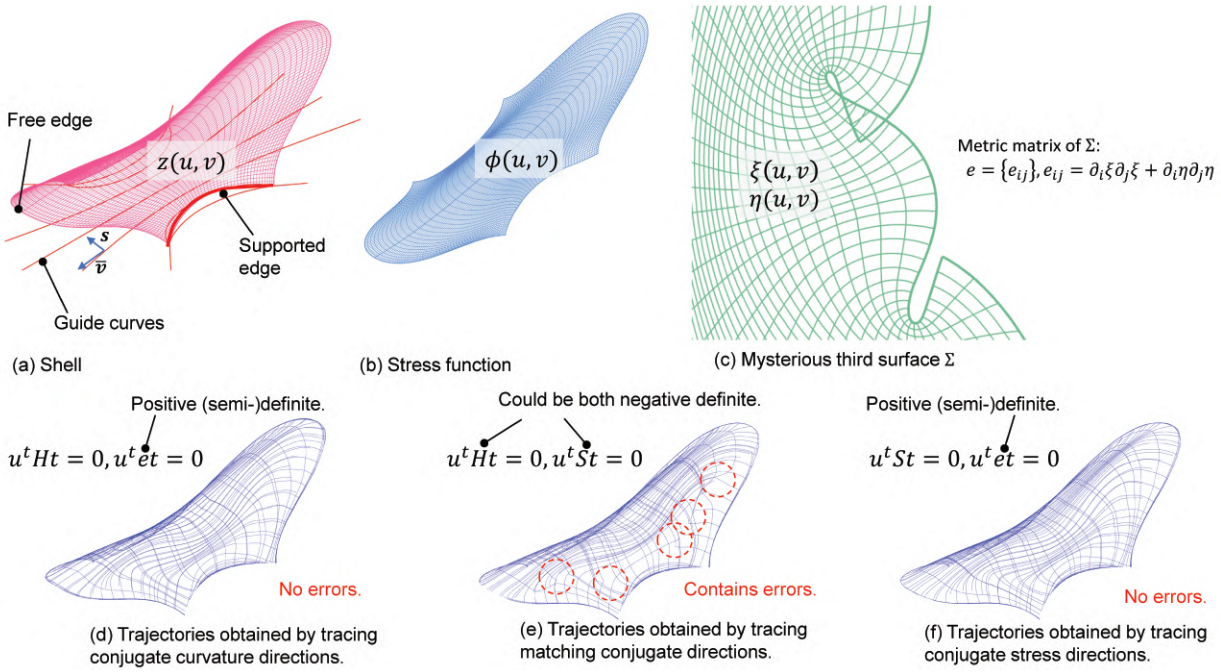


図1　提案手法により応力線と曲率線を揃えることができる。(a) シェル、(b)応力関数、(c) 第三の曲面Σ。 様々な「揃える」条件が存在するため、第三の曲面Σの計量テンソル$e=\{e_{ij}\}$によりその曖昧さを解決する。理論的には応力テンソルと曲率テンソルが揃ったとき、(e)一般化固有値問題にこれらの行列を設定すると揃った共役な曲率/応力方向が得られる。しかし得られた曲率/応力方向は数値的なエラーを含むことがある。これは曲率と応力の両方が同時に負の行列式をもつことがあるためである。(d,f)Σの計量テンソル$e=\{e_{ij}\}$を用いると、共役な曲率もしくは応力方向を別々に求めることができて、このときe_{ij}の行列式が常に正であることからエラーが含まれない

もし二つのベクトルが直交している、つまり$t^Tu=0$なとき、それらはAの固有ベクトルである。それらがBに関しても共役なとき、それらはAとBを１つ目と２つ目の行列に設定した一般化固有値問題の解である。つまり、

$$At=\lambda_1 Bt,\ Au=\lambda_2 Bu \Leftrightarrow t^TAu=t^TBu=0. \quad (4)$$

であり、$B=I$とおくと

$$At=\lambda_1 t,\ Au=\lambda_2 u \Leftrightarrow t^TAu=t^Tu=0, \quad (5)$$

となって固有ベクトルの定義が現れる。

もし$\{t,u\}$が応力テンソルSに関して共役なら、そのフレームにおいてせん断力が現れないから、軸力のみでつり合うグリッドシェルの線材はそのような方向に沿って配置するとよい。また、$\{t,u\}$が曲率テンソルHに関して共役なら, そのフレームに沿って曲面を分割すると可展面帯で分割できたり、平坦な四角形パネルで覆えたりする。したがって、SとHに関して同時に共役であるような$\{t,u\}$が見つかるなら、その曲面は施工性に優れかつ力学的に合理的、といえる。そのような状態を「SとHが揃っている」ということにする。

[4]に述べられているように SとHを１つ目と２つ目の行列に設定して一般化固有値問題を解けばそのような方向が見つかる。ここが我々の研究の出発点である。実は一般化固有値問題は少なくともどちらか一方の行列が正定値でないと、実数固有値/固有ベクトルが得られることが保証されない。 [2]で提案した手法では引張り圧縮混合を扱っているから、両方の行列が同時に負の行列式を持つ可能性があり、実数固有ベクトルが得られない領域が解に含まれてしまう。

図2に(a)主曲率方向と(b)主応力方向、(c)「揃った」共役な方向を示す。一般に主曲率方向と主応力方向は全く異なるが、「揃った」共役な方向を見つけることができる。しかしながら虚数を含む固有ベクトルを返してしまう領域（図中赤点で示した領域）を含んでしまい、このままでは使い物にならない。そればかりか、

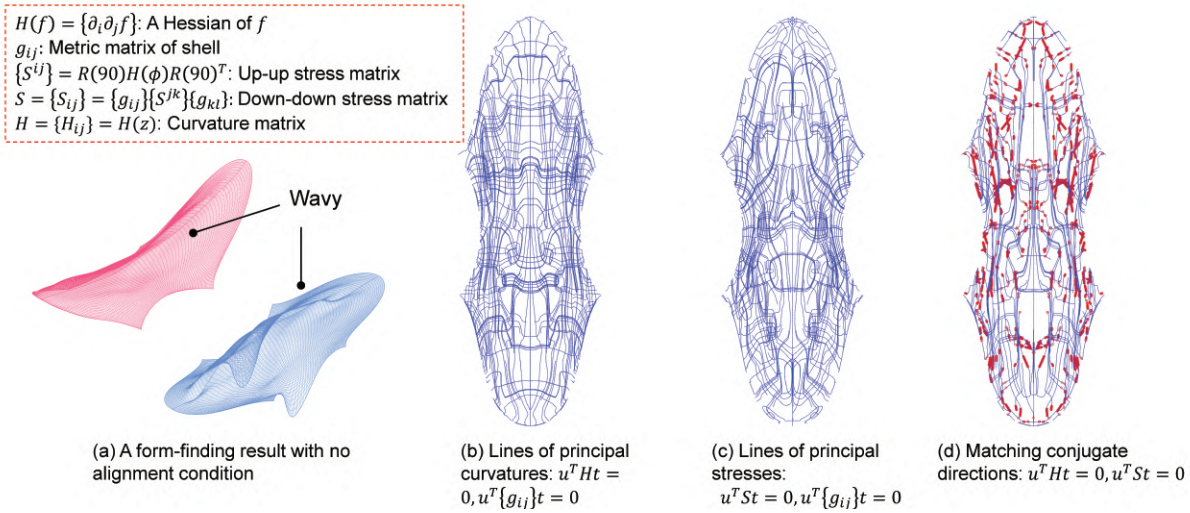


図2　(a)「揃える」条件を与えずに形状決定問題を解くと、得られる形状は通常波打ってしまう。(b)曲率線と(c)応力線は一般にまったく異なる。従って得られた形状決定は実際のところ建設が難しいとみなされる。さらに、(d)一般化固有値問題を解くことで「揃った」共役方向を見つけることができるが、引張り圧縮混合型では複素数固有値/固有ベクトルを返してしまう領域を大量に含む（図中赤点）。以上より「揃った」共役方向もこのままでは応用が難しい。

一般に曲率方向/応力方向のトレースは視覚的にもとても乱雑である。

実は両方の行列が同時に負の行列式を持っても、実数固有値/固有ベクトルを返すこともある。そこで、曲面として以下に述べる種々の「揃える」条件を満たしたものを選ぶことにする。すると揃っている方向、つまり実数固有ベクトルの存在が保証されるため、複素数固有ベクトルの問題に頭を悩ませる必要がない。

3　「揃える」条件たち

3.1　固有ベクトルを揃える

1つ目のアイデアは固有ベクトルを揃えるというものである。

一般に2つの2×2行列AとBの固有ベクトルの方向が揃っているというのは、それらの積$C = AB$が対称であることと同値である。そこで、HSが対称行列であることを要請する。すなわち、条件は

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial y} = -\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial x} + \frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} \tag{6}$$

と書ける。これは我々の見つけた2つ目の双線形型微分方程式で、変数射影法によりつり合い式と連立して解けると期待できる。

3.2　与えられた方向と、共役な方向を揃える

二つ目のアイデアは、ある方向$\bar{\boldsymbol{v}}$が与えれたとき、もう一つの方向$\boldsymbol{w}$を、$\{\bar{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{w}\}$が二つの行列に関して同時に共役となるように選ぶというものである。行列A、もしくはBに関して$\bar{\boldsymbol{v}}$と共役な方向は

$$R(90)A\bar{v}\ ,R(90)B\bar{v} \tag{7}$$

なので、HとSを揃えるなら

$$\begin{aligned}(S_{xy}\bar{v}_x + S_{yy}\bar{v}_y)\,(H_{xx}\bar{v}_x + H_{xy}\bar{v}_y) = \\ (S_{xx}\bar{v}_x + S_{xy}\bar{v}_y)\,(H_{xy}\bar{v}_x + H_{yy}\bar{v}_y)\end{aligned} \tag{8}$$

を条件として加えればよい。これは我々の見つけた3つ目の双線形型微分方程式である。

3.3　一般化

2つ目の双線形型微分方程式は

$$SH = \text{sym.} \tag{9}$$

であり、3つ目は

$$S\bar{\boldsymbol{v}}\bar{\boldsymbol{v}}^T H = \text{sym.} \tag{10}$$

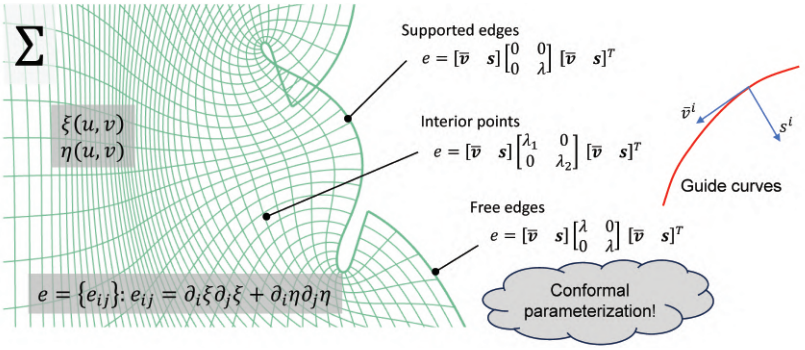


図3　第３の曲面Σを導入し、連続で滑らかかつ各種条件を満たすe_{ij}を最小二乗法による最適化を用いて探す。

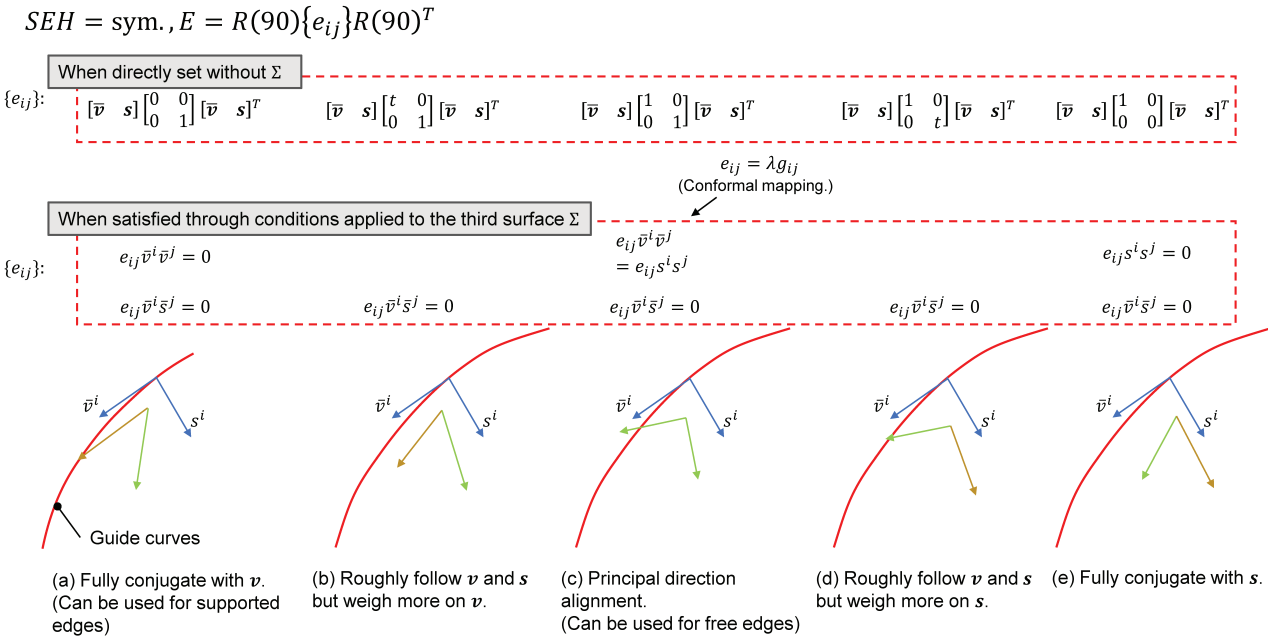


図4　e_{ij}を様々に変せることで、(a)完全に共役($\bar{v}$に関して)から(e)完全に共役（sに関して）まで滑らかに変化させることができる。e_{ij}を直接与えるのではなく、条件を満たすe_{ij}を最小二乗法により数値的に求めることを提案する。

である。従ってこれらを一般化することで４つ目の双線形型微分方程式に到達できる。それは、

$$SEH = \text{sym.}, \tag{11}$$

と書け、新しく導入された行列Eは

$$E = \alpha \bar{\boldsymbol{v}}\bar{\boldsymbol{v}}^T + \beta \boldsymbol{s}\boldsymbol{s}^T, \tag{12}$$

として与えられる。ここでsは$\bar{\boldsymbol{v}}$に垂直な方向で、いずれのベクトルも正規化されているものとする。もし$\alpha = \beta$なら、この条件は固有ベクトルを揃える条件と一致する。また、$\alpha >> \beta$なら、「与えられた方向と共役な方向を揃える」条件（以下では「完全に共役」、と呼ぶ）と一致する。証明は省略するが実はEは正定値行列でありさえすれば（半正定値も含む）なんでもよい。そこで図3に示すように、新しい平坦なNURBS曲面Σを導入し、その計量テンソルe_{ij}を90度回転させたものをEとすることを考える。

さらに、図4に示すように、e_{ij}を直接与えるのではなく、e_{ij}の満たすべき条件を記述して、変数射影法のフレームワークで解くことを考える。具体的にはΣの満たすべき支配方程式として

$$e_{ij}\bar{v}^i s^j = 0 \tag{13}$$

を与え、また、自由境界にはΣの境界条件として

$$e_{ij}\bar{v}^i\bar{v}^j = e_{ij}s^is^j \tag{14}$$

を与える。支持境界には

$$e_{ij}\bar{v}^iv^j = 0 \tag{15}$$

を与える。

4　計算例と考察

[注：本節はかなり初期段階の計算結果に基づいており、正確でない記述を含む可能性があります。] 図5,6に計算例を示す。(a)がシェル、(c)が応力関数で、(b)が第三の曲面Σである。また、SとHを一つ目と二つ目の行列に設定した一般化固有値問題を解くと、「揃った」共役方向が得られる。図中(e)はこれをトレースしたものである。しかし、図からわかるようにところどころエラーが含まれてしまう。これは、理論的には厳密解においてはエラーは起きないはずであるものの、数値的に近似解を求めているためで、二つの行列が同時に負の行列式をもつ個所では常にエラー（複素数固有ベクトル）が生じる可能性がある。(d)と(f)は一つ目の行列にSかHを、二つ目の行列に第３の曲面Σの計量行列$\{e_{ij}\}$を設定し一般化固有値問題を解いたものである。こうすると、応力テンソルに共役な方向と、曲率行列に共役な方向を別々に得ることができ、実際に「揃っている」ことを視覚的に確認することができる。さらに、計量行列は必ず行列式が正なので、複素数固有ベクトルの問題が生じない。第３の曲面Σは理論的には必ずしも必要とはいえないが、これを新たに導入することの実用上の利点は大きい。さらに、得られた曲面や共役方向のトレースが図2と比べて圧倒的にきれいになっていることも特筆すべき点である。

5　結論と考察

固有ベクトルが揃うという条件は、行列の積が対称となる条件と同値である。固有ベクトルが揃うという条件はそのままでは計算機では扱いにくいが、行列の積が対称となる条件は計算機で扱えるものである。また、本研究で導いた種々の「揃える」条件は２階の双線形型微分方程式であり、非線形であるものの、[2]で変数射影法(VarPro)により安定的に解けることが報告されている。

本研究ではさらに「揃える」条件群の違いを、第３の曲面Σの計量テンソルで記述することで、問題をシェル、応力関数、Σの３枚の曲面に関する幾何学的な問題に帰着させた。これにより[2]で提案した方法と同様な枠組みで問題を解くことが可能となった。

得られた計算結果はつり合い式と「揃える」条件を満たしているが、それに加えて視覚的に滑らかで、得られた共役方向のトレースも奇麗であるという大きな「おまけ」がついてくる。建築構造デザインへの応用が期待できる。

参考文献

1）M. Kilian, D. Pellis, J. Wallner, and H. Pottmann. Material-minimizing forms and structures. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 36(6):1–12, 2017.

2）M. Miki and T. Mitchell. Interactive exploration of tension-compression mixed shells. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 41(6), nov 2022.

3）D. Pellis and H. Pottmann. Aligning principal stress and curvature directions. In *AAG 2018*, pages 34–53, 2018.

4）E. Vouga, M. Höbinger, J. Wallner, and H. Pottmann. Design of self-supporting surfaces. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 31(4):1–11, jul 2012.

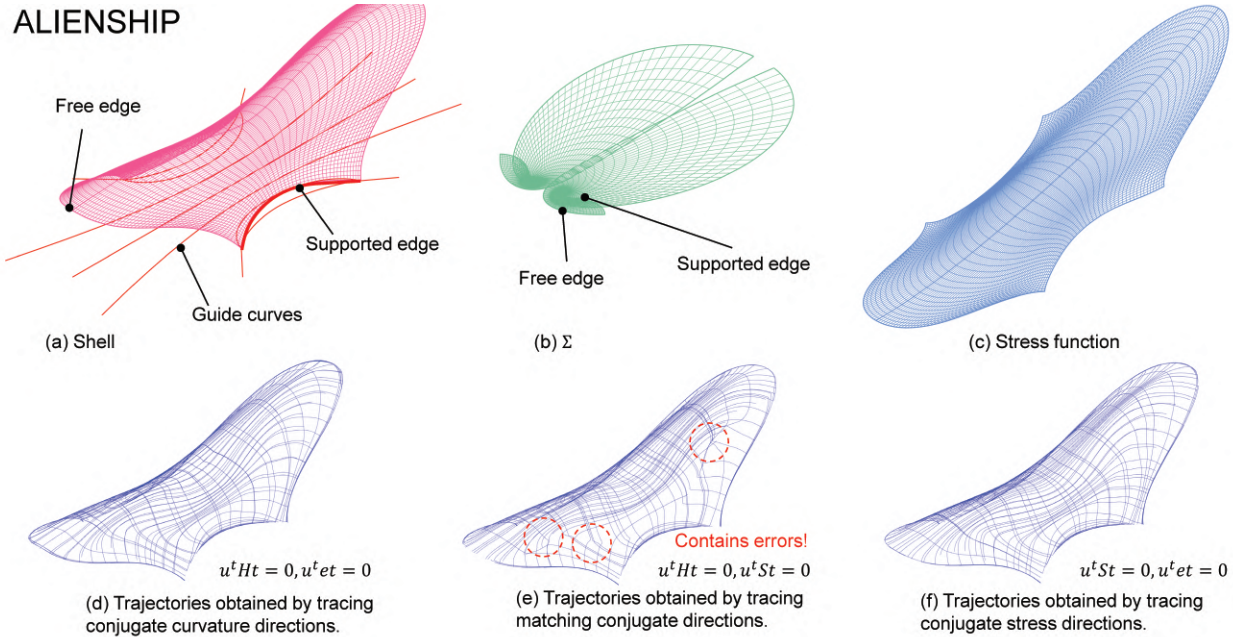


図5　計算例１。赤で表示した曲線はガイド曲線で、本文中の$\bar{v}$を決めるのに用いている。(a)シェル、(b)第３の曲面Σ、(c)応力関数、(d)曲率行列に共役な方向のトレース、(e)「揃った」共役な方向、(f)応力テンソルに共役な方向。(e)はエラーを含むが、(d)と(f)は含まないので、(e)を計算する代わりに(d)と(e)を計算し、両者がおおむね一致していることを確かめればよい。

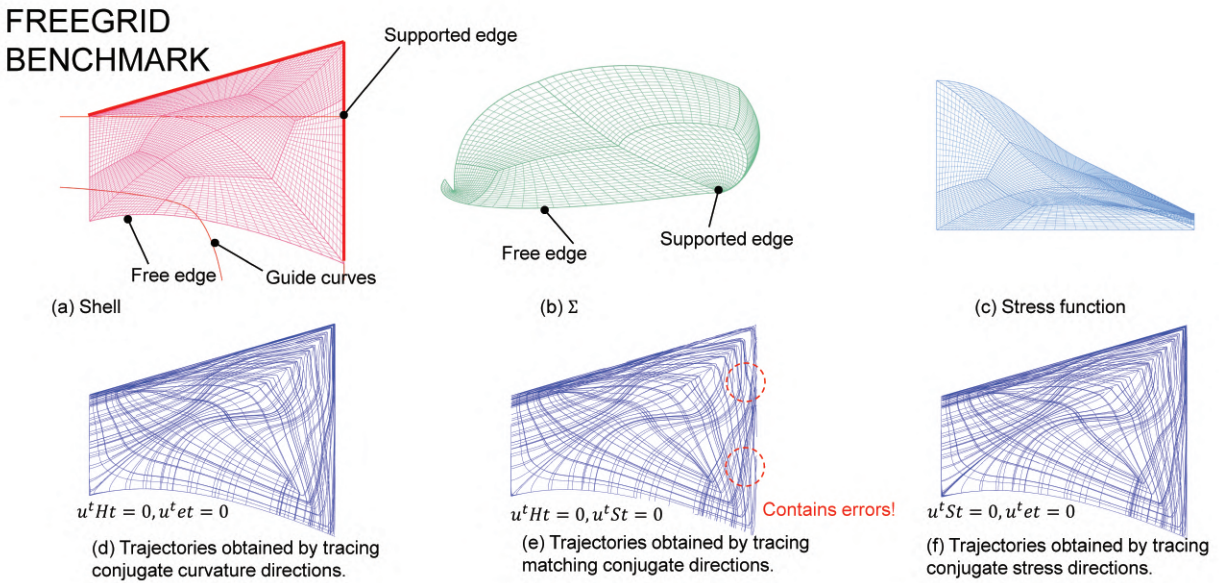


図6　計算例２。

重層構造物のロバスト性を考慮した形態創生に関する研究

山口春樹 [1)]，浜田英明 [2)]
1)株式会社久米設計，修士(工学)，Haruki.Yamaguchi @ kumesekkei.co.jp
2)法政大学デザイン工学部建築学科，教授，博士（工学）

1 はじめに

近年の重層建物は、異種材料を併用した剛性分布の変化が大きい混構造や斜め柱利用したアクロバットな架構の事例（図 1.1）など、複雑な形態が増えてきている。我が国での重層建物の外力分布は、Ai 分布によって算定されることが多いが、複雑な形態の重層建物に対して Ai 分布が必ずしも適切であるとは限らない。複雑な形態の建物では、作用する外力の不確定性が増加する可能性があることから、ロバスト性に配慮した設計が必要となる。

小宮 [1)] は構造物の歪エネルギーが最大となる荷重分布、すなわちその構造物が最も不得意とする荷重分布（最悪荷重分布）を求め、その荷重によるコンプライアンス（ロバストコンプライアンス）を最大化することで、ロバスト性を確保したラチスシェル構造物の形態探索を試みた。

このロバストコンプライアンスの考え方に基づく最悪荷重を様々な形態の重層建物へ適用するにあたり、本稿では、一般的な形態の重層建物に対して最悪荷重を作用させ、基本的な傾向を把握することを目的とする。

2 ロバストコンプライアンスの定義

2.1 ロバストコンプライアンスの定式化

小宮 [1)] はある構造物にかかる荷重 $\boldsymbol{f}_r$ を確定荷重 $\boldsymbol{f}_0$ と不確定荷重 $\boldsymbol{f}_k$ の和で定義したが、確定荷重は最悪荷重分布の決定に対して影響がほぼないこと、また定式化を単純化できることから、本稿では不確定荷重のみを対象とし、荷重 $\boldsymbol{f}_r$ を次式と仮定する。

$$\boldsymbol{f}_r = g\boldsymbol{f}_k \tag{1}$$

ここで $|\boldsymbol{f}_k| = 1$ とし、g は不確定荷重係数とする。

また、この荷重における釣合い方程式は次式となる。

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{f}_r \tag{2}$$

ただし、$\boldsymbol{K}$ は構造物の剛性マトリクス、$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトルとする。

ここで、構造物の歪エネルギーをコンプライアンス C とすると、次式で表される。

$$\begin{aligned} C &= \boldsymbol{f}^T u = {\boldsymbol{f}_r}^T \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{f}_r \\ &= g^2 {\boldsymbol{f}_k}^T \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{f}_k \end{aligned} \tag{3}$$

このコンプライアンス C を最大とする荷重を最悪荷重と呼び、(3)式が最大となるときの荷重ベクトル $\boldsymbol{f}_k$ が最悪荷重分布となる。

ここで $\boldsymbol{A}=g^2\boldsymbol{K}^{-1}$ とし、$|\boldsymbol{f}_k| = 1$ より、(3)式は次のように変換できる。

$$(\boldsymbol{A} - C\boldsymbol{I})\boldsymbol{f}_k = \boldsymbol{0} \tag{4}$$

(4)式は、C を固有値、$\boldsymbol{f}_k$ を固有ベクトルとした一般固有値問題であり、これをべき乗法等により C_{max} とその時の固有ベクトル $\boldsymbol{f}_k$ を求めることができる。この C_{max} をロバストコンプライアンスと呼び、この時の $\boldsymbol{f}_k$ を最悪荷重分布と呼ぶ。

2.2 不確定荷重係数の設定

ロバストコンプライアンスの値および最悪荷重の大きさを決定するには、不確定荷重係数を適宜定める必要がある。小宮 [1)] は、地震危険度解析により地震動の再現期間に相当する地震動の強さから不確定荷重係数を定めた。

重層建物の代表的な水平方向の外力の設定方法として、Ai 分布と標準せん断力係数 C_0 による設定方法がある。本稿では、Ai 分布と標準せん断力係数 C_0 による水平力と荷重レベルが合うように、Ai 分布時の荷重ベクトルから不確定荷重係数に相当する値を算出する。

ここで、Ai 分布による荷重ベクトルの単位ベクトルを $\boldsymbol{f}_{kAi}$、不確定荷重係数を g_{Ai} とすると、Ai 分布による荷重ベクトル f_{Ai} は次式で表され、これより g_{Ai} を算定できる。

$$\boldsymbol{f}_{Ai} = |\boldsymbol{f}_{Ai}| \cdot \boldsymbol{f}_{kAi} = g_{Ai} \cdot \boldsymbol{f}_{kAi} \tag{5}$$

図 1.1　複雑な形態の重層建物の事例

3　重層建物の最悪荷重分布の検討例

スパン6.0m、階高3.5mの鉄骨造の重層建物を想定し、ロバストコンプライアンスと最悪荷重分布の算定例を示す。検討モデルは、平面フレームとする。

3.1　5層3スパンの重層建物

（1）検討条件

各階で柱･梁の部材断面が同一の検討モデル（検討例1-1）と各階で異なる検討モデル（検討例1-2）の検討例を示す。各階の部材断面は図3.1.1および図3.1.2に示す。各部材の接合条件は剛接合で、境界条件はピン支点とする。荷重条件は各階10kN/m^{2}を想定し、節点荷重で入力する。表3.1.1に各層の建物重量とC_0=0.2としたAi分布時の層せん断力を示す。Ai 分布時の荷重ベクトルよりg_{Ai}を算定し、最悪荷重算定時の不確定荷重係数とする。

（2）検討結果

各検討例の最悪荷重時の節点荷重図、層せん断力、最悪荷重の各方向成分の割合を示す。

平面フレームの場合の最悪荷重分布ベクトルは、3 自由度のため、求められるベクトルは3方向（F_X,F_Z,M_X）となる。いずれの検討例も水平成分が99%以上、次に多いのが鉛直成分となり、節点曲げはほぼ生じていない。水平成分（F_X）は、支点を除く全節点で同一方向となり、同一階の荷重値はほぼ同じ値で、上階ほど大きい荷重値となった。鉛直成分（F_Z）は、内柱より側柱に大きな値となっており、建物全体を水平力と同じ方向に曲げ変形を生じさせるような荷重方向となっている。

最悪荷重の割合は、水平成分がほとんどであることから、各階毎に水平力を集計し、最悪荷重時の層せん断力を算出した（図3.1.5）。Ai分布と比較すると、いずれの検討例も最上階はAi分布の方が大きく、その他の層は最悪荷重の方が大きい結果となり、特に中間層では1.10倍程度なっている。2つの検討例で比較すると、検討例1-2の方が上階の水平力が大きいことがわかる。最悪荷重分布は、2 章で定義した通り、構造物の歪エネルギーを最大化するような荷重分布を算出する。検討例1-2では、上階ほど部材断面（剛性）が小さく、上階に荷重を分配した方が、歪エネルギーが大きくなることから、検討例1-1と比べ上階の水平力が大きくなったと考えられる。

表3.1.1 建物重量とAi分布によるせん断力

層	W(kN)	ΣW(kN)	Ai	Ci	Qi(kN)
5	1080	1080	1.83	0.37	395
4	1080	2160	1.48	0.30	640
3	1080	3240	1.28	0.26	831
2	1080	4320	1.13	0.23	976
1	1080	5400	1	0.2	1080

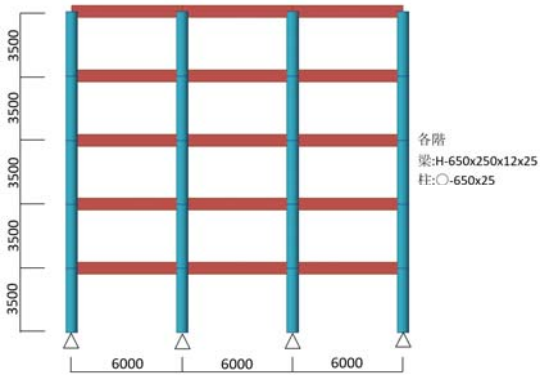


図3.1.1 検討例1-1の検討モデル

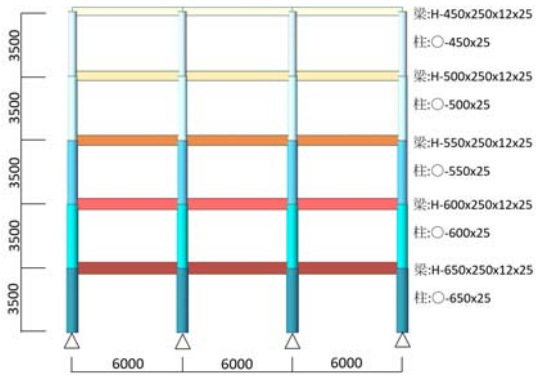


図3.1.2 検討例1-1の検討モデル

表3.1.2 最悪荷重ベクトルの割合(%)

	検討例1	検討例2
Fx	99.976	99.984
Fz	0.024	0.016
Mx	0.000	0.000

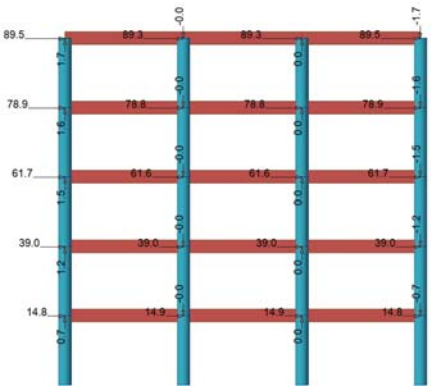


図3.1.3 検討例1-1の荷重分布

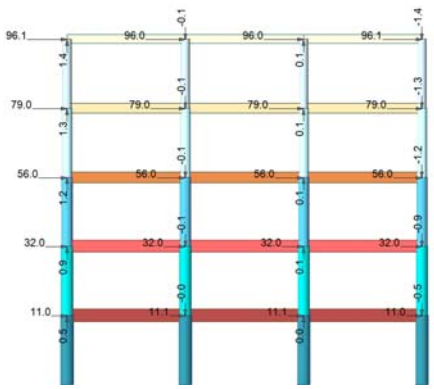


図3.1.4 検討例1-2の荷重分布

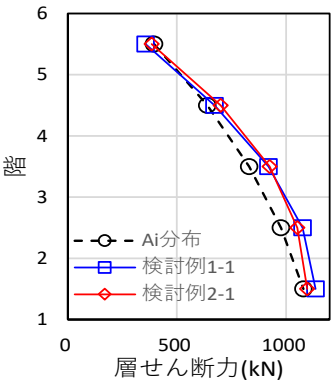


図3.1.5 層せん断力分布

3.2　10 層 3 スパンの重層建物

（1）検討条件

3.1 と同様、各階で柱･梁の部材断面が同一の検討モデル（検討例 2-1）と各階で異なる検討モデル（検討例 2-2）の検討例を示す。

各部材の接合条件、支点条件、鉛直荷重は 3.1 と同様とし、表 3.2.2 に建物重量と Ai 分布のせん断力を示す。不確定荷重係数の設定も 3.1 と同様に算定する。

（2）検討結果

各検討例の最悪荷重時の節点荷重図、層せん断力、最悪荷重の各方向成分の割合を示す。

最悪荷重分布の成分は、いずれの検討例も水平成分が 99%以上、次に多いのが鉛直成分となり、節点曲げはほぼ生じていない。ただし、鉛直成分の割合は、3.1 の 5 層の場合と比べて 2.5 倍程度となり、塔状比が高くなったことにより、曲げ変形を促す鉛直荷重分布が大きくなっていると考えられる。

層せん断力を比較すると、いずれの検討例も上 2 層は Ai 分布の方が大きく､その他の層は最悪荷重の方が大きい結果となり、3,4 層で 1.14 倍程度となった。2 つの検討例で比較すると、3.1 と同様、検討例 1-2 の方が上階の水平力成分が大きくなる結果となった。

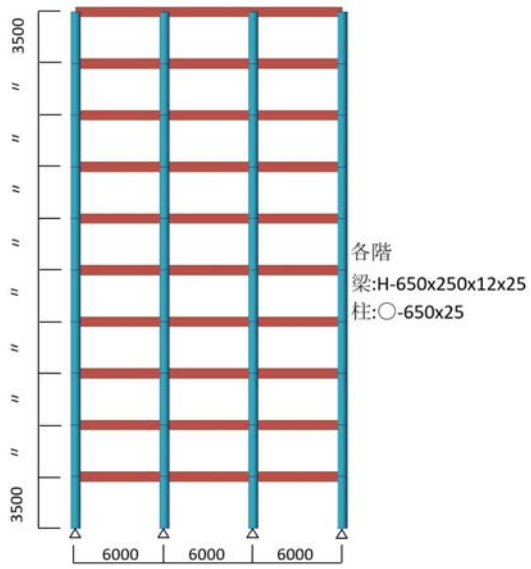


図 3.2.1 検討例 1-1 の検討モデル

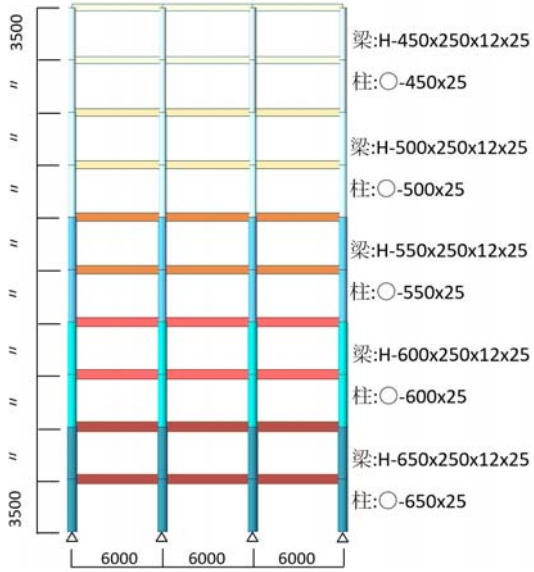


図 3.2.2 検討例 1-2 の検討モデル

表 3.2.1
最悪荷重ベクトルの割合(%)

	検討例1	検討例2
Fx	99.941	99.957
Fz	0.059	0.043
Mx	0.000	0.000

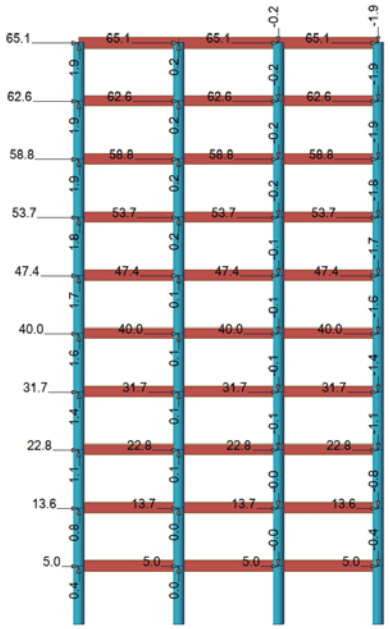


図 3.2.3 検討例 1-1 の最悪荷重分布

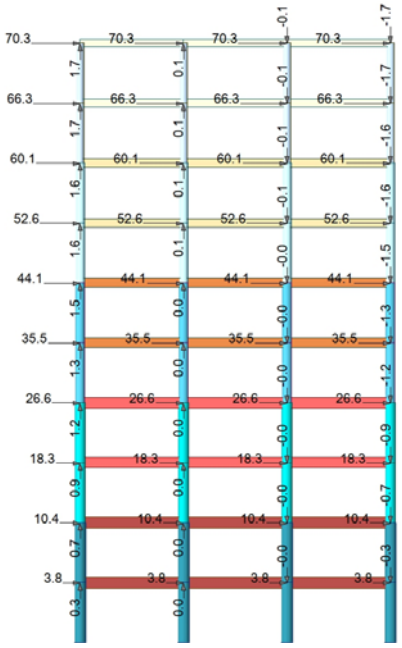


図 3.2.4 検討例 1-1 の最悪荷重分布

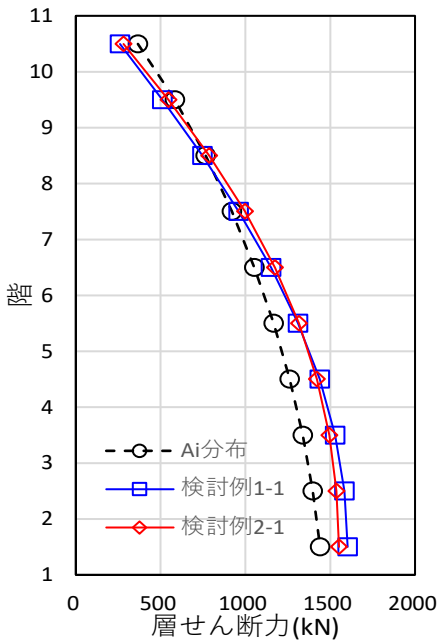


図 3.2.5 層せん断力分布

表 3.2.2 建物重量と Ai 分布によるせん断力

層	W(kN)	ΣW(kN)	Ai	Ci	Qi(kN)
10	720	720	2.55	0.51	367
9	720	1440	2.03	0.41	585
8	720	2160	1.77	0.35	766
7	720	2880	1.60	0.32	920
6	720	3600	1.46	0.29	1053
5	720	4320	1.35	0.27	1166
4	720	5040	1.25	0.25	1261
3	720	5760	1.16	0.23	1337
2	720	6480	1.08	0.22	1397
1	720	7200	1.00	0.20	1440

4 最悪荷重分布を用いた重層建物の断面最適化

本章では、Ai 分布と最悪荷重分布（以下、Wi 分布）のそれぞれの外力分布で重層建物に対して断面最適化を行い、結果の比較・考察を行う。

（1）解析条件

検討モデルは、3.2 と同様の平面フレームとし、目的関数は部材検定比の総和の最大化、制約条件は短期許容応力度以内、層間変形角 1/200 とする。許容応力度以内では、目的関数の最大値は部材数と同じになる。

Maximize $f(\varphi) = \sum \sigma/\sigma_a$

subject to $\sigma_i \le \sigma_a$

$\delta i/hi \le 1/200$

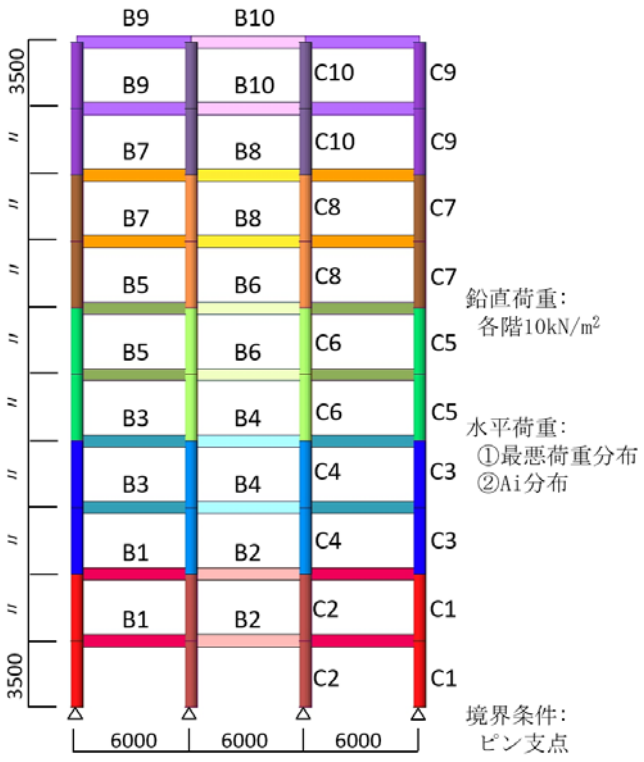


図 4.1 解析モデルと部材のグルーピング

設計変数は、部材断面 No とし、部材 No と部材リストは表 4.1.1 による。また部材断面の配置は、柱は側柱と内柱、大梁は外端スパンと内側スパンにグルーピングし、いずれも 2 層毎に割り当て、それぞれ 10 部材にグルーピングを行った。材料の基準強度は 325N/mm² とした。

荷重条件は、3 章と同様 10kN/m² の鉛直荷重とする。水平力については 2 ケース行い、C_0=0.2 で外力分布を Ai 分布とした場合（Case1）と、外力分布を Wi 分布とした場合（Case2）を行う。不確定荷重係数は、Ai 分布時の外力ベクトルから式(5)を用いて、g_{Ai} を定める。なお、Wi 分布時の外力分布は、剛性分布（部材配置）によって変わるため、各設計変数の組合せ毎に算定するものとする。

最適化手法は、遺伝的アルゴリズムによる最適化（GA）で行い、GA の設定値は表 4.1.2 による。

表 4.1.1 設計変数（部材 No と部材断面リスト）

No	柱断面リスト
1	○-400x25
2	○-500x25
3	○-550x25
4	○-600x25
5	○-650x25
6	○-700x25
7	○-750x25
8	○-800x25
9	○-850x25

No	大梁断面リスト
1	H-400x250x12x25
2	H-500x250x12x25
3	H-550x250x12x25
4	H-600x250x12x25
5	H-650x250x12x25
6	H-700x250x12x25
7	H-750x250x12x25
8	H-800x250x12x25
9	H-850x250x12x25

表 4.1.2 GA 設定値

世代数	100
集団数	200
交差率	0.8
突然変異率	0.05
選択のアルゴリズム	トーナメント選択

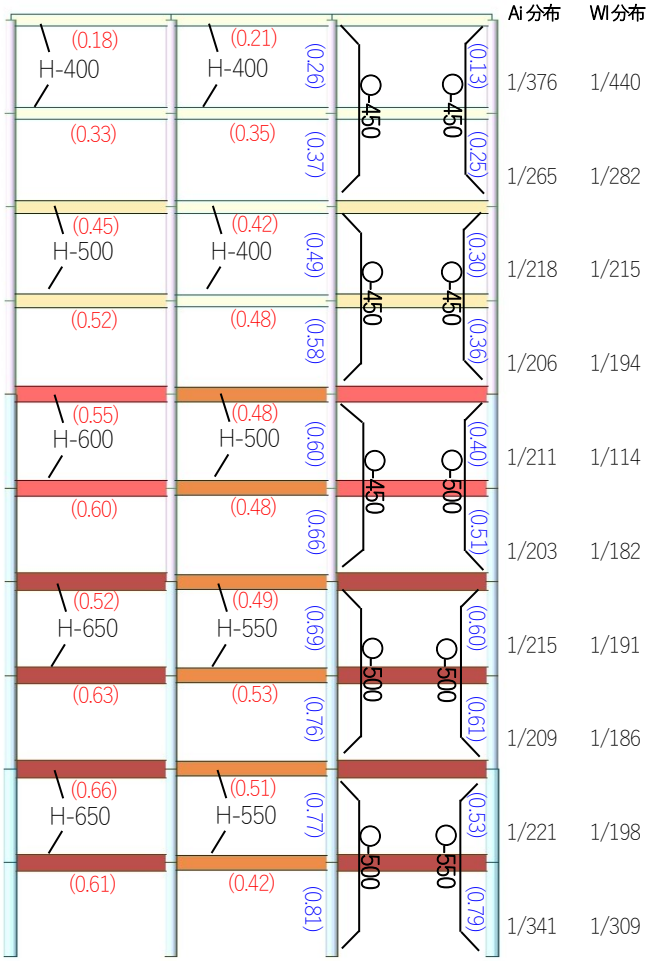
（2）検討結果

Case1 の最適結果と Case2 の最適結果を図 4.2.1 および図 4.2.2 に示す。また、それぞれの断面最適結果のモデルに Ai 分布を載荷した時と Wi 分布を載荷した時の層間変形角と断面検定比も示す。表 4.2.1 および表 4.2.2 にそれぞれの断面最適結果モデルに Ai 分布を載荷した時と Wi 分布を載荷した時の解析結果（歪エネルギ

一及び断面検定比の総和の値、躯体重量）を示す。

断面配置について、いずれの結果も下層部に大きな断面が配置され、外端スパンの大梁や側柱に比較的大きな断面が配置される結果となった。Ai 分布と比べて、Wi 分布の場合の方が全体的に大きな断面が選択され、躯体重量は Wi 分布の方が 2.2%ほど多く、歪エネルギーは約 6.7%小さい結果となった。いずれの Case においても、上部 2 層の部材は最小断面が選定されたが、層間変形角が制約条件の 1/200 と比べ余裕があり、部材検定比 0.4 以下程度と余裕があることから、さらに小さい断面を配置することが可能であると考えられる。Case1 の Ai 分布載荷時の層間変形角の最大値は 1/203（5 層）、Case2 の Wi 分布時の層間変形角の最大値はで 1/201（3 層、5 層）の結果となった。部材検定比は、全体的に比較的余裕があることから、層間変形角による制約条件で断面が選定されていると考えられる。また Case1 の Ai 分布載荷時の検定比の総和の方が Case2 の Ai 分布載荷時の検定比の総和の方が大きいことから、それぞれの荷重分布に即した最適結果となっていると考えられる。

以上の結果より、外力分布を Wi 分布で検討したことによりロバスト性が高い形態が得られ、鉄骨造の重層建物の場合は、層間変形角の制約がクリティカルになることがわかった。

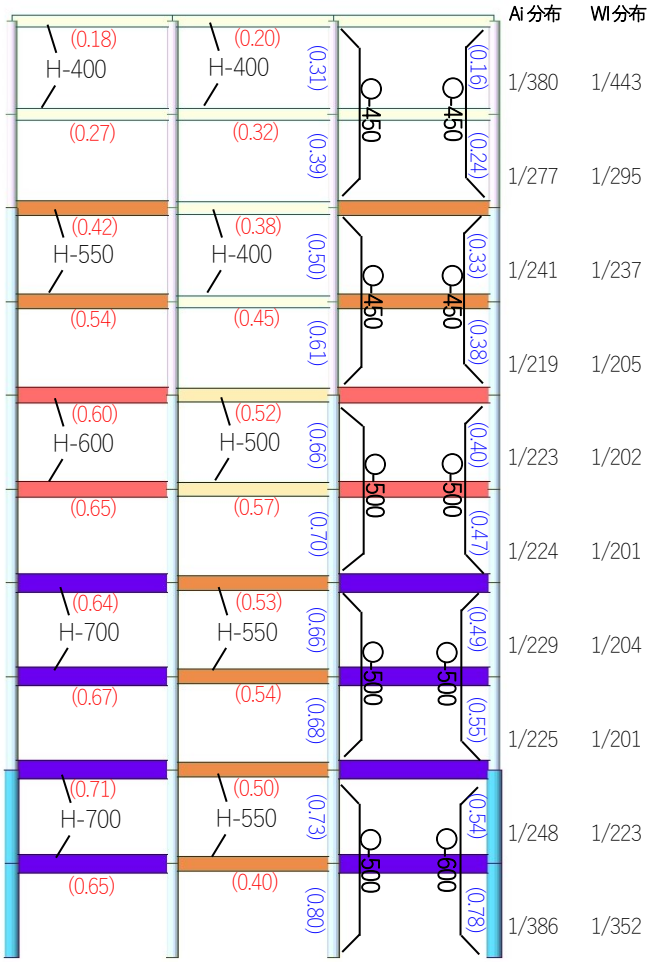


※()内の数値は、Ai 分布載荷時の部材検定比

図 4.2.1　Case1 の最適結果(Ai 分布)

表 4.2.1　Case1 の解析結果

	Ai分布載荷時	Wi分布載荷時
歪エネルギー	90.1 kN･m	104.6 kN･m
Σσ/σa	32.56	34.74
躯体重量	65.97 t	



※()内の数値は、Wi 分布載荷時の部材検定比

図 4.2.2 Case2 の最適結果 (Wi 分布)

表 4.2.2　Case2 の解析結果

	Ai分布載荷時	Wi分布載荷時
歪エネルギー	84.1 kN･m	97.4 kN･m
Σσ/σa	31.02	33.10
躯体重量	67.17 t	

5 結論

小宮[1]はある構造物にかかる荷重 f_r を確定荷重 f_0 と不確定荷重 f_k の和で定義したが、本稿では不確定荷重 f_k のみで再整理を行い、定式化を単純化した。

最悪荷重時の大きさを定める不確定荷重係数について、Ai 分布時の荷重ベクトルを単位ベクトルで表現することで、不確定荷重係数に相当する値を算出し、これを最悪荷重の単位ベクトルに乗じたものを最悪荷重値とし、Ai 分布と荷重レベルを合わせることとした。

3 章では、重層建物の最悪荷重分布の算定例を示した。一般的な重層建物の最悪荷重時のベクトル成分の割合は、水平成分が 99%以上占めており、層せん断力で比較すると、上層部は Ai 分布時の方が大きく、その他の層では最悪荷重分布の方が大きくなる傾向にあり、これは 5 層、10 層の検討例いずれも同様の傾向であった。ただし塔状比が高い 10 層の方が、最悪荷重分布ベクトルの鉛直荷重成分の割合が大きくなり、建物全体の曲げ変形を促すような荷重分布が現れた。

4 章では、部材検定比の総和の最大化を目的関数とした重層建物の部材断面最適化の結果を示した。最悪荷重分布によって断面最適化した形態は、Ai 分布によって断面最適化した形態と比べて、全体的に部材断面が大きくなる結果となり、躯体重量は 2.2%ほど多く、歪エネルギーは 6.7%ほど小さい形態となり、ロバスト性の高い形態が得ることができた。

6 今後の展望・課題

- 一般的な重層建物では水平成分がほとんどの割合を占めていたことから、質点系によるシンプルな検討モデルで、既存の外力分布（Ai 分布、モーダルアナリシス等）や、時刻歴応答解析結果との比較を行い、最悪荷重分布の層せん断力としての特徴をより詳細に検討し、設計外力としての応用方法を模索する。
- 最悪荷重分布は、剛性が低い位置に荷重が分布する傾向にあるが、Ai 分布と比較して、高層建物の上層の鞭振り現象は現れてこないため、設計外力として設定するには、留意が必要である。
- 不確定荷重係数について、本稿では Ai 分布時の荷重を単位ベクトル化した時の係数を不確定荷重係数としたが、前述の鞭振り現象等に留意して、荷重レベルを設定する必要があると考えられる。
- 形態創生の制約条件として許容応力度以内、層間変形角 1/200 以内を設けたが、柱梁耐力比、建物の崩壊系の制御などの実際の設計により即した条件で形態創生を行う工夫が必要である。
- 平面フレームによる検討を行ったが、立体モデルで最悪荷重分布を算定すると、6 次元ベクトル（F_X,F_Y,F_Z,M_X,M_Y,M_Z）での荷重分布を算出できる。複雑な重層建物では、水平成分以外にも上下動や建物全体の捩れ方向の外力が弱点となる可能性もあるため、構造物の特性を把握する方法として応用できると考えられる。
- 最悪荷重分布で最適化した形態が歪エネルギーで比較すると、ロバスト性が高い形態が得られたが、信頼性指標等、別の指標によるロバスト性の評価も必要であると考えられる。

参考文献

1) 小宮 嘉晃, 小田 純平, 浜田 英明 : ロバストコンプライアンスを目的関数としたラチスシェル構造物の形態創生に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）2020
2) 日本建築学会編 : 構造設計における冗長性とロバスト性, 応用力学シリーズ 12, 2013
3) 日本建築学会編 : 構造最適化の最近の発展と設計への応用事例, 応用力学シリーズ 14, 2020
4) 石山 祐二 : Ai 分布の誕生とその経緯, 日本建築学会大会学術講演梗概集（北陸）,1992
5) 加藤 誠一, 荒川 利治 : 高さ方向の剛重比分布が中高層建物地震応答性状に及ぼす影響, 日本建築学会関東支部研究報告集, 1999
6) 加藤 誠一, 井上 洋介, 荒川 利治 : 応答スペクトル法に基づく中低層建物の地震時水平外力分布, 日本建築学会大会学術講演梗概集（北陸）2002
7) 竹脇 出 : 不確定性を有する構造物のロバスト性の非確率論的評価法, 日本建築学会構造系論文集第 581 号, 55-61, 2004 年
8) 寒野 善博 : コンプライアンス制約下での構造物のロバスト性評価法, 日本建築学会構造系論文集, 第 77 巻, 第 671 号, 27-33, 2012
9) 辻 拓也, 五十田 博 : 木造と鉄筋コンクリート造の立面的併用構造の地震時外力分布とその挙動、日本地震工学会論文集,第 12 巻, 第 1 号, 2012
10) 北野宏明 : 遺伝的アルゴリズム, 第 1 巻, 産業図書, 1993

連続体の位相最適化における IESO 法と SIMP 法を組み合わせた Hybrid 法に関する研究

川守恵輔 [1)]，藤井大地 [2)]
1) 近畿大学大学院システム工学研究科　大学院生・学士（工学），2333850032f@hiro.kindai.ac.jp
2) 近畿大学工学部　教授・博士（工学）

1 はじめに

SDGs などにより環境問題への考えは近年大きく普及され，その中には少ない資源でより良質なものを作ることを目的としたものがあり，軽量で剛性の高い物体を作成可能となる位相最適化の需要は今後高まっていくと考えている。位相最適化手法は大きく二つに分けることができ，数理計画法に基づく方法と進化的手法に基づく方法が存在する。

数理計画法については材料に極小の穴を開けて解析し，密度のあるなし問題とする均質化法 [1)2)]，中間密度にペナルティを設けることで密度を計算可能とした SIMP 法 [3)], SIMP 法の形態をより明瞭にするフィルタリング法, 構造に穴を開けることに特化したレベルセット法 [4)]などがあり，SIMP 法では関数を解いた結果を用いるため，最適解を算出することができる。

次に，進化的手法については感度指標として応力を用いて，感度指標の小さい要素の密度を除去していくことで，優れた解に近づける ESO 法 [5)]があります。また ESO 法の発展形式として除去を行う以外に，除去した要素の付加を合わせた発展形式である BESO 法 [6)], CA 法と ESO 法を合わせ，大森ら [7)]が提案した閾値を用いて除去を行う CA-ESO 法 [8)]，感度指標を応力から要素ひずみエネルギーとした IESO 法 [9)]などがある。

連続体において，SIMP 法のみを用いて形態解析を行った場合にはチェッカーボード化が起きてしまうと藤井ら [10)]が提言している。それを抑えるためにフィルタリング法を採用してきたが中間密度が発生することがある。これは均一密度の初期形態から解を求める SIMP 法では，初期値に依存する局所的最適解が得られている可能性があるからだと考える。

また進化的手法は優良な解が多くでき，SIMP 法と同等な形態を得られていたが，その解が上記のように局所的最適解の可能性があり，数学的根拠がないため最適解とは限らない。

本論文で新内ら [9)]が行った IESO 法の仕上処理に SIMP 法を用いれば IESO 法の優良な解を取り入れつつ，SIMP 法の均一密度の初期形態に対する依存性による局所解への到達が起きず，優良な最適解を得られる手法となるのではないかと考え，ここに Hybrid 法を提案し，その有効性についての検討を行う。

利点を具体的にまとめると, IESO 法による解析結果を基に SIMP 法を適用することで，数学的根拠に対する解の信頼性を高めることができ，また解析途中から SIMP 法に切り替わるため初期値を変更させた状態で形態創生を行え，均一密度の初期形態に対する依存性による局所解への収束を防ぎ，両方の手法が効果的に連携できる。

本論文ではプログラムで Hybrid 法の解析を可能として，基本的な例題として単純梁，片持ち梁などに対して解析を行い，解の信頼性を検証するために SIMP 法や IESO 法による解析結果と比較を行う。SIMP 法には重力法を, IESO 法には感度平滑化法のフィルタリング法を使用して解析を行うものとする。

以下，本論文 2 章では，本論文に用いるそれぞれの最適化手法の概要を示す。3 章では，単純梁，片持ち梁などでそれぞれの手法で形態創生し，比較を行う。4 章では，以上で得られた知見についてまとめ，結論を導く。

2 位相最適化についての概要

本論文で用いる位相最適化手法では物体領域を長方形設計領域（各辺の長さ：L_X, L_Y）とし，図 1 のように均等な長方形要素（pixel）で分割する（各辺の要素分割数: n_X, n_Y）。この時, 長方形要素の各辺の長さ l_X, l_Y は, $l_X = L_X / n_X$ ， $l_Y = L_Y / n_Y$ となる。

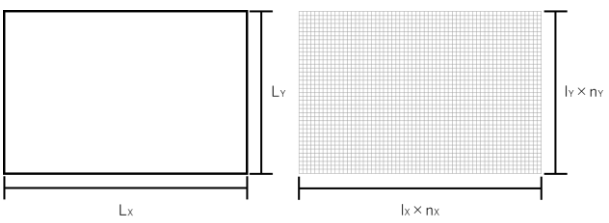


図 1.　設計領域の分割前と分割後の一例

2.1 SIMP 法による位相最適化

長方形要素の材料密度を設計変数，構造体の総質量を制約条件，外力の仕事量をコンプライアンスとして最小化を目指す。基本定式については下式のようになる。

$$\text{Minimize}：C(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{d}^T\mathbf{f} \tag{1}$$

$$\text{subject to}：m_r(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^{N_D}\rho_i \Big/ N_D \le \bar{m}_r \tag{2}$$

where,

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\rho} = \{\rho_1,\cdots,\rho_i,\cdots,\rho_{N_D}\}\\ &0 \le \rho_i \le 1,\quad (i = 1,\cdots,N_D)\\ &\mathbf{k}_i = \rho_i\mathbf{k}_i^0\end{aligned} \tag{3}$$

ここで，$\boldsymbol{\rho}$ は設計変数ベクトル，C はコンプライアンス（外力仕事量），$\mathbf{d}$ は節点変位ベクトル，$\mathbf{f}$ は節点外力ベクトルを表す。また，m_r は設計対象要素の総質量比，$\bar{m}_r$ は総質量比の制約値を表す。ただし，ここでは長方形要素の体積は均一としている。また，質量制約については，設計固定要素を含めた総質量比とする場合もあるが，ここでは簡単のため設計対象要素の総質量比とする。またムーブリミットを絞り込んで強制的に収束させる。$\alpha_i = 1/\rho_i$ とする方が各段に収束が速まる [13]ため以下のようにする。

$$\rho_i = (1/\alpha_i) \qquad (i = 1,\cdots,N_D) \tag{4}$$

(3)式での $0 < \rho_i \le 1$ は，$1 \le 1/\rho_i < \infty$ となるため，(4)式の設計変数の上下限値である $\alpha_{\min}$ と $\alpha_{\max}$ は 1 と∞となるが，本論文では，$\alpha_{\max} = \alpha_i^{(k)} + 100$ としている。

中間密度の要素の要素を減らすために 0 と 1 の間の中間密度にペナルティを課す方法を用いる。この場合，設計変数は，次のように定義する。

$$\mathbf{k}_i^e = (1/\alpha_i)^p\,\mathbf{k}_i^{e0}, \qquad (i = 1,\cdots,N_D) \tag{5}$$

p は $p > 1$ のべき乗数で，(5)式を用いると，0 と 1 の間の中間密度を有する要素に剛性のペナルティが与えられる。ただし総質量比の感度にはペナルティは与えない。

また，ペナルティを課すのみではチェッカーボード状となってしまうのを抑えることができない。そこでチェッカーボード化を防ぐためのフィルタリングを行う。本論文では藤井ら [14]が提案した重力法を用いる。重力法は，i 番目要素に着目し，その要素の近傍要素の重力を計算する。重力は近似的に次式で評価する。

$$g_i = \sum_{j=1}^{8}\frac{\rho_i\rho_j}{r_j^{\,2}} \tag{6}$$

r_j は i 番目要素と近傍要素の j 番目要素の中心点の距離とする。

(6)式に改良を加え，材料密度が高い要素だけでなく，材料密度の低い要素も同時に集め，要素を正方形に近く均等に分割されているものとして要素間距離を省略した場合，(6)式は，次のように書き換えられる。

$$g_i = \sum_{j=1}^{4}\{\rho_i\rho_j + (1-\rho_i)(1-\rho_j)\} \tag{7}$$

(7)式をすべての設計対象要素について足し合わせると次式の重力制御関数となる。

$$G = \sum_{i=1}^{N_D} g_i = \sum_{i=1}^{N_D}\sum_{j=1}^{n_i}\{\rho_i\rho_j + (1-\rho_i)(1-\rho_j)\} \tag{8}$$

ただし，n_i は i 番目の要素と辺を共有する要素の数で，内部の要素では 4 となるが，端や角の要素では 3 または 2 になる。フィルタリング法では，(8)式の G の値を大きくしたいため，$1/G$ として目的関数に加える。コンプライアンス C とのバランスをとるために，(8)式を次式のようにスケーリングする。

$$G_s = \frac{G}{G_{\max}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_D}\sum_{j=1}^{n_i}\{\rho_i\rho_j + (1-\rho_i)(1-\rho_j)\}}{\sum_{i=1}^{N_D} n_i} \tag{9}$$

G_s は，$0 < G_s \le 1$ であり，(1)~(3)式の最適化問題は次のようになる

$$\text{Minimize}：f(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) = C(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) + w_g C^0(1/G_s) \tag{10}$$

$$\text{subject to}：m_r(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) = \sum_{i=1}^{N_D}(1/\alpha_i) \Big/ N_D \le \bar{m}_r \tag{11}$$

where,

$$\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \{\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_i,\cdots,\tilde{\alpha}_{N_D}\}\\ &\frac{\alpha_{\min}}{\alpha_i^{(k)}} \le \tilde{\alpha}_i \le \frac{\alpha_{\max}}{\alpha_i^{(k)}} \quad (i = 1,\cdots,N_D)\end{aligned} \tag{12}$$

w_g は重力フィルターの重み係数，C^0 は初期（均一密度）のコンプライアンスである。また，フィルタリング法はある程度位相形態が固まってから適用する方がよいため，最適化のステップが全ステップの 1/3 以上（または 50 ステップ以上）から適用することとしている。上式の最適化問題を解くには，$1/G_s$ の感度係数が必要になり，次式となる。

$$\frac{\partial(1/G_s)}{\partial\alpha_i} = -\left(\frac{1}{G_s}\right)^2 \cdot \left(\sum_{j=1}^{n_i}\left\{-\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)^2\left(\frac{2}{\alpha_j} - 1\right)\right\} \Big/ \sum_{i=1}^{N_D} n_i\right) \tag{13}$$

2.2 IESO 法による位相最適化

数理計画法を用いた手法と以下に示す進化的手法の最も大きな違いは，設計変数 ρ_i を微分可能な連続変数として扱うか，0 と 1 の離散変数として扱うかの違いとなる。中間密度が存在しないため，フィルタリング法の感度係数平滑化法 [15)16)] と組み合わせることで，より鮮明な構造形態を創生することができる。この場合の位相最適化問題は次式で定義される。

$$\text{Minimize} \ : C(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{d}^T\mathbf{f} \tag{14}$$

$$\text{subject to} : m_r(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^{N_D}\rho_i \Big/ N_D \le \bar{m}_r \tag{15}$$

$$\begin{aligned} &\text{where,} \\ &\boldsymbol{\rho} = \{\rho_1,\cdots,\rho_i,\cdots,\rho_{N_D}\} \\ &\rho_i = 0 \ \text{ or } \ 1, \ \ (i = 1,\cdots,N_D) \\ &\mathbf{k}_i = \rho_i \mathbf{k}_i^0 \end{aligned} \tag{16}$$

ただし，自重（荷重が ρ_i に比例する荷重）を考慮する場合は，ρ_i を完全に 0 にすると，連立方程式が安定的に解けないため，10^{-3} 程度の微小な値（$\rho_{\min}$）を置く。

最適化の各ステップでは，総質量制約以上の場合は除去のみを行い，総質量制約以下の場合は付加のみを行う。また，最適化の各ステップの要素除去は，大森ら [7)] の拡張 ESO 法と同様に感度指標に対して閾値を設定し，その閾値以下の要素を除去する。ESO 法においては感度平滑化法を組み合わせる。それにあたって感度係数を次のように置く。

$$q_i = q_i^e + \left(\sum_{j=1}^{N_i^n} w_s(r_{ij}) q_j^n\right) \Big/ \sum_{j=1}^{N_i^n} w_s(r_{ij}) \tag{17}$$

$$w_s(r_{ij}) = r_e - r_{ij} \tag{18}$$

ただし，w_s は平滑化の重みで，N_i^n は i 番目要素の要素中心から影響半径 $r_e(=b_{rESO}\cdot l_x)$ の円内に含まれる節点数，r_{ij} は i 番目要素の中心から j 番目節点までの距離を表す。また，q_j^n は次式で表される j 番目節点の感度係数とし，N_j^e は，j 番目節点とつながる要素数とする。

$$q_j^n = \left(\sum_{k=1}^{N_j^e} q_k^e\right) \Big/ N_j^e \tag{19}$$

ここからは ESO 法のアルゴリズムを示す。最適化の第 k ステップの要素除去は，次式のルールに従って行う。

$$\begin{aligned} &\rho_i = 0 \\ &\text{if} \quad q_i^{(k)} < q_{av}^{(k)} - \eta_E^{(k)} \cdot q_{sd}^{(k)} \\ &i = 1,\cdots,N_L^{(k)} \end{aligned} \tag{20}$$

ここで，$q_i^{(k)}$ は，(17)式から計算される第 k ステップの感度指標，$N_L^{(k)}$ は，第 k ステップの残存要素数（要素密度 1 の要素数）とする。ただし，$q_{av}^{(k)}$ と $q_{sd}^{(k)}$ は，第 k ステップの感度指標の平均値と標準偏差を表し，次式となる。

$$\begin{aligned} q_{av}^{(k)} &= \frac{1}{N_L^{(k)}}\sum_{i=1}^{N_L} q_i^{(k)} \\ q_{sd}^{(k)} &= \sqrt{\frac{1}{N_L^{(k)}}\sum_{i=1}^{N_L}\left(q_i^{(k)} - q_A^{(k)}\right)^2} \end{aligned} \tag{21}$$

また，$\eta_E^{(k)}$ は，第 k ステップの除去要素数を制御するパラメータを表す。

IESO 法では，最適化のパラメータ（入力データ）として，最適化の各ステップでどの程度要素を除去するかを制御する除去率 λ_E を与える。そしてこの λ_E から最適化第 k ステップの目標除去要素数 $N_R^{(k)}$ の計算を行う。

$$N_R^{(k)} = \begin{cases} \lambda_E N_L^{(k-1)} & \text{if} \quad (1-\lambda_E) N_L^{(k-1)} \ge \bar{m}_r N_D \\ N_L^{(k-1)} - \bar{m}_r N_D & \text{if} \quad (1-\lambda_E) N_L^{(k-1)} < \bar{m}_r N_D \end{cases} \tag{22}$$

ここで，$N_L^{(k-1)}$ は $k-1$ ステップの残存要素数，$\bar{m}_r N_D$ は総質量が制約値に達するときの要素数を表す。また，(22)式の下側の式は，$\lambda_E N_L^{(k-1)}$ 除去すると制約値の要素数を下回る場合となる。

そして，除去される要素数が，(22)式の $N_R^{(k)}$ に近くなる $\eta_E^{(k)}$ を求め，確定した場合に要素除去を行う。

ここからは要素付加について書き記す。IESO 法の要素付加を CA（Cellular Automaton）法 [17)] のルールにもとづいて行う。これを(18)式と同様の式で表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} &\rho_{s_{ij}} = 1 \quad \text{if} \quad q_i^{(l)} \ge \eta_A^{(l)} \cdot q_{av}^{(l)} \\ &i = 1,\cdots,N_L^{(l)} \end{aligned} \tag{23}$$

ここで，$s_{ij}(j = 1,\cdots,n_i)$ は，i 番目要素と辺を共有する j 番目要素の要素番号を表し，n_i は i 番目の要素と辺を共有する要素数を示す。他記号は除去アルゴリズムのものと変わらないが，IESO 法では，同じ最適化のステップで，除去と付加を同時に行うことはないため，ここでは，それらのステップを k と l で分けている。

(23)式の $\eta_A^{(l)}$ については，IESO 法では，最適化のパラメータ（入力データ）として，付加過程の各ステップでどの程度要素を付加するかを制御する付加率 λ_A を与える。そして，この λ_A から，最適化第 l ステップの目標付加要素数 $N_A^{(l)}$ を次式から計算する。

$$N_A^{(l)} = \lambda_A N_L^{(l-1)} \tag{24}$$

そして，(23)式による付加要素数が $N_A^{(l)}$ に近くなる $\eta_A^{(l)}$ を自動計算する。

IESO 法は，以上の要素除去，要素付加を繰り返して最適解を探査する方法となるが，最終的には，解を収束させる必要があるため，最適化の最終段階では，除去率 λ_E と付加率 λ_A は小さくする必要があり，解を収束させる最終段階を仕上過程と呼んでいる [9)18)]。仕上過程の除去率と付加率は，$\lambda_E = 0.01$，$\lambda_A = 0.01$ に固定とする。

2.3 Hybrid 法による位相最適化

ここからは本論文で提案する Hybrid 法の概要説明を行う。前節の IESO 法の仕上過程を SIMP 法で行うものとなり，計算式については前節の IESO 法並びに SIMP 法のものと同様なものを用いる。計算フローとしては以下のようになる。

1.IESO 法の手順通りに解析を行い，繰り返し解析回数の 7 割を終えると，それまでの最適解を保存する。

2.保存した解において，設計変数である ρ を $\rho_i = (1/\alpha_i)$ として，SIMP 法で使う形である α に置き換える。

3.SIMP 法に用いるペナルティべき乗数を入力する。

4.SIMP 法による解析を行い，最終的な最適解を得る。

以上の計算において，最適化に関するパラメータは，繰り返し解析回数(ステップ数),IESO 法における影響半径倍率 b_{rESO}，除去率 λ_E，付加率 λ_A，ペナルティべき乗数 p，重力フィルターの重み係数 w_g を決めて解析を行う。

3 解析例

ここでは，提案手法である Hybrid 法の有効性を検討する。そのために基本的な例題を取り上げ，２章に示した SIMP 法や IESO 法と Hybrid 法に対してコンプライアンスや形状比較を行い，Hybrid 法の有効性を検証する。SIMP 法，IESO 法においてのパラメータは Hybrid 法で用いる値と統一して解析を行う。 全ステップ数はどの解析例においても 100 回とし，仕上過程は 70 回以降から行うものとする。

3.1 解析例1

まず，基本的例題として片持ち梁についての解析を行う。図 2 に示す設計領域に対して左端部をすべて剛接合とし，右端部中心 3 点に鉛直下向き荷重を与えた片持ち梁とする。ただし，設計領域のボクセルの大きさは 2×2cm であり，分割数は 96×60 とし，要素数は 5760 となる。また，ヤング係数は $2.07\times10^5\,\mathrm{kN/cm^2}$，ポアソン比は 0.3，要素の初期密度 γ はすべて 1.0 としている。

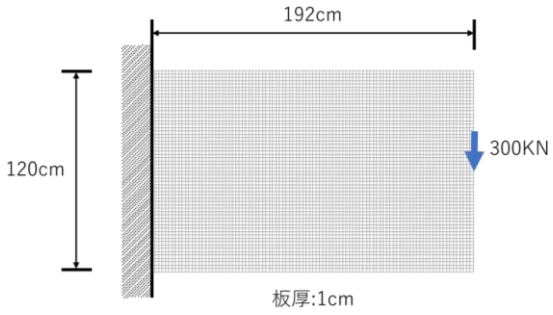
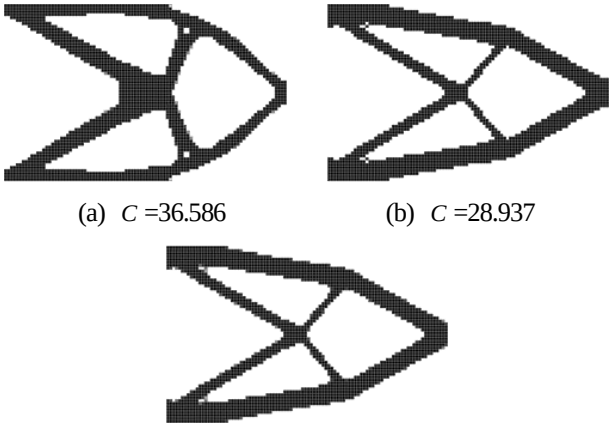


図 2. 初期形状 1

図 2 の総質量比が 0.3 となるように解析を行う。最適化パラメータは b_{rESO} =5，λ_E =0.02，λ_A =0.02，p =2，w_g =3 として SIMP 法，IESO 法，Hybrid 法を用いて解析を行う。以降の解析において，3 つの手法の解をそれぞれ(a), (b), (c)と表示しており，図 3 は解析結果を表している。



(a) C =36.586　(b) C =28.937

(c) C =28.924

図 3. 解析結果 1

以上の結果より，解析例 1 では，手法(a), (b), (c)の解で同様の質量比において，Hybrid 法は SIMP 法や IESO 法で得られる解より，コンプライアンスの低い解を得られていることが分かる。また，IESO 法によって得られる解に近く，違いとしては荷重点周辺が少し丸みを帯びた形態となった。したがって，提案手法によって得られた解は IESO 法の解とほぼ同位相となり，剛性の高い解を得ることができた。

3.2 解析例2

基本的例題として単純梁についての解析を行う。図 4 に示す設計領域に対して下端部の左右端から 2 節点をそれぞれピン接合，ローラー接合とし，上端中心 3 点に鉛直下向き荷重を与えた単純梁とする。ただし，設計領域のボクセルの大きさは 10×10cm であり，分割数は

120×20 とし，要素数は 2400 となる。また，ヤング係数は 2.07×10^5 kN/cm^2 ，ポアソン比は 0.3，要素の初期密度 γ はすべて 1.0 としている。

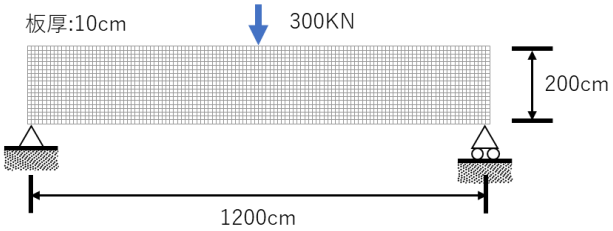


図 4.　初期形状 2

図 4 の総質量比が 0.4 となるように解析を行う。比較を行うに当たって，コンプライアンス C を用いる。最適化パラメータは b_{rESO} =5，λ_E =0.02，λ_A =0.02，p =2，w_g =3 として SIMP 法，IESO 法，Hybrid 法を用いて解析を行う。図 5 は解析結果を表している。

(a)　C =6.497

(b)　C =5.314

(c)　C =5.226

図 5　解析結果 2

以上の結果より，解析例 2 では，手法(a)，(b)，(c)の解で同様の質量比において，Hybrid 法は SIMP 法や IESO 法で得られる解より，コンプライアンスの低い解を得られていることが分かる。また，IESO 法によって得られる解に近いが，中央付近のブレースのような要素に生じていた隙間が少ない形態となった。また SIMP 法とは違う形態を得られ，局所解とは異なる解が得られることも確認できる。したがって，提案手法によって良い形態が得られた解と考えられる。

3.3　解析例3

ここでは自重解析によりアーチの形態創生を行う。図 6 に示す設計領域に対して下端部の左右端から 2 節点をピン接合とし，荷重は鉛直下向きの自重のみとする。ただし，設計領域のボクセルの大きさは 10×10cm であり，分割数は 60×40 とし，要素数は 2400 となる。また，ヤング係数は 2468.3 kN/cm^2 ，ポアソン比は 0.2，単位体積重量は 2.25×10^{-5} kN/cm^3 とし，要素の初期密度 γ はすべて 1.0 としている。

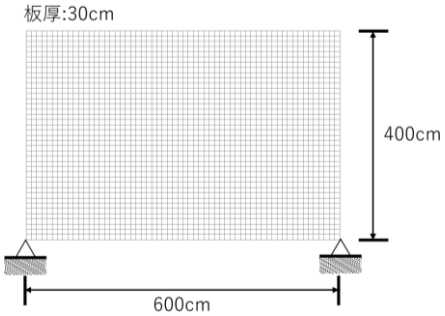


図 6.　初期形状 3

図 6 の総質量比が 0.2 となるよう解析を行う。比較を行うに当たって，コンプライアンス C を用いる。最適化パラメータは b_{rESO} =1，λ_E =0.05，λ_A =0.05，p =2，w_g =2 として SIMP 法，IESO 法，Hybrid 法を用いて解析を行う。 図 7 は解析結果を表している。

(a)　C =0.0381

(b)　C =0.0331

(c)　C =0.0322

図 7.　解析結果 3

以上の結果より，解析例 3 では，手法(a)，(b)，(c)の解で同様の質量比において，Hybrid 法は SIMP 法や IESO 法で得られる解より，コンプライアンスの低い解を得られていることが分かる。また，IESO 法によって得られる解に近く，違いとしては全体が少し丸みを帯びた形態となり，上部の突起がなくなっている。他にアーチのライズについては(a)については 340，(c)については 320 となっており形状の違いが確認できる。したがって，提案手法によって得られた解は IESO 法の解とほぼ同位相となり，剛性

の高い解を得ることができた。なお，以上の結果は一例に過ぎず，各最適化パラメータの設定によっては，さらに多様な形態が得られる。

4. まとめ

本論文では，進化的手法である IESO 法の仕上過程に数理計画法である SIMP 法を組み込んだ新たな手法となる Hybrid 法を IESO 法と SIMP 法で得られる解と比較することによりその有効性を検証した。その結果以下のような知見が得られた。

(1) 仕上過程にて使用している SIMP 法とは差異が大きい形態を得られたため，SIMP 法のみでは初期値に依存する局所的最適解となっていた可能性がある。

(2) Hybrid 法では丸みを帯びた形態を得ることが多かったため IESO 法と近い解が得られた。

(3) 自重を用いた解析も可能であるため外力と自重を組み合わせた状況での形態創生が可能である。

以上により，本論文で提案した手法は，1 章に述べた IESO 法や SIMP 法によって最適解を求める方法の両メリットを持ちながら両手法が持つデメリットを減らすことが可能であり，数理計画法にもとづく手法よりも優れていることが検証できた。また，IESO 法を使用するために同じ総質量制約下で，多様な解が得られる。そのため構造計画段階の選択肢を増やすことになり，その点においても有利であると考えられる。

参考文献

1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N.: Generating Optimal Topologies in Structural Design using a Homogenization Method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 71, pp.197-224, 1988

2) Suzuki, K. and Kikuchi, N.: A homogenization method for shape and topology optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 93, pp.291-318, 1991

3) Bendsøe, M.P.: Optimal shape design as a material distribution problem, Structual Optimization, 1, pp.193-202, 1989

4) Wang, M. Y., Wang, X. and Guo, D.: A Level Set Method for Structural Topology Optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 192, No.1-2, pp.227-246, 2003

5) Xie, Y. M. and Steven, G. P.: A simple evolutionary procedure for structural optimization, Computers and Structures, 49, pp.885–886, 1993

6) Young, V., Querin, O. M., Steven, G. P. and Xie, Y. M.: 3D and Multiple Load Case Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization (BESO), Structural Optimization, 18, pp.183-192, 1999

7) 大森博司，崔昌禹：拡張 ESO 法による構造形態の創生－多目的適応型構造とシェル構造への適用－, 日本建築学会構造系論文集, 第 552 号, pp.109-116, 2002.2

8) 真鍋匡利，藤井大地：粒子法を用いた発見的手法に基づく有限変形を伴う弾性体のトポロジー最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集（東北） 構造 I , pp.349-350，2009.8

9) 新内洋平，松本慎也，藤井大地：IESO 法を用いた建築構造の形態創生　鉛直荷重と地震荷重に抵抗する建物の自然形態，日本建築学会構造系論文集，Vol.82，No.731，pp.97-103，2017.1

10) 藤井大地，鈴木克幸，大坪英臣：最適性規準法を用いた位相最適化におけるフィルタリング法, 日本建築学会構造系論文集, 第 66 巻, 第 543 号, 105-112, 2001

11) C. Fleury and V. Braibant : Structural Optimization: A new dual method using mixed variables, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.23, 409-428, 1986

12) C. Fleury : CONLIN: an efficient dual optimizer based on convex approximation concepts, Structural Optimization, Vol.1, 81-89, 1989

13) 藤井大地，真鍋匡利，高田豊文：グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生，日本建築学会構造系論文集，第 73 巻，第 633 号, 1967-1973, 2008

14) 藤井大地，菊池昇：SLP 法を用いたトポロジー最適化における数値的不安定の改善，日本建築学会構造系論文集，Vol.64，No.521，pp.65-72，1999.7

15) 松井和己，寺田賢二郎：連続的材料分布の節点補間によるトポロジー最適化手法，日本機械学会論文集（A 編），68 巻，684 号，pp.81-88，2003

16) Huang, X., Xie, Y. M.: Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, Finite Elements in Analysis and Design, 43, pp.1039-1049, 2007

17) 三井和男： セルオートマトンによる構造システムの自律的生成と最適化，日本建築学会構造系論文集, No.555, pp.101-105, 2002. 5

18) 藤井大地，山下真輝，清水満喜子：CA-IESO 法を用いた構造体の位相最適化，日本建築学会構造系論文集，Vol.86，No.783，pp.761-771，2021.5

改良型 ESO 法を用いた単層ラチスシェルの位相最適化

福田稜[1)]，松本慎也[2)]，藤井大地[3)]
1)近畿大学大学院システム工学研究科，大学院生，2333850028a@hiro.kindai.ac.jp
2)近畿大学工学部，教授，博士(工学)
3)近畿大学工学部，教授，博士(工学)

1 はじめに

ラチスシェルは、弦材の組み方として単層ラチスシェルと複層ラチスシェルに分けられる。複層ラチスシェルは上下弦材が、腹材と協働し面外曲げに対して軸力で抵抗するため高い面外剛性と耐力を有し、多くの場合その耐力は個々の部材の座屈によって決定される。一方、単層ラチスシェルは、与えた荷重に対して面内力で抵抗する曲面形状が選択され、その耐力は全体座屈で決定される。このため、複層ラチスシェルは単層ラチスシェルと比較して、一般的に広く普及している。しかし、近年の構造解析技術、施工技術及び建築生産技術の向上によって、軽量で剛性の高い構造形態を有する建築物が増加している。そこで本研究では、改良型 ESO 法を用いて、単層ラチスシェルの位相最適化を行い、デザイン性の高いシェルの創生を試みる。また、数理計画法に基づく CONLIN 法[1)]の解とデザイン性及び剛性をそれぞれ比較し、本手法の有効性を検討する。

骨組構造の位相最適化手法としては、与えられた節点を可能性のあるすべての要素（部材）で連結したグランドストラクチャから要素密度の最適化を行って、最適な位相を求める方法が一般的である。このようなグランドストラクチャを用いる位相最適化手法としては、トラス構造（ピン接合）を対象とし最適化手法として GA（Genetic Algorithm）が用いられている河村らの研究[2)]、線形計画法を用いている高田らの研究[3)]、骨組構造（剛接合）を対象とした河村らの研究[4)]、非線形計画法を用いている藤井らの研究[5)]などが挙げられる。

しかし、GA による最適化手法は、設計変数の数が増加すると最適解の探査に非常に多くの計算時間が必要になるという問題があった。また、数理計画法を採用する方法では、最適解の部材断面が初期に設定した断面から変化するという問題があった。そこで、高坂ら[6)]は、ESO 法の考え方を応用して、最適化の各ステップで、ひずみエネルギー密度が最小となる要素のみを１本ずつ除去していく方法を提案し、このような単純な方法で、最適解に近い優良解を獲得可能であることを検証している。

ただし、高坂ら[6)]が提案した方法では、目標とする要素総質量（要素総体積）の制約に対して、1 つの解のみが与えられ、たとえそれが優良解であったとしても、大域的最適解である保証がないという問題があった。また、最適解として出力される解が初期値に依存してしまうという問題があった。そこで、本研究では、高坂ら[5)]の研究をさらに発展させ、最適化の各ステップで、ひずみエネルギー密度が最小となる要素だけでなく、最小に近い要素の除去を可能にし、また、目標の要素総質量に達した場合、ひずみエネルギー密度の高い要素の周辺の要素を付加（復活）するアルゴリズムを加える。そして、要素が付加されたグランドストラクチャに対して、再度、除去アルゴリズムを適用し、この過程を何回も繰り返す中で、要素総質量制約を満足するコンプライアンス最小解を探査する。なお、このような方法は、進化的構造最適化手法（ESO 法）[7)]から発想を得たものであるが、最適化の各ステップで除去と付加の両方を行う BESO 法[8,9)]とは異なるため、ここではこれを改良型 ESO 法と呼ぶことにする。

以下、本論文 2 章では、最適化問題の定式化と本手法による解探査の方法を示す。第 3 章では、単層ラチスシェルについて、EP 型シェルと円筒型シェルについて本手法を用いた解析を行い、本手法の有効性を検討する。第 4 章では、以上の結果をまとめ、結論を導く。

2 改良型 ESO による位相最適化

高坂ら[5)]が提案した ESO 法から発想を得た方法は、骨組解析によって得られる各要素（部材）のひずみエネルギー密度の最も小さい要素から順に除去し、その除去過程で得られる各ステップの解から、優良解を選択するものであった。これに対して、本論文で提案する手法は、次式の最適化問題の解を求めることを想定している。

$$
\begin{aligned}
&\text{設計変数：}\quad \boldsymbol{\rho}=\left\{\rho_1,\rho_2\cdots,\rho_i,\cdots,\rho_{N_D}\right\}\\
&\text{目的関数：}\quad C(\boldsymbol{\rho})=\left(\mathbf{d}^G\right)^T\mathbf{f}^G \quad\rightarrow\quad \text{minimize}\\
&\text{制約条件：}\quad m_r(\boldsymbol{\rho})=\sum_{i=1}^{N_D}\rho_i\left(A_il_i\right)\Big/\sum_{i=1}^{N_D}\left(A_il_i\right)\le \bar{m}_r\\
&\qquad\qquad \rho_i=0\ \text{ or }\ 1 \qquad (i=1,\cdots,N_D)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

ここに、$\boldsymbol{\rho}$ は設計変数ベクトル、C はコンプライアンス（外力仕事量）、$\mathbf{d}^G$ は節点変位ベクトル、$\mathbf{f}^G$ は節点外力ベクトル、 m_r は設計対象要素の総質量比、$\bar{m}_r$ は総質量比の制約値を表す。また、 ρ_i は i 番目要素の材料密度（以下要素密度と呼ぶ）、 A_i, l_i は i 番目要素の断面積と要素長さを表す。 N_D はグランドストラクチャを構成する要素の内、要素密度が変化する要素の総数を表す。連続体問題における ESO 法では、この感度指標として要素応力を用いるが、ここでは次式の感度係数を用いる。

$$
\frac{\partial C}{\partial \rho_i}=(\rho_i)^{p-1}\left(\mathbf{d}_i^{Ge}\right)^T\mathbf{k}_i^{Ge0}\mathbf{d}_i^{Ge}\Big/\left(A_il_i\right) \tag{2}
$$

ただし、骨組問題では、感度係数が要素の体積（特に要素長さ）に大きく依存するため、感度係数 として、次式のひずみエネルギー密度を用いるのが一般的である。

$$
V_i^e=\left(\mathbf{d}_i^G\right)^T\mathbf{k}_i^{Ge0}\mathbf{d}_i^G\Big/\left(A_il_i\right) \tag{3}
$$

(1)式の最適化問題は、一般には、数理計画法によって解かれるが、その場合、要素密度を 0 から 1 の連続変数にする必要がある。これに対して、連続体の位相最適化手法である BESO 法[8, 9]では、要素密度を 0 または 1 の離散変数として解くことができ、最適化ステップを繰り返すことで、感度指標の低い要素を除去（要素密度 1→0）し、感度指標の高い要素を付加（要素密度 0→1）することで最適解（優良解）を求める。一方、高坂ら[6]が提案した手法は、これを骨組問題に応用したものであるが、付加アルゴリズムは用いず、(2)式のひずみエネルギー密度の最も小さい要素から順に除去し、質量制約に達したものを優良解として採用するものであった。

しかし、文献 6)の方法では、(1)式の総質量比制約条件下の最適解は 1 つであり、総質量比の制約に幅を持たせれば多少の選択肢があるものの、総質量比に制約がある場合は選択肢が 1 つになる。また、骨組構造の位相最適化では、要素数が増えると、初期構造の与え方によって最適解が異なる場合（初期値依存性）があることが知られており[5]、文献 6)の方法は、(1)式の大域的最適解を求める方法としては改善の余地がある。

そこで、本論文では、このような問題を改善するため、文献 6)の方法に、与えられた除去率にしたがって最適化の各ステップで複数の要素を除去するアルゴリズムと、総質量比制約に達した骨組構造に複数の要素を付加（復活）するアルゴリズムを加え、この 2 つのアルゴリズムを与えられたステップ数まで繰り返すことで、総質量比制約を満足する複数の優良解を獲得し、また、大域的最適解に対する探査性を改善する。

以下に、それぞれのアルゴリズムについて説明を加える。まず、本論文で提案する除去過程のアルゴリズムでは、入力データとして除去パラメータを与え、最適化の各ステップで、次式を満足する要素を除去する。

$$
V_i^{e(k)}\le(1+\lambda_E)V_{\min}^{e(k)} \tag{4}
$$

ただし、$V_{\min}^{e(k)}$ は、そのステップにおける設計対象要素の最小ひずみエネルギー密度を表す。したがって、$\lambda_E=0$ の場合は、文献 6)と同じ除去アルゴリズムになる。

次に、本論文で提案する付加アルゴリズムについては、除去アルゴリズムで得られた総質量比制約を満足する解に対して付加を行う。文献 10)の連続体の位相最適化手法に用いている CA 法による付加アルゴリズムでは、感度指標の高い要素の近傍の要素を付加する方法を用いているが、骨組の場合、要素の長さが均一ではないため、要素の近傍が定義しにくい。そこで、ここでは構造に要素を付加する方法として、まず、節点につながる各要素の感度を節点に集約した次式の節点感度を計算する。

$$
V_j^{n(k)}=\sum_{q=1}^{M_j}V_{S_{jq}}^{e(k)} \tag{5}
$$

ここで、$V_j^{n(k)}$ は j 番目節点の感度指標（上付の n は節点を表す）、M_j は j 番目節点につながる要素数、S_{jq} は j 番目節点につながる q 番目要素の要素番号を表す。

次に、(5)式で計算された節点感度の内、最も高いものを $V_{\max}^{n(k)}$ とし、その節点を中心に次式で定義される影響

半径 $r_{\min}$ を設定する。

$$r_{\min} = b_r l_{\min} \tag{6}$$

ここで、$l_{\min}$ はグランドストラクチャの最小要素長さ、b_r は影響半径倍率を表す。

次に、影響半径内のすべての節点につながるすべての要素を復活させる。そして、付加後の構造に再度同じ除去アルゴリズムを適用し、総質量比制約を満たした解を探索する。

しかし、最も節点感度が高い節点の1節点のみでは、復活する要素の範囲が局所的になる可能性があるため、次式の条件を満足する節点感度を有する節点をすべて対象節点として追加する。

$$V_j^{n(k)} \geq (1-\lambda_A) V_{\max}^{n(k)} \tag{7}$$

ここで、λ_A は付加率とし、$0 \leq \lambda_A < 1$ で与えるパラメータで、大きくなりすぎると、すべての要素が復活し初期構造と同じになる。

以上のアルゴリズムを加えた最適解の探査過程は次のようになる。

① グランドストラクチャの骨組解析を行い、各設計対象要素に対して、次式で表されるひずみエネルギー密度を計算する。

$$V_i^e = \left(\mathbf{d}_i^G\right)^T \mathbf{k}_i^{Ge0} \mathbf{d}_i^G \Big/ \left(A_i l_i\right) \tag{8}$$

ここで、V_i^e は i 番目要素のひずみエネルギー密度、残存する設計対象要素の中で V_i^e の最小値 $V_{\min}^{e(k)}$ を計算し、(4)式の条件を満足する要素を除去する（要素密度 ρ_i を 0 にする）。また、初期構造の設計対象要素の V_i^e の平均値を計算しておき、これと比較して $1/10^3$ 以下の要素はすべて除去する。

② 残存要素の総質量比 m_r が総質量比の制約値 $\bar{m}_r$ を満足するまで、①と②を繰り返す。

③ 総質量比制約を満足し、コンプライアンスがより低い解を最適解として保存する。

④ 付加アルゴリズムを適用し要素を付加する。

⑤ 再度①～④を適用する。

⑥ ⑤と⑥を与えられたステップ数まで繰り返す。

⑦ 総質量比制約を満足するコンプライアンス最小解を最適解として出力する。

以上の最適化の解析で必要となるパラメータは、最適化の繰り返しステップ数、総質量比の制約値 $\bar{m}_r$、(4)式の除去パラメータ λ_E、(6)式の影響半径倍率 b_r、(7)式の付加パラメータ λ_A となる。なお、本プログラムは、Excel VBA を用いて作成している。

3 解析例

ここでは、本手法を用いて単層ラチスシェルについて位相最適化を行う。なお、m_r は初期形態に対する質量比、c_r は初期形態に対するコンプライアンス比(解析後のコンプライアンスと初期値のコンプライアンスの比)、λ_E は除去率、λ_A は付加率、b_r は影響半径倍率を示す。また、以下で示す本手法の解は、各パラメータを変化させて獲得した複数解の中からコンプライアンス比の低い解を解析結果として示している。

3.1 解析例1

解析例2として、節点数441、要素数1640の単層ラチスシェルのグランドストラクチャである初期モデル20×20を図1に示す。解析例1はEPシェルとしている。XY方向の長さはXY方向とも20m、Z方向高さは5mに設定している。部材については、H-400×200×8×13を採用し、ヤング係数Eを2.05×10^5N/mm。接合部は剛接合、拘束点は四隅をピン支持とし、XY方向について拘束している。設計対象は全部材とする。

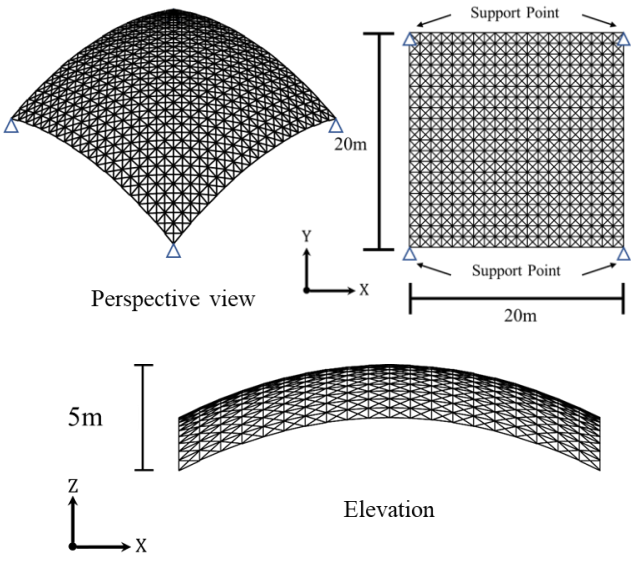


図1　解析例1の初期モデル

解析例1では、初期モデルに対して、積雪荷重と自重を考慮し、支持点を除いた各節点に、等価節点力として4327Nを与える。なお、積雪荷重を想定する際の地域は広島である。以上を図2の初期モデルの荷重状態として示す。また、今回の解析例では質量比制約は $\bar{m}_r = 0.415$ としている。

そして、解析結果を図3に示す。なお、本論文では、剛性を比較するために数理計画法に基づいたCONLIN法の解を解析例1で用いた断面を適用し、要素太さを均一として比較を行う。

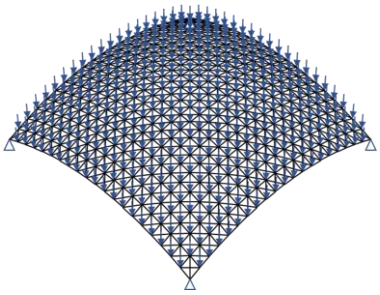


図２　初期モデルの荷重状態

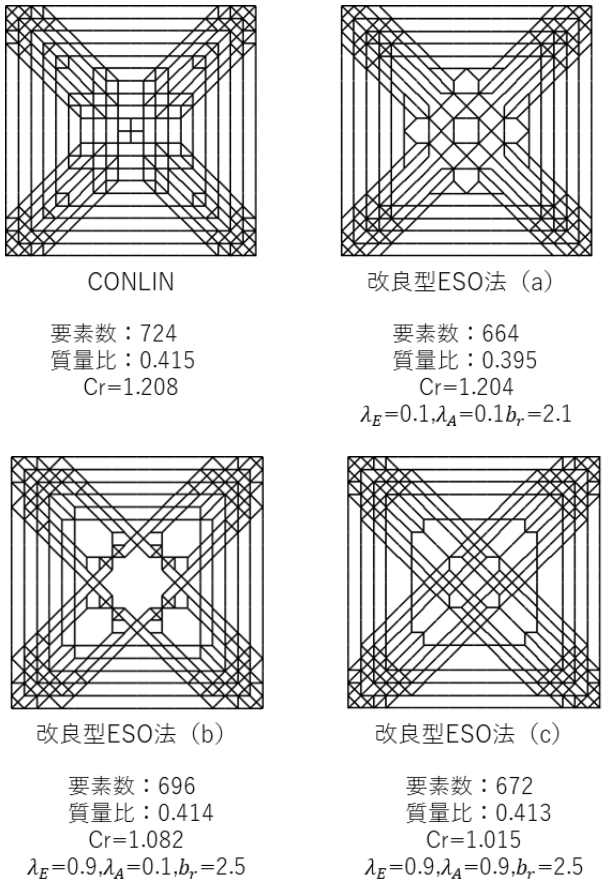


図３　解析例１の解析結果

図３の結果より、本手法を用い、各パラメータを変更させることで、それぞれ違う位相をもつことがわかる。本手法で獲得した位相は、支持点周辺では同じような位相が見られるが、中央部では（a）、（b）及び（c）それぞれが異なる位相であることがわかる。これは、付加率と影響半径倍率による影響だと考える。CONLIN法と本手法の要素数を比較すると、本手法の解が、要素数がより少ないことがわかる。また、コンプライアンス比 C_r を比較すると、CONLIN法の解は $C_r = 1.208$ で、本手法の解（a）、（b）及び（c）それぞれの C_r はCONLIN法の値より低いことがわかる。したがって、本手法の解がCONLIN法の解と比較して、要素数が少ない上に C_r も小さい値を示すことから、本手法はCONLIN法の解と同等以上の剛性をもつ解を獲得可能であると考える。

3.2 解析例２

解析例２として、節点数441、要素数1640の単層ラチスシェルのグランドストラクチャである初期モデル 20×20 を図４に示す。解析例２は円筒型シェルとしている。XY 方向の長さは XY 方向とも 20m、Z 方向高さは 5m に設定している。部材については、H-400×200×8×13 を採用し、ヤング係数 E を 2.05×10^5N/mm。接合部は剛接合、拘束点は四隅をピン支持とし、設計対象は全部材とする。

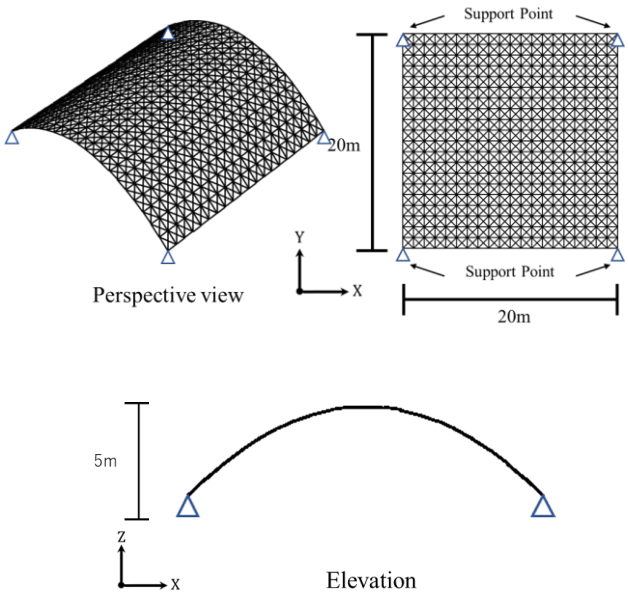


図４　解析例２の初期モデル

解析例2では、解析例1と同様の荷重条件で解析を行う。解析例2の荷重状態を図5に示す。また、今回の解析例では質量比制約は $\bar{m}_r = 0.503$ としている。

そして、解析結果を図6に示す。解析例2でも解析例1と同様に、CONLIN法の解を用いて比較を行う。

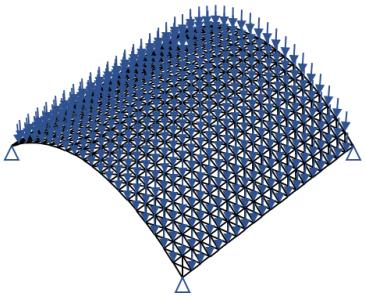


図５　解析例２の荷重状態

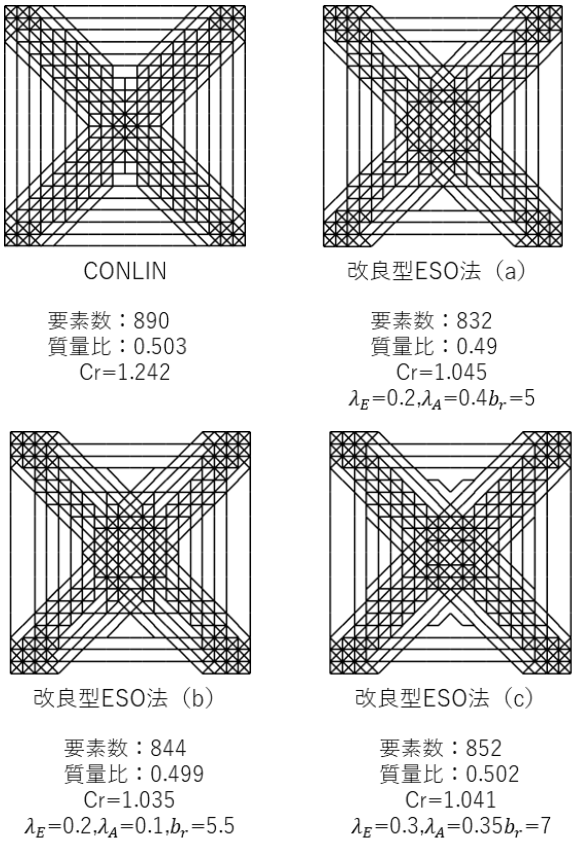


図６　解析例２の解析結果

図6の結果より、解析例1と同様に本手法を用い、各パラメータを変更させることで、それぞれ違う位相をもつことがわかる。CONLIN法と比較しても、本手法を用いた（a）、（b）及び（c）それぞれが異なる位相であることがわかる。（a）と（b）の位相では支持部周辺の位相が少し異なる。（a）、（b）及び（c）それぞれの位相は解析例1と同様に中央部で異なる位相をもつことがわかる。また、剛性は本手法の解がＣＯＮＬＩＮ法の解のc_rを下回っていることがわかる。また、要素数を比較すると、本手法の解はCONLIN法の解と比較して少ないことがわかる。したがって、本手法はCONLIN法と同等以上の剛性をもつ優良解の獲得が可能であると考える。

4. まとめ

本論文では、本手法である改良型ESO法を用いることによって、EP型単層ラチスシェル、円筒型単層ラチスシェルにおいてデザイン性及び剛性を数理計画法に基づくCONLIN法によって得られた解との比較によりその有効性を検証した。その結果、以下のような知見が得られた。

(1)　除去率、付加率、影響半径倍率を設定し、それぞれ変化させることによってCONLIN法の解と比較し、異なる位相を獲得することが可能である。

(2)　除去率、付加率、影響半径倍率を変化させることで、同様の総質量制約下において、多様な優良解を獲得可能である。

(3)　本手法で獲得した解は剛性においても、CONLIN法で獲得した解と比較して同等以上の性能をもつ優良解を獲得可能である。

(4)　本論文で用いた要素数の膨大な初期構造において、本手法と数理計画法に基づくCONLIN法の計算効率の差はほとんどない。

以上により、本手法は、初期に設定した部材断面を変化させることなく最適解を求める方法としては、数理計画法に基づくCONLIN法よりも優れていることが検証できた。また、同じ総質量制約下で、複数の優良解が得られることは、設計初期段階においてデザイン案の多様化を図ることになり、デザインツールとして活用を考えた場合、有効であると考える。

参考文献

1) Fujii,D.,et al.: Topology Optimization of Three-Dimensional Structures Using CONLIN Optimizer, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ),Vol.66 , No.548 , pp.59-66 , 2001.10(in Japanese)
藤井大地, 鈴木克幸, 大坪英臣 : 最適化手法 CONLIN を用いた骨組構造の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第 66 巻, No.548, pp.59-66, 2001.10

2) Kawamura, H. and Ohmori, H.: Structural creation of 3-dimentional trusses using genetic algorithm, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), No.538, pp.115-121, 2000. 12 (in Japanese)
河村拓昌, 大森博司: 遺伝的アルゴリズムによる立体トラス構造物の形態創生, 日本建築学会構造系論文集, No.538, pp.115-121, 2000.12

3) Takada, T., Matsuoka T.: Application of linear programing method for truss topology optimization with objective functions of volume and compliance, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), No.598, pp.87-91, 2005. 12 (in Japanese)
高田豊文, 松岡貴士: 体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用, 日本建築学会構造系論文集, No.598, pp.87-91, 2005.12

4) Kawamura, H. and Ohmori, H.: Computational morphogenesis for discrete structures with connection variables through usage of genetic algorithm, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), No.555, pp.121-128, 2002. 5 (in Japanese)
河村拓昌, 大森博司: 遺伝的アルゴリズムによる接合状態を考慮した離散的構造物の形態創生, 日本建築学会構造系論文集, No.555, pp.121-128, 2002.5

5) Fujii, D., Manabe, M., Takada, T.: Computational morphogenesis of building structure using ground structure approach, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), Vol.73, No.633 , pp.1967-1973, 2008. 11 (in Japanese)
藤井大地, 真鍋匡利, 高田豊文: グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生, 日本建築学会構造系論文集, Vol.73, No.633, pp.1967-1973, 2008.11

6) Kosaka, K., Matsumoto, S., Fujii, D.: Topology optimization of frame structures using ESO method and ground structure method, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), Vol.81, No.721, pp.547-553, 2016. 3 (in Japanese)
高坂憲治, 松本慎也, 藤井大地: ESO 法とグランドストラクチャ法を用いた骨組構造物の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol.81, No.721, pp.547-553, 2016.3

7) Xie, Y. M., Steven, G. P. : A simple evolutionary procedure for structural optimization, Computers and Structures Vol.49, pp.885–886, 1993

8) Young, V., Querin, O. M., Steven, G. P. and Xie, Y. M. : 3D and Multiple Load Case Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization (BESO), Structural Optimization, Vol.18, pp.183-192, 1999

9) Huang, X., Xie,Y. M. : Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, Finite Elements in Analysis and Design, Vol.43, pp.1039-1049, 2007

10) 新内洋平, 松本慎也, 藤井大地: 改良型 ESO 法を用いた３次元構造物の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol.81, No.723, pp.851-858, 2016. 5

力法を用いた剛性最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化に関する研究

石本蓮也[1)]，寺井雅和[2)]，齊藤　正[3)]，藤井大地[4)]
1)近畿大学大学院システム工学研究科，大学院生，2333850046m@hiro.kindai.ac.jp
2)近畿大学工学部，准教授，博士(工学)
3)（株）齊藤正轂工房　博士（工学）
4)近畿大学工学部，教授，博士(工学)

1. はじめに

ラチスシェル構造は, 弦材を組み合わせてシェルを構成する構造形式である。軽量で透光性に優れており，空港施設や屋内競技場の屋根構造に採用されている。ラチスシェル屋根構造は, 複層ラチスシェルと単層ラチスシェルに分けられる。複層ラチスシェルは, 上下弦材が腹材と協働し，面外曲げに対して軸力で抵抗する．その耐力は個別の部材で決定されるため，荷重の大きさによって部材数が膨大になり，コストが大幅にかかるという問題を抱えている。一方，単層ラチスシェルは，荷重に対して面内力で抵抗する曲面形状が選択され，その耐力は全体座屈で決定されることが多い。複層ラチスシェルと比較して，部材数が少なく，接合部を単純化できるため，比較的自由な曲面で設計することが可能である。

近年，解析技術や生産・製造技術等の進歩により，大空間構造として，幾何学式に依存しない，自由曲面で設計される単層ラチスシェル構造が採用されている。そこで，幾何学式に依存しない構造形態を創生する技術の必要性の高まりを満足する手法の一つに形状最適化手法を適用して形状修正を行う方法[1)~6)]が発展してきている。さらに, 形状最適化技術は, これまで有限要素法を用いた様な形状最適化手法が提案されてきた。その中で有限要素法による形状最適化手法として最も原始的な方法は，境界節点座標を設計変数とする最適化問題を数理計画法[7)]によって解く方法であるが，この方法では，形状を記述する自由度（設計変数）を有限要素モデルの自由度よりも少なく制限しないと境界形状が波打つなどの問題が生じる[8)]。これらの対策として境界形状の自由度を制限する方法が提案されてきている[9)~12)]。しかしながら，形状の自由度を制限する方法では，形状のコントロールポイントや基本変形モードをユーザーが設定するため，一般ユーザーにとっては扱いにくい。

これに対して， 畔上，下田らは[13)~15)]，形状の自由度を制限せずに形状最適化を行う方法を提案した。目的関数の節点座標に関する感度係数に負号を付けた値を節点荷重として加え，その時の変形にしたがって形状を変更していく方法で，力法と呼ばれている。この方法では弾性変形にしたがって形状を変更しているため，メッシュのゆがみが生じにくいというメリットがある。一方，藤井，垣田ら[16)]は，この力法を建築骨組の形状最適化問題に適用する方法を示した。そして，力法はどのような骨組構造に対しても，意匠設計者の意図を反映した形状修正を行うことができることを検証した。

また大空間構造物においては，意匠設計者の意図と並んで施工性も重要な問題となる。ところが，力学的な観点から形状最適化を行
うと部材長の異なる部材が多数存在し，施工性が悪くなることが予想される。それらを対策した部材長一様化を扱った研究[17),18),19)]もいくつかあるが力法を用いた研究はまだ行われていない。

そこで本論では，自由曲面単層ラチスシェル構造を対象として，剛性最大化と部材一様化を目指した形状最適化を行い力学的な観点と，施工性の観点を融合した形態を創生することを目的とする。具体的には部材長さに関する制約条件の下[17)]，力法[16)]を用いてコンプライアンスの最小化を剛性の最大化とし，部材長さを均一にすることでそれらの有効性を示す。

以下，本論文第 2 章では，最適化問題の定式化と感度解析法を示す。第 3 章では，力法を用いた部材長さを均一にする形状最適化の方法を示す。第 4 章では，いくつかの解析例に対して，数理計画法では，制約条件が加わると，頻繁に線形 2 次計画法の連立方程式の計算で 0 割のエラーが出るため，有効性が検証されている力法で剛性最大化を行い，力法を用いた部材長さを均一にする形状最適化の制約条件の有効性を検証する。第 5 章では，以上のまとめを述べる。

2. 最適化問題の定式化と感度解析法

2.1 最適化問題の定式化

ここでは，形状最適化の目的は，コンプライアンスの最小化（剛性の最大化）とし，制約条件としては，最適化の過程で得られる要素長さの総計と初期要素長さの総計の比（以下，総長さ比と呼ぶ）が，与えられた制約値以下になるようにする。これは，建築構造物では，高さ制限などが考えられるためである。また，設計変数は，指定された節点の指定された方向の座標とする。以上の問題を定式化すると次のようになる。

$$\begin{aligned}&\textbf{設計変数：}\ \mathbf{q}=\{X_1,Y_1,Z_1,X_2,Y_2,Z_2,\cdots,X_s,Y_s,Z_s,\cdots,X_{nd},Y_{nd},Z_{nd}\}\\&\textbf{目的関数：}\ C(\mathbf{q})=\left(\mathbf{d}^G\right)^T\mathbf{f}^G\ \rightarrow\ \text{minimize}\\&\textbf{制約条件：}\ L_r(\mathbf{q})=\sum_{i=1}^{ne}l_i\Big/\sum_{i=1}^{ne}l_i^0\le\bar{L}_r\end{aligned}\tag{1}$$

ここで，$\mathbf{q}$ は設計変数ベクトル，X_s,Y_s,Z_s は s 番目節点の全体座標系の座標値，nd は節点数，C はコンプライアンス（外力仕事量），$\mathbf{d}^G$ は節点変位ベクトル，$\mathbf{f}^G$ は節点外力ベクトルを表す。また，L_r は総長さ比，l_i と l_i^0 は i 番目要素の要素長さと初期要素長さ，ne は要素数，$\bar{L}_r$ は総長さ比の制約値を表す。

2.2 感度係数の導出

コンプライアンス C の節点座標に関する微分（感度係数）の計算方法を示す。

まず(1)式の目的関数関係式より，コンプライアンス C は次式のように表される。

$$C=\left(\mathbf{d}^G\right)^T\mathbf{f}^G\tag{2}$$

次に，次式の剛性方程式

$$\mathbf{k}^G\mathbf{d}^G=\mathbf{f}^G\tag{3}$$

(3)式を(2)式に代入すると次式となる。

$$C=\left(\mathbf{d}^G\right)^T\mathbf{k}^G\mathbf{d}^G\tag{4}$$

上式を設計変数 q_j で微分すると次のようになる。

$$\frac{\partial C}{\partial q_j}=\left(\frac{\partial\mathbf{d}^G}{\partial q_j}\right)^T\mathbf{k}^G\mathbf{d}^G+\left(\mathbf{d}^G\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}^G}{\partial q_j}\mathbf{d}^G+\left(\mathbf{d}^G\right)^T\mathbf{k}^G\frac{\partial\mathbf{d}^G}{\partial q_j}\tag{5}$$

ここで，全体剛性マトリクス $\mathbf{k}^G$ の対称性を考慮すると次のようになる。

$$\frac{\partial C}{\partial q_j}=\left(\mathbf{d}^G\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}^G}{\partial q_j}\mathbf{d}^G+2\left(\mathbf{d}^G\right)^T\mathbf{k}^G\frac{\partial\mathbf{d}^G}{\partial q_j}\tag{6}$$

一方，(3)式の両辺を q_j で微分すると次のようになる。

$$\frac{\partial\mathbf{k}^G}{\partial q_j}\mathbf{d}^G+\mathbf{k}^G\frac{\partial\mathbf{d}^G}{\partial q_j}=\frac{\partial\mathbf{f}^G}{\partial q_j}\tag{7}$$

ここで，$\mathbf{f}^G$ が設計変数に依存しないものとすると，上式の右辺項は $\mathbf{0}$ となり，次式が成り立つ。

$$\frac{\partial\mathbf{k}^G}{\partial q_j}\mathbf{d}^G=-\mathbf{k}^G\frac{\partial\mathbf{d}^G}{\partial q_j}\tag{8}$$

(8)式を(6)式に代入すると，次式となる。

$$\frac{\partial C}{\partial q_j}=-\left(\mathbf{d}^G\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}^G}{\partial q_j}\mathbf{d}^G\tag{9}$$

形状最適化の場合，節点座標の変化によって，その節点に連結する複数の要素の剛性が変化する。たとえば，s 番目節点が移動する場合，$s_1\sim s_4$ 番目要素の剛性が変化する。この場合，s 番目節点の X,Y,Z 座標に関する感度係数は次式から計算される。

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial X_s}&=-\sum_{i=s_1}^{s_4}\left(\mathbf{d}_i^{Ge}\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}_i^{Ge}}{\partial X_s}\mathbf{d}_i^{Ge}\\\frac{\partial C}{\partial Y_s}&=-\sum_{i=s_1}^{s_4}\left(\mathbf{d}_i^{Ge}\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}_i^{Ge}}{\partial Y_s}\mathbf{d}_i^{Ge}\\\frac{\partial C}{\partial Z_s}&=-\sum_{i=s_1}^{s_4}\left(\mathbf{d}_i^{Ge}\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}_i^{Ge}}{\partial Z_s}\mathbf{d}_i^{Ge}\end{aligned}\tag{10}$$

ここで $\mathbf{k}_i^{Ge}$，$\mathbf{d}_i^{Ge}$ は全体座標系における要素剛性マトリクス，要素節点変位ベクトルを表す。したがって，(10)式が計算できれば，(9)式の感度係数を求めることができる。ここで，全体座標系における要素剛性マトリクス，要素節点変位ベクトル，要素節点内力ベクトルと座標変換マトリクスとの関係を考慮すると次式が得られる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathbf{k}_i^{Ge}}{\partial X_s}&=\frac{\partial\left(\left(\mathbf{T}_i\right)^T\mathbf{k}_i^e\mathbf{T}_i\right)}{\partial X_s}=\left(\mathbf{T}_i\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}_i^e}{\partial X_s}\mathbf{T}_i+2\left(\mathbf{T}_i\right)^T\mathbf{k}_i^e\frac{\partial\mathbf{T}_i}{\partial X_s}\\\frac{\partial\mathbf{k}_i^{Ge}}{\partial Y_s}&=\frac{\partial\left(\left(\mathbf{T}_i\right)^T\mathbf{k}_i^e\mathbf{T}_i\right)}{\partial Y_s}=\left(\mathbf{T}_i\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}_i^e}{\partial Y_s}\mathbf{T}_i+2\left(\mathbf{T}_i\right)^T\mathbf{k}_i^e\frac{\partial\mathbf{T}_i}{\partial Y_s}\\\frac{\partial\mathbf{k}_i^{Ge}}{\partial Z_s}&=\frac{\partial\left(\left(\mathbf{T}_i\right)^T\mathbf{k}_i^e\mathbf{T}_i\right)}{\partial Z_s}=\left(\mathbf{T}_i\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}_i^e}{\partial Z_s}\mathbf{T}_i+2\left(\mathbf{T}_i\right)^T\mathbf{k}_i^e\frac{\partial\mathbf{T}_i}{\partial Z_s}\end{aligned}\tag{11}$$

ここで $\mathbf{k}_i^e$ 要素座標系における要素剛性マトリクス，$\mathbf{T}_i$ は座標変換マトリクスを表す。

3. 力法による部材長さを均一にする形状最化

次に力法による部材長さを均一にする形状最適化の方法を示す。

力法では，感度係数に負号を付けた力を s 番目節点の任意の設計変数(X, Y, Z)を設定した方向のみを外力として加え，これらの外力を加えた骨組構造解析 [20]を行い，これから得られた節点変位に倍率を掛けて形状変更を行う。なお，本研究では，形状変更の倍率として，骨組要素の初期形状における最小要素長さ $l_{\min}$ を基準とする変動倍率 η を用いる。すなわち，η を入力データとして与え，最適化の各ステップで，形状変更に用いる節点変位の最大値が $\eta \cdot l_{\min}$ となるように変動幅を制御する。ただし，力法では，制約条件も目的関数に組み込む必要があるため，(1)式の最適化問題は制約条件を均一長さに関するものに変更すると次のように定義される。

$$\begin{aligned} &\text{設計変数：}\ \mathbf{q}=\{X_1,Y_1,Z_1,X_2,Y_2,Z_2,\cdots,X_s,Y_s,Z_s,\cdots,X_{nd},Y_{nd},Z_{nd}\} \\ &\text{目的関数：}\ f_{obj}=C(\mathbf{q})+wC^0\sum_{i=1}^{ne}\left(l_i-\bar{l}\right)^2\Big/\sum_{i=1}^{ne}\left(l_i^0-\bar{l}\right)^2 \ \rightarrow\ \text{minimize} \end{aligned} \tag{12}$$

ここで，f_{obj} は制約条件を含んだ目的関数，$C(\mathbf{q})$ は(5)式のコンプライアンス，w は制約条件に関する重み，C^0 は初期構造のコンプライアンス，l_i は i 番目要素の長さ，l_i^0 は i 番目要素の初期長さ $\bar{l}$ は均一にする要素長さを表す。

(12)式の目的関数 f_{obj} の感度係数は，次式から計算される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{obj}}{\partial X_s}&=\frac{\partial C}{\partial X_s}+w\frac{C^0}{\sum_{i=1}^{ne}\left(l_i^0-\bar{l}\right)^2}\sum_{i=s_1}^{s_4}2\left(l_i-\bar{l}\right)\frac{\partial l_i}{\partial X_s} \\ \frac{\partial f_{obj}}{\partial Y_s}&=\frac{\partial C}{\partial Y_s}+w\frac{C^0}{\sum_{i=1}^{ne}\left(l_i^0-\bar{l}\right)^2}\sum_{i=s_1}^{s_4}2\left(l_i-\bar{l}\right)\frac{\partial l_i}{\partial Y_s} \\ \frac{\partial f_{obj}}{\partial Z_s}&=\frac{\partial C}{\partial Z_s}+w\frac{C^0}{\sum_{i=1}^{ne}\left(l_i^0-\bar{l}\right)^2}\sum_{i=s_1}^{s_4}2\left(l_i-\bar{l}\right)\frac{\partial l_i}{\partial Y_s} \end{aligned} \tag{13}$$

4. 解析例

4.1 厳密解が得られる解析例

図 1 は三角形トラスの剛性が最大となる形状を求める問題で，ここでは C 点の Z 座標を設計変数とする。図の P を 1 kN，l を 1m とし，各部材は，断面が直径 0.18 m，厚さ 0.012 m で，ヤング係数が 2.05×10^8 kN/ m^2，円形鋼管とする。また，ここでは制約条件は与えない。この場合の最適化問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} &\text{設計変数：}\ h \\ &\text{目的関数：}\ C(h)=Pv_C \ \rightarrow\ \text{minimize} \end{aligned} \tag{14}$$

ここで，v_C は C 点の鉛直変位を表し，v_C を求めると，(14)式のコンプライアンス C は次のようになる。

$$C(h)=\frac{P^2}{EA}\left(\frac{\left(h^2+(l/2)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{2h^2}+\frac{l^3}{16h^2}\right) \tag{15}$$

(15)式を h で微分すると，次式が得られる。

$$\frac{\partial C}{\partial h}=-\frac{P^2}{EA}\left(\frac{\left(h^2+(l/2)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{h^3}-\frac{3\left(h^2+(l/2)^2\right)^{\frac{1}{2}}}{2h}+\frac{l^3}{8h^3}\right) \tag{16}$$

これが 0 になる h 求めると正解(最適解)は，Z 座標が $(\sqrt{3}/2)l$=0.86m の正三角形となる。以上の問題を本研究で作成した部材長さを均一にする力法のプログラムを制約条件に関する重み w を 1，制約条件を厳密解である正三角形となるように全要素 1m に設定した。また変動倍率 η を 0.1 として有効性を検討したところ，厳密解（正三角形）に収束することが確かめられた。図 2 はコンプライアンスの収束過程をわかりやすくするため，変化のわかりやすいステップ数からの収束過程を示す。文献 16)によって示されている同様な解が得られる数理計画法と比較した場合，結果は同じ 5.75×10^{-8} kN･m となったが均一長さにする制約条件を含めると同じ解に収束するまでのステップ数が約 50 ほど多くなった。

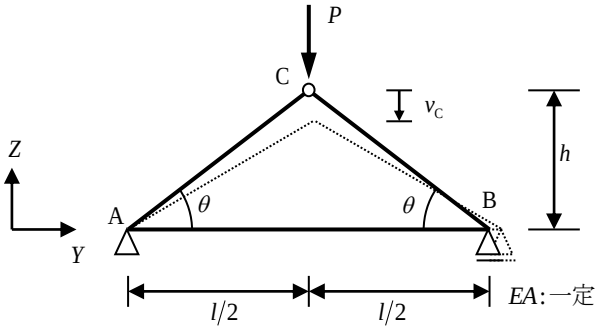
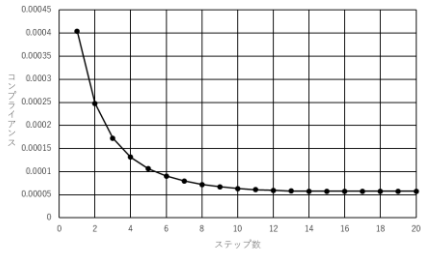
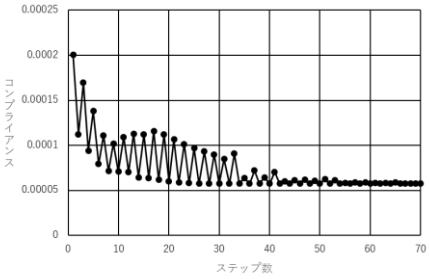


図 1　静定三角形トラスの形状最適化問題



数理計画法の収束過程



部材長さを均一にする力法の収束過程

図 2 コンプライアンスの収束過程

4.2　フィーレンディールアーチ橋

図 3 は実際の建築構造への応用が可能な例題として，文献 16)に示されているフィーレンディールアーチ橋の解析モデルを示す。本論文では座屈を考慮していないため単純な中実断面の鋼材とし，ヤング係数を 2.05×10^8 kN/m^2 とする。制約条件に関する重み w を 100，変動倍率 η を 0.05 とし，■−100mm×500mm の部材長さを 5 m に制約する。図の◯(白丸)の節点が Y，Z 方向に移動可能とし解析を行った。

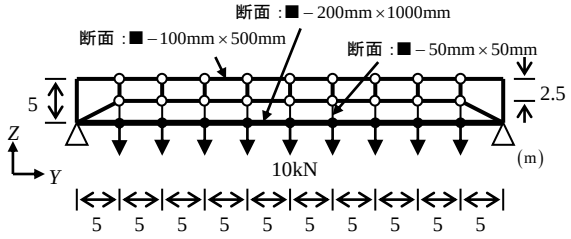


図 3　フィーデンリールアーチ橋の解析モデル

図 4 は解析結果を示す，この場合，約 70 ステップで解が得られ，初期形状のコンプライアンスが約 17.55 kN･m であったのに対して，最適形状のコンプライアンス約 0.123 kN･m となっており，剛性が増加している。またワーレントラス部分の部材長さは，最大で 5m の 0.04%増となり，すべてほぼ 5 m となった。これにより一部の部材を均一長さにする制約が機能していることがわかる。図 5 はコンプライアンスの収束過程を示す。

図 4　例題の最適形状

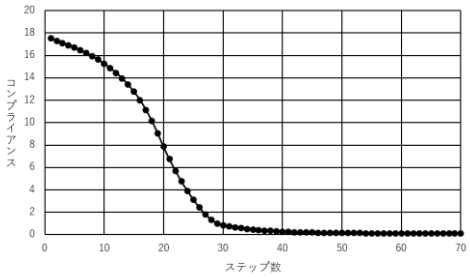


図 5　コンプライアンスの収束過程

4.3　単層ラチスシェル

次に，図 6 に示す，10m×10m の EP 曲面の単層グリッドシェルの形状最適化例を示す。シェルは，剛接合された H-150mm×150mm×7mm×10mm の鋼材で構成されるものとし，ヤング係数を 2.05×10^8 kN/ m^2 とする。境界条件は，シェルの四隅(図の黒丸)がピン支持されているものとし，荷重は，上面に積雪と固定荷重で 2 kN/m^2 の鉛直等分布荷重が加わるものとする。制約条件に関する重み w を 100，変動倍率 η を 0.1 とし，全部材の長さを 1m に制約する。支持点以外の節点は，X，Y，Z 方向に移動できるものとし解析を行った。

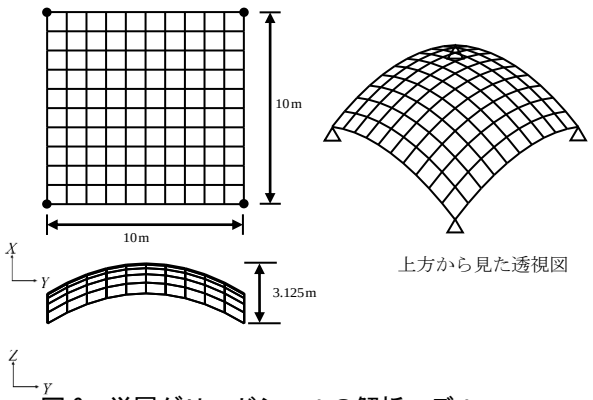


図 6　単層グリッドシェルの解析モデル

図 7 は解析結果を示す。この場合，最適解は 30 ステップで得られ，初期形状のコンプライアンスが約 70.46kN･m であったのに対して，最適形状のコンプライアンス約 1.28 kN･m となっており，剛性が増加している。また，要素長さは，境界線(縁)の要素が 1m の最大 1.9%増となっているが，内部の要素に関しては，ほぼ差は 0.3%以内となっているので，境界部以外は均等長さ部材で構成できることがわかった。図 8 はコンプライアンスの収束過程を示す。

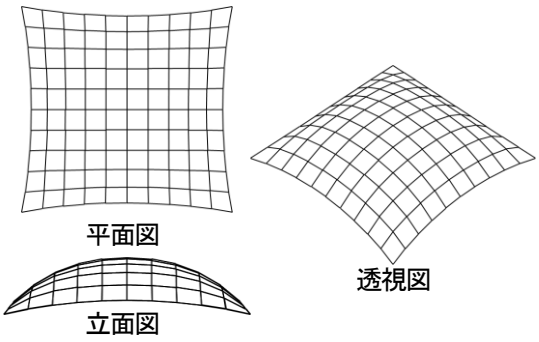


図 7　例題の最適形状

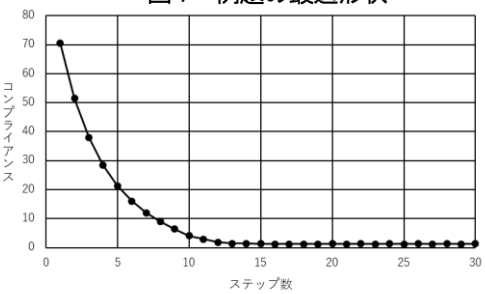


図 8　コンプライアンスの収束過程

5. まとめ

本論では，感度係数に負号を付けた力を外力として加えた骨組構造解析を行い，これから得られた節点変位に倍率を掛けて形状変更を行う力法に，部材長さを均一にする制約条件を含めた形状最適化手法を提案し，この有効性について幾つかの形態について解析を試みた。この結果，次のことが得られた。

(1) 簡単な例題による厳密解との比較により，提案手法が厳密解に収束することを確かめ，本研究で作成した力法を用いた部材長さを均一にする形状最適化プログラムが正しいことを示した。

(2) フィーレンディールアーチ橋の解析例により，初期形状の形態を保ちつつ形状変更がなされ，剛性も改善もされることを示した。実践的な建造物に対して部材を均一長さにする制約が機能していることを示した。

(3) 次元単層ラチスシェルの解析を行った。剛性も改善もされることを示し，境界部以外ではあるが均等長さ部材で構成できることを示した。

以上の結果により，いずれの解析例においても剛性を最大化し部材長さを均一にすることができると考えられる。したがって，力法を用いた剛性最大化と部材均一長さを目的とした単層ラチスシェルの形状最適化は有効的であることを示し，力学的な観点と，施工性の観点を融合した形態を創生することは可能だと分かった。

参考文献

1) Hamada, H. and Ohmori, H. : COMPUTATIONAL MORPHOGENESIS OF FREE SURFACE SHELLSCONSIDERINGBOTH DESIGNER'SPREFERENCE AND STRUCTURAL RATIONALITY
Partl Heuristicapproach by multi −objective genetlc algorithm, J. Struct. Constr . Eng ., AIJ , No . 609, 105 −111, Nov., 2006 (in Japanese)
浜田英明，大森博司：設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案－その１ 多目的遺伝的アルゴリズムによる発見的方法，日本建築学会構造系論文集，第 609 号，pp.105-111， 2006.11

2) Hamada, H. and Ohmori, H. : COMPUTATIONAL MORPHOGNESIS OF FREE SURFACE SHELLS CONSIDERING BOTH DESIGNERTS PREFERENCE AND STRUCTURAL RATIONALITY
Part 2 Theoreticalapproach by optimality conditio, J. Struct, Constr.Eng. , AIJ, No, 618, 143-150, Aug. , 2007 (in Japanese)
浜田英明，大森博司：設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案－その２ 最適性条件による理論的解法，日本建築学会構造系論文集，第 618 号，pp.143-150, 2007.8

3) Ohomori , G . and Yamamoto , K. : SHAPE OPTIMIZATION OF SPACE STRUCTURES FOR SPECIFIED STRESS DISTRIBUTION Part 1 Application for shell structures, J. Struct. Constr . Eng., AIJ , No . 496, 67−73, Jun. , 1997 (in Japanese)
大森博司，山本憲司：応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究－その１ シェル構造への適用，日本建築学会構造系論文集，第 496 号，pp.67-73，1997.6

4) Ohomori , G . and Yamamoto , K. : SHAPE OPTIMIZATION OF SPACE STRUCTURES FOR SPECIFIED STRESS DISTRIBUTION Part 2 Application forspace frame structure, J. Struct. Constr . Eng., AIJ No . 503, 77−83, Jan., 1998 (in Japanese)

大森博司，山本憲司 : 応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化 に関する研究－その２ スペースフレームへの適用，日本建築学会構造 系論文集，第 503 号，pp.77-83，1998.1

5) Ohsaki, M., Nakamura, T. and Kohiyama, M. : Shape optimization of a double-layer space truss described by a parametric surface, Int. J. Space Structures, Vol. 12(2), pp.109-119, 1997

6) Ohsaki, M., Nakamura, T. and Isshiki, Y. : Shape-size optimization of plane trusses with designer's preference, J. Struct. Engineering. ASCE, Vol.124, pp.1323-1330, 1998

7) Zienkiewicz, O.C. and Campbell, J.S. : Shape optimization and sequential linear programming, Optimum Structural Design Theory and Applications, edited by Gallager, R.H. and Zienkiewicz, O.C., John Wiley & Sons, London, pp.109-126, 1973

8) Iman, M.H. : Three-dimensional Shape Optimization, Int. J. Num. Meth.Engrg., Vol.18, pp.661-673, 1982

9) Braibant,V. and Fleury, C.: Shape optimal design using B-splines, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol.44, pp.247-267, 1984

10) Braibant, V. and Fleury, C. : An approximation concepts approach to shape optimal design, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol.53, pp.119-148, 1985

11) Belegundu, A.D. and Rajan, S.D. : A shape optimization approach based on natural design variables and shape functions, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 66, pp.87-106, 1988

12) Vanderplaats, G.N. and Miura, H. : GENESYS-structural synthesis software using advanced approximation techniques, AIAA Report , 92-4839-CP, pp.180-190, 1992

13) 畔上秀幸：領域最適化問題の一解法，日本機械学会論文集，A 編，60 巻，pp.1479-1486，1994.6

14) 下田昌利, 呉志強, 畔上秀幸, 桜井俊明 : 汎用 FEM コードを利用した 領域最適化問題の数値解析法（力法によるアプローチ），日本機械学会 論文集，A 編，60 巻，pp.2418-2425，1994.10

15) 畔上秀幸：線形弾性問題における領域最適化解析（力法によるアプロー チ），日本機械学会，A 編，60 巻，pp.2312-2318，1994

16) Fujii，D. and Kakita，J. : SHAPE OPTIMIZATION OF FRAME STRUCTURES USING TRACTION METHOD, J. Struct, Constr. Eng. , AIJ, Vol.77 No.682, 1881-1886，Dec. , 2012 (in Japanese)
藤井大地，垣田 仁 : 力法による骨組構造の形状最適化，日本建築学会 構造系論文集，第 77 巻，第 682 号，pp.1881-1886，2012.12

17) Ogawa，T. , et al. : SHAPE OPTIMIZATION OF SINGLE −LAYER LATTICED SHELLS FOR MAXIMUM LINEAR BUCKLING LOADS AND UNIFORM MEMBER LENGTHS, J. Struct. Constr. Eng. , AIJ , No. 570，129 −136，Aug . ,2003 (in Japanese)
小河利行，大崎 純，立石理恵 : 座屈荷重最大化と部材長一様化を目的 とした単層ラチスシェルの形状最適化，日本建築学会構造系論文集，第 570 号，pp.129-136，2003.8

18) Ishikawa，K. , et al. : GRID GENERATION OF LATTICED DOMES USING MINIMIZATION OF GEOMETRIC POTENTIAL， AIJ J. Technol . Des . No. 9，83−88，Dec . ,1999 (in Japanese)
石川浩一郎, 池畑勝仙, 西村圭介 : Geometric Potential 最小化によるラチスドームのグリッド分割法，日本建築学会技術報告集 第 9 号，83−88，1999 .12

19) Ohsawa , Y . and Kijima , Y . : ON THE TRIANGULATIONS FOR CONSTRUCTING DOMES，Journal of Archit. Plann. Environ. Engng. AIJ，No. 425，87−92，July，1991 (in Japanese)
大澤義明，木島安史 ：ドーム表面の不規則な三角形分割に関する研究, 日本建築学会計画系論文報告集, 第 425 号，pp . 87−92，1991. 7

20) 藤井大地, 松本慎也共著 : Excel で解く構造力学 3 次元解析編，丸善出版，2022

骨組位相最適化に関する数理計画法と進化的手法を組み合わせたハイブリッド法の提案

林友里香[1)]，松本慎也[2)]，藤井大地[2)]
1)近畿大学大学院システム工学研究科，大学院生，学士（工学），2333850029u@hiro.kindai.ac.jp
2)近畿大学工学部，教授，博士（工学）

1. はじめに

構造デザインを考える際に，位相最適化手法は重要なツールの一つである．位相最適化手法は，大まかには連続体を対象とするものと骨組構造を対象とするものの 2 つに分類される．骨組構造を対象とする場合のグランドストラクチャ法は，設定領域に適当な節点を配置し，節点間を可能な限りの線要素で結んだグランドストラクチャの各要素の材料密度（または断面積）を最適化することで，形態を創生する．建築分野のグランドストラクチャによる位相最適化の研究としては，トラス構造（ピン接合）を対象とした河村らの研究[1)]，高田らの研究[2)]，骨組構造（剛接合）を対象とした河村らの研究[3)]，藤井らの研究[4)]などが挙げられる．河村ら[1,3)]は，最適化手法として GA（Genetic Algorithm）を用いており，高田ら[2)]は，線形計画法，藤井ら[4)]は，非線形計画法を用いている．河村らが用いている GA は，要素数が多くなると計算効率が低下し，計算負荷の大きい動的問題や非線形問題への応用が難しいという問題がある．また，数理計画法を用いる高田ら[2)]，藤井ら[4)]の研究は，骨組の各要素の材料密度（または断面積）を最適化することで位相を求めるため，各要素の太さが異なるという特性がある．

一方，高坂ら[5)]は，進化的構造最適化手法（ESO 法）[6)]の考え方を応用して，既往の研究のように材料密度（または断面積）を連続的に変化させるのではなく，ひずみエネルギー密度の小さい要素（材料）から順に除いていく方法を提案し，このような単純な方法で，最適解に近い優良解が得られることを検証している．さらに，水谷らの研究[7)]では，ESO 法を部分的複層ラチスシェルの形態創生に応用し，その有用性を検証している．しかし，ESO 法は最適解への収束の保証が無いといった発見的な手法であるため，解析例によっては，最適解を見逃す可能性があるという問題がある．

以上で述べたように，高坂ら[5)]と，藤井ら[4)]の研究には，それぞれメリットとデメリットがある．前者のメリットは，得られた解が定義した最適化問題の解であるという数学的保証があることである．しかしながら，要素密度を均一にした初期値から解を求めるため，それが局所最適解に陥る可能性を否定できない．（初期値依存性）．一方，後者の ESO 法は，除去率と付加率を変化させることで，多様な解を得ることができるが，得られた解が最適解であるという保証は無い．そこで，本論文では，これら 2 つの手法を組み合わせて，双方のデメリットを解消する方法を提案する．本論文で提案する手法は，ESO 法の最初の除去過程で得られた解を数理計画法の解法の一つである CONLIN 法（Convex Linearization method）[8,9)]の初期値とする．これにより，ESO 法の除去率を変化させることで，多様な初期値が与えられ，そこから CONLIN 法で最適解を探査すれば，得られた解が数学的最適解であることが保証される．以下ではこの方法をハイブリッド法と呼ぶ．

以下，本論文第 2 章では，グランドストラクチャ法による骨組位相最適化問題の解法として，CONLIN 法にもとづく手法と ESO 法にもとづく手法を示し，さらに，CONLIN 法と ESO 法を組み合わせたハイブリッド法の手法を示す．第 3 章では，二次元の基本的な例題について，CONLIN 法，改良型 ESO 法（IESO 法）[10)]との比較を行い，提案手法の有効性を検討する．なお，ESO 法ではなく IESO 法を比較のために

採用するのは，IESO 法の特性に基づく利点が存在するからである。具体的に言えば，IESO 法は，除去アルゴリズムによって制約条件を満たす解を得た後に，付加アルゴリズムを用いて複数の要素を付加し，それを新たな初期形態として再び除去アルゴリズムを適用する手法である。この手法は，除去率というパラメータを変化させることによって、異なる初期形態から解を探索できるため，局所解に陥りにくく，より剛性の高い解を探索できることがわかっている[10]。したがって，提案手法では ESO 法を採用しているが，比較の際には，より剛性の高い解を得られる可能性がある IESO 法を適用する。第 4 章では，以上の結果をまとめ，結論を導く．

2.1. CONLIN 法による位相最適化

位相最適化問題では，「制約条件下でコンプライアンスを最小化する問題」として定式化し，次式の最適化問題の解を求めることを想定している．なお，定式化において，要素の材料密度を設計変数，コンプライアンスを目的関数，制約条件を要素の総質量比とする．

$$\text{Minimize}\ :\ C(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{d}^T\mathbf{f} = \mathbf{d}^T\mathbf{k}\mathbf{d} \tag{1}$$

$$\text{subject to}:\ m_r(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^{N_D}\rho_i(A_i l_i)\Big/\sum_{i=1}^{N_D}(A_i l_i) \le \bar{m}_r \tag{2}$$

where,

$$\boldsymbol{\rho} = \left\{\rho_1,\rho_2\cdots,\rho_i,\cdots,\rho_{N_D}\right\},\quad 0 \le \rho_i \le 1 \tag{3}$$

$$\mathbf{k}_i = \rho_i\mathbf{k}_i^0 \tag{4}$$

ここで，Cはコンプライアンス（外力仕事量），$\mathbf{d}$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{k}$は，節点変位ベクトル，外力ベクトル，全体剛性マトリクス，m_rは設計対象要素の総質量比，$\bar{m}_r$は総質量比の制約値，N_Dは設計対象要素数を表す．また，$\boldsymbol{\rho}$は設計変数ベクトル，ρ_iは i 番目要素の材料密度（以下要素密度と呼ぶ），$\mathbf{k}_i$，$\mathbf{k}_i^0$，$\mathbf{d}_i$は i 番目要素の要素剛性マトリクス，初期要素剛性マトリクス，要素の節点変位ベクトル，A_i, l_iは i 番目要素の断面積と要素長さを表す．

本論文では，(1)式の位相最適化問題の解法として 1986 年に Fleury and Braibant によって提案された CONLIN 法[7,8]を用いる．CONLIN 法は，(1)式の目的関数と制約条件を，感度係数が正の場合は，テイラー展開を行い，感度係数が負の場合は，設計変数の逆数でテイラー展開を行う．ただし，ここでは，設計変数ベクトルを$\boldsymbol{\alpha}$としている．

また，CONLIN 法では，設計変数を次式のように置き換える．

$$\tilde{\alpha}_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_i^{(k)}} \tag{5}$$

(5)式を考慮すると，次式のようになる．

$$\begin{aligned} C(\boldsymbol{\alpha}) &= C\left(\boldsymbol{\alpha}^{(k)}\right) + \sum_{\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}>0}\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}(\tilde{\alpha}_i - 1) - \sum_{\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}<0}\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}\left(\frac{1}{\tilde{\alpha}_i} - 1\right) \\ &= \left(C\left(\boldsymbol{\alpha}^{(k)}\right) - \sum_i\left|\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}\right|\right) + \sum_{\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}>0}\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}\cdot\tilde{\alpha}_i - \sum_{\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}<0}\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}\cdot\frac{1}{\tilde{\alpha}_i} \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} m_r(\boldsymbol{\alpha}) &= m_r\left(\boldsymbol{\alpha}^{(k)}\right) + \sum_{\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}>0}\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}(\tilde{\alpha}_i - 1) - \sum_{\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}<0}\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}\left(\frac{1}{\tilde{\alpha}_i} - 1\right) \\ &= \left(m_r\left(\boldsymbol{\alpha}^{(k)}\right) - \sum_i\left|\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}\right|\right) + \sum_{\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}>0}\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}\cdot\tilde{\alpha}_i - \sum_{\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}<0}\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}\cdot\frac{1}{\tilde{\alpha}_i} \end{aligned} \tag{7}$$

この場合，(1)式は，$\tilde{\alpha}_i\ (i = 1,\cdots,N_D)$を設計変数とする問題に書き換えることができる．

$$\text{Minimize}\ :\ C(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}>0}\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}\cdot\tilde{\alpha}_i - \sum_{\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}<0}\frac{\partial C}{\partial\tilde{\alpha}_i}\cdot\frac{1}{\tilde{\alpha}_i} - C^C \tag{8}$$

$$\text{subject to}:\ m_r(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}>0}\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}\cdot\tilde{\alpha}_i - \sum_{\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}<0}\frac{\partial m_r}{\partial\tilde{\alpha}_i}\cdot\frac{1}{\tilde{\alpha}_i} \le \bar{m}_r - m_r^C \tag{9}$$

where,

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \left\{\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\cdots,\tilde{\alpha}_i,\cdots,\tilde{\alpha}_{N_D}\right\} \tag{10}$$

$$\frac{\alpha_{\min}}{\alpha_i^{(k)}} \le \tilde{\alpha}_i \le \frac{\alpha_{\max}}{\alpha_i^{(k)}} \qquad (i = 1,\cdots,N_D) \tag{11}$$

なお，(1)～(4)式の問題に CONLIN 法を適用する場合，(5)式の設計変数 α_i を，$\alpha_i = 1/\rho_i$ とする方が，収束が速まることが知られている．

$$\mathbf{k}_i^e = (1/\alpha_i)\mathbf{k}_i^{e0}, \qquad (i = 1,\cdots,N_D) \tag{12}$$

最適化問題の解法では，目的関数であるコンプライアンスと制約条件である総質量比の設計変数に関する微分値を計算する必要がある．このような設計変数に関する微分値のことを感度係数と呼ぶ．コンプライアンスの感度係数は，次式となる．

$$\frac{\partial C}{\partial\alpha_i} = -\left(\mathbf{d}_i^{Ge}\right)^T\frac{\partial\mathbf{k}_i^{Ge}}{\partial\alpha_i}\mathbf{d}_i^{Ge} = \left(\frac{1}{\alpha_i}\right)^2\left(\mathbf{d}_i^{Ge}\right)^T\mathbf{k}_i^{Ge0}\mathbf{d}_i^{Ge} \tag{13}$$

また，総質量比の感度係数は，次式となる．

$$\frac{\partial m_r}{\partial\rho_i} = \frac{A_i l_i}{\sum_{i=1}^{N_D}(A_i l_i)} \quad \text{or} \quad \frac{\partial m_r}{\partial\alpha_i} = -\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)^2\frac{A_i l_i}{\sum_{i=1}^{N_D}(A_i l_i)} \tag{14}$$

以上で示す方法で解を求めると，細い部材が多く残ることが多く，明確な形態とはいえない．そこで，0 と 1 の間の中間密度にペナルティ p を課す方法を採用する．また，感度係数は，要素長さによって大きさが変化するため，グランドストラクチャ法では，これらの感度係数を要素体積で割った単位体積あたりの感度係数に直す．

$$\frac{\partial C}{\partial \alpha_i} = p\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)^{p+1} \left(\mathbf{d}_i^{Ge}\right)^T \mathbf{k}_i^{Ge0} \mathbf{d}_i^{Ge} \Big/ \left(A_i l_i\right) \qquad (15)$$

2.2. ESO 法による位相最適化

ここでは，1993 年に Xie と Steven によって提案された ESO 法 [9]と呼ばれる進化的構造最適化手法をグランドストラクチャ法に適用した方法を示す．ESO 法を適用する場合の最適化問題は，(1)式と同様に定義される．ESO 法では，まず $\rho_i = 1 \quad (i = 1, \cdots, N_D)$ を初期値として，グランドストラクチャの構造解析を行い，各要素の感度指標をもとに，コンプライアンスの最小化への寄与が小さい要素から順に除去していく．

$$V_i^e = \left(\mathbf{d}_i^G\right)^T \mathbf{k}_i^{Ge0} \mathbf{d}_i^G \Big/ \left(A_i l_i\right) \qquad (16)$$

ここで，v_i^e は，要素ひずみエネルギーの 2 倍を要素体積で除したものに相当するため，以下では，これを要素ひずみエネルギー密度と呼ぶことにする．ESO 法で，最も単純な方法は，最適化の各ステップで，ひずみエネルギー密度が最小の要素を探査し，次式の条件を満たす要素のみを除去する方法である．

$$V_i^{e(k)} \le \left(1 + \lambda_E\right) V_{\min}^{e(k)} \qquad (17)$$

ここで，λ_E は解の探査範囲を広げるパラメータで，ここでは除去率と呼ぶ．以上の除去アルゴリズムによって制約条件を満たす解を得る．

3. ハイブリッド法による位相最適化

第 2 章で示した CONLIN 法と ESO 法を組み合わせたハイブリッド法の計算アルゴリズムを以下に示す．

①グランドストラクチャの構造解析を行い，各設計対象要素に対して，(16)式のひずみエネルギー密度を計算する．

②残存する設計対象要素の中で $V_i^{e(k)}$ の最小値 $V_{\min}^{e(k)}$ を計算し，(10)式の条件を満足する要素を除去する（要素密度 ρ_i を 0 にする）．また，各ステップの設計対象要素の $V_i^{e(0)}$ の平均値を計算し，それと比較して $1/10^3$ 以下の要素はすべて除去する．

③残存要素の総質量比 m_r が総質量比の制約値 $\bar{m}_r$ を満足するまで，①と②を繰り返す．

④総質量比制約を満足する解を CONLIN 法の設計変数の初期値として保存する．

⑤④で得られた CONLIN 法の初期値を $\alpha_i = 1/\rho_i \ (i = 1, \cdots, N_D)$ に変換し，総質量比 m_r が総質量比の制約値 $\bar{m}_r$ に近くなるように要素密度を調整する．

⑥第 2 章で示した方法により，CONLIN 法の繰り返し計算により，最適解を求める．

4. 解析例

ここでは，第 3 章で提案した手法の有効性を第 2 章で示した CONLIN 法と文献 10）にもとづく IESO 法との比較により検証する．

4.1. 解析例 1

Fig.1 は，3000 mm×6000 mm の設計領域に，節点数 28，要素数 81 のトラス構造のグランドストラクチャ（初期形態）を示す．解析例 1 は，Fig.1 において，総質量比の制約条件を $\bar{m}_r$=0.2 として解析を行う．部材断面積はすべて等しく，境界条件は接合部をピン接合，下部 4 か所をピン支持とし，図に示す位置に 1 kN の水平荷重を与える．Fig.2 は提案手法のハイブリッド法により得られた解析結果を示す．Fig.3 は，CONLIN 法と IESO 法により得られる解の解析結果を示す．ここで，m_r は初期形態に対する要素の総質量比，C は解析後のコンプライアンス（要素ひずみエネルギー密度）を示す．図には，各手法の最適化におけるパラメータ，ペナルティ p，除去率 λ_E，付加率 λ_A を示す．

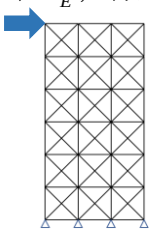


Fig.1　Ground structure of numerical example 1

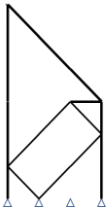
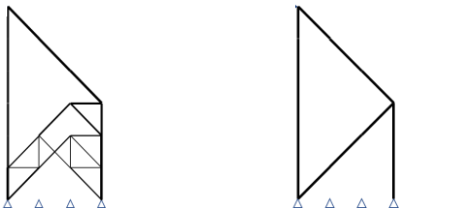


Fig.2　Analysis results of proposed solutions



m_r=0.20
C_r=1.329
p=2.0
CONLIN method

m_r=0.20
C_r=1.182
b_r=2.1,λ_E =0.10,λ_A =0.05
IESO method

Fig.3　Analysis results of comparative solutions

以上の結果より，解析例 1 では，同様の質量比において，提案手法で得られた解が，数理計画法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．また，同様に提案手法で得られた解は，IESO 法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．したがって，提案手法では，比較手法より剛性の高い解を得ることができたといえる．

4.2. 解析例 2

次に，解析例 2 は，Fig.4 に示す節点数 28，要素数 251 のトラス構造のグランドストラクチャにおいて，総質量比の制約条件を $\bar{m}_r$ =0.04 として解析を行う．設計領域と節点数，諸条件は解析例 1 と同様であるが，要素長さを最大値に設定し，要素数を増やした形態とする．要素数を増やし，異なる長さの要素を設定することで，問題をより複雑にした場合においても，提案手法で剛性の高い解が得られるのか，また，解析例 1 とは異なる形態を創生できるかを検証することを目的としている．なお，境界条件，荷重条件は上述の解析例と同様とする．

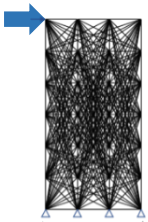
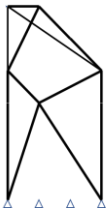
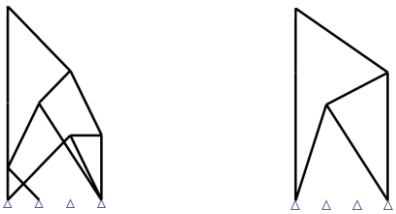


Fig.4　Ground structure of numerical example 2



m_r=0.04
C_r=22.121
p=2.0,λ_E =0.10

Fig.5　Analysis results of proposed solutions



m_r=0.04
C_r=25.456
p=2.0
CONLIN method

m_r=0.04
C_r=25.927
b_r=2.1,λ_E =0.10,λ_A =0.10
IESO method

Fig.6　Analysis results of comparative solutions

以上の結果より，解析例 2 では，同様の質量比において，提案手法で得られた解が，数理計画法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．また，同様に提案手法で得られた解は，IESO 法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．したがって，提案手法では，比較手法より剛性の高い解を得ることができたといえる．また，解析例 2 を解析例 1 と比較すると，要素数を増やして初期形態を変更することで，創生される形態も変化することがわかった．

4.4. 解析例 4

解析例 4 は，Fig.10 に示す 6000 mm×4000 mm の設計領域に，節点数 35，要素数 386 のトラス構造のグランドストラクチャにおいて，総質量比の制約条件を $\bar{m}_r$ =0.04 として解析を行う．部材断面積はすべて等しく，境界条件は接合部をピン接合，左端 5 か所をピン支持とし，図に示す位置に 1 kN の鉛直荷重を与える．Fig.11 は提案手法のハイブリッド法により得られた解析結果を示す．Fig.12 は，第 2 章，第 3 章で示した CONLIN 法と IESO 法により得られる解の解析結果を示す．なお，IESO 法は，総質量比 $\bar{m}_r$ =0.04 における正確な形態創生がアルゴリズム的に難しく，また，総質量比の制約条件下での形態創生が困難であった．この結果から，解析例 4 において，IESO 法は有効でないといえる．Fig.12 は $\bar{m}_r$ =0.04 よりわずかに大きな値における解析結果を示す．

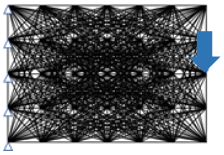
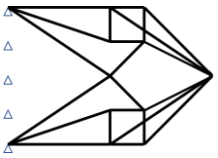
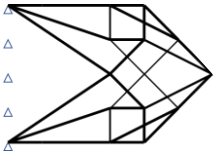


Fig.10　Ground structure of numerical example 2

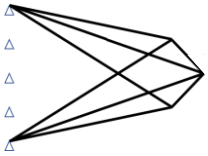


m_r=0.040
C_r=9.102
p=2.2,λ_E =0.10

Fig.11　Analysis results of proposed solutions



m_r=0.040
C_r=9.255
p=2.0
CONLIN method



m_r=0.044
C_r=10.582
b_r=2.1,λ_E =0.10,λ_A =0.10
IESO method

Fig.12　Analysis results of comparative solutions

以上の結果より，解析例 4 では，提案手法で得られた解が，数理計画法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．また，同様に提案手法で得られた解は，IESO 法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．したがって，提案手法では，比較手法より剛性の高い解を得ることができたといえる．

4.5. 解析例 5

次に，解析例 5 は，Fig.13 に示すトラス構造のグランドストラクチャにおいて，総質量比の制約条件を $\bar{m}_r$=0.03 として解析を行う．設計領域，節点数，要素数，諸条件は解析例 4 と同様であるが，支持点の数を Fig.13 に示す左端 2 か所に変更する．なお，その他の境界条件，荷重条件は上述の解析例 4 と同様とする．

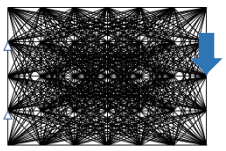
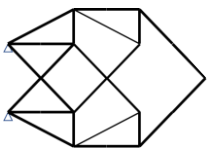
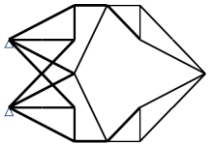


Fig.13　Ground structure of numerical example 2

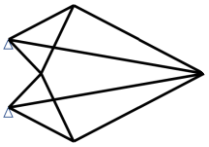


m_r=0.03
C_r=28.090
p=1.5,λ_E =0.10

Fig.14　Analysis results of proposed solutions



m_r=0.03
C_r=30.538
p=2.0
CONLIN method



m_r=0.03
C_r=32.959
b_r=2.1,λ_E =0.10,λ_A =0.10
IESO method

Fig.15　Analysis results of comparative solutions

以上の結果より，解析例 5 では，同様の質量比において，提案手法で得られた解が，数理計画法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．また，同様に提案手法で得られた解は，IESO 法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．したがって，提案手法では，比較手法より剛性の高い解を得ることができた．

4.6. 解析例 6

解析例 6 は，Fig.16 に示す 24000 mm×12000 mm の設計領域に，節点数 45，要素数 632 のトラス構造のグランドストラクチャにおいて，総質量比の制約条件を $\bar{m}_r$=0.04 として解析を行う．部材断面積はすべて等しく，境界条件は接合部をピン接合，左端 5 か所をピン支持とし，図に示す位置に 1 kN の鉛直荷重を与える．なお，本解析例は，これまでの解析例と比較して要素数を増やし，より複雑な初期形態としている．このような状況においても，提案手法を用いて剛性の高い有効な解が得られるか検証することを目的とする．Fig.17 は提案手法のハイブリッド法により得られた解析結果を示す．Fig.18 は，第 2 章，第 3 章で示した CONLIN 法と IESO 法により得られる解の解析結果を示す．

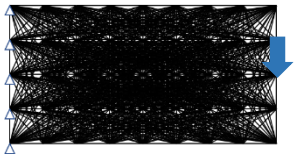
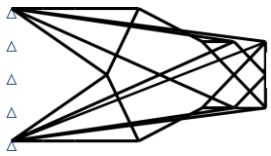
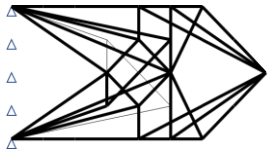


Fig.16　Ground structure of numerical example 5

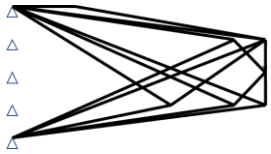


m_r=0.04
C_r=36.909
p=2.2,λ_E =0.10

Fig.17　Analysis results of proposed solutions



m_r=0.04
C_r=37.715
p=2.2
CONLIN method



m_r=0.04
C_r=42.876
b_r=2.1,λ_E =0.10,λ_A =0.10
IESO method

Fig.18 Analysis results of comparative solutions

以上の結果より，解析例 6 では，同様の質量比において，提案手法で得られた解が，数理計画法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．また，同様に提案手法で得られた解は，IESO 法で得られた解より，コンプライアンスが小さいことがわかる．したがって，提案手法では，比較手法より剛性の高い解を得ることができた．

4. まとめ

本論文では，数理計画法と進化的手法の考えを組み合わせた新たな骨組構造の位相最適化手法を提案した。そして、提案手法によって得られる解と、それぞれの文献で提案された手法によって得られる解とを比較し、有効性を検証した．その結果，以下のような知見が得られた．

(1) 二次元の基本的な解析例において，文献 5)，文献 6）で示した方法よりも，剛性の高い解を得られることがわかった．
(2) 要素数，境界条件，荷重条件を変化させた場合においても，提案手法より，剛性の高い解を得られることがわかった．
(3) 本論文に示した解析例において，すべての問題が 1000 ステップ未満で収束し，計算時間も約 20 秒であったことから，Excel VBA でも解析が可能だとわかった．

以上により，本論文で提案した手法は，特性が異なる数理計画法と進化的手法を組み合わせた新たな手法ではあるが，既往の各手法よりも優れていることが検証できた．

参考文献

1) Kawamura, H. and Ohmori, H.: Structural creation of 3-dimentional trusses using genetic algorithm, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), No.538, pp.115-121, 2000. 12 (in Japanese)
河村拓昌，大森博司：遺伝的アルゴリズムによる立体トラス構造物の形態創生，日本建築学会構造系論文集，No.538, pp.115-121, 2000.12

2) Takada, T., Matsuoka T.: Application of linear programing method for truss topology optimization with objective functions of volume and compliance, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), No.598, pp.87-91, 2005. 12 (in Japanese)
高田豊文，松岡貴士：体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用，日本建築学会構造系論文集，No.598, pp.87-91, 2005.12

3) Kawamura, H. and Ohmori, H.: Computational morphogenesis for discrete structures with connection variables through usage of genetic algorithm, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), No.555, pp.121-128, 2002. 5 (in Japanese)
河村拓昌，大森博司：遺伝的アルゴリズムによる接合状態を考慮した離散的構造物の形態創生，日本建築学会構造系論文集，No.555, pp.121-128, 2002.5

4) Fujii, D., Manabe, M., Takada, T.: Computational morphogenesis of building structure using ground structure approach, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), Vol.73, No.633, pp.1967-1973, 2008. 11 (in Japanese)
藤井大地，真鍋匡利，高田豊文：グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生，日本建築学会構造系論文集，Vol.73, No.633, pp.1967-1973, 2008.11

5) Kosaka, K., Matsumoto, S., Fujii, D.: Topology optimization of frame structures using ESO method and ground structure method, Journal of Structural and Construction Engineering (Transaction of AIJ), Vol.81, No.721, pp.547-553, 2016. 3 (in Japanese)
高坂憲治，松本慎也，藤井大地：ESO 法とグランドストラクチャ法を用いた骨組構造物の位相最適化，日本建築学会構造系論文集，Vol.81, No.721, pp.547-553, 2016.3

6) Xie, Y. M., Steven, G. P. : A simple evolutionary procedure for structural optimization, Computers and Structures Vol.49, pp.885–886, 1993

7) Mizutani, Y., Matsumoto, S., Ono, S. and Fujii, D.: Study on Computational morphogenesis of partial multi-layer lattice shell using ESO method, Journal of Structural Engineering, Vol. 67B, pp.183-188, 2021.3 (in Japanese)
水谷友香，松本慎也，小野聡子，藤井大地：ESO 法を用いた部分的複層ラチスシェルの形態創生に関する研究－その 1 基本特性に対する検討，構造工学論文集，Vol.67B, pp.183-188, 2021.3

8) C. Fleury and V. Braibant : Structural Optimization: A new dual method using mixed variables, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.23, pp.409-428, 1986

9) C. Fleury : CONLIN: an efficient dual optimizer based on convex approximation concepts, Structural Optimization, Vol.1, pp.81-89, 1989

10) Fujii, D.: Easy simulation with Excel! Architectural Design and Optimal Structure w/CD-ROM, MARUZEN publishing, 2008 (in Japanese)
和田朋佳，松本慎也，藤井大地：ESO 法を用いた骨組構造の位相最適化，第 17 回コロキウム構造形態の解析と創生 2022

11) 藤井大地著『Excel で簡単にシミュレーション！ 建築デザインと最適構造 CD-ROM 付』，丸善出版，2008

Efficient Truss Structure Optimization Using Numerical Strategies for Design Variable Reduction and Architectural Flexibility

Zhu Lidong 1) , Zhang Jingyao 2)
1) Graduate School of Engineering, Kyoto University, Graduate student
2) Graduate School of Engineering, Kyoto University, Asso. Prof, Dr. Eng

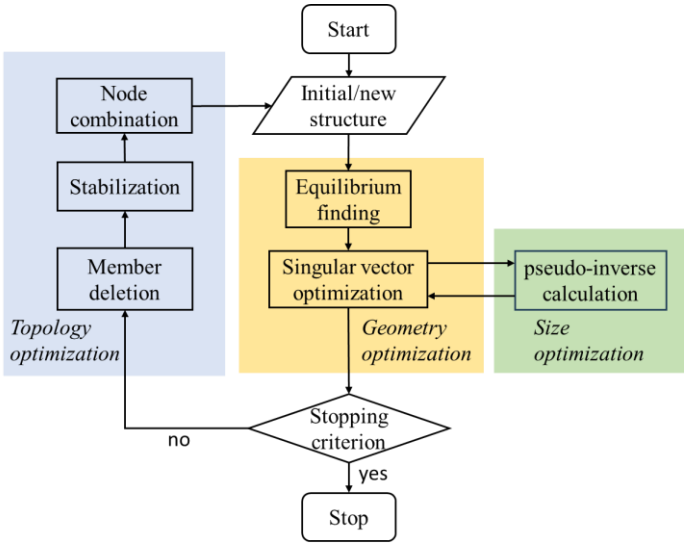


Figure 1. Optimization flow chart

1. Introduction

Trusses have superior mechanical performance in comparison to other structural forms, e.g., (moment-bearing) frames because they only carry axial forces. The ground structure method (GSM) has been proved effective for truss optimization. In optimization problem, designers might impose constraints on the compliance of the truss and minimize its structural weight, or vice versa. In recent years, it has become popular to utilize the plastic layout optimization, in which it solves a LP problem to minimize the structural weight of truss subject to the equilibrium equation with axial forces as the only design variables, since the increasingly effective LP algorithms become available 1).

However, for the classical GSM, the quality of result is highly dependent on the initial GS. To obtain an optimal structure with simpler topology, it is required to increase the lattice density of GS, which results in a significant increase of time cost 2). Another solution is to introduce the "geometric" approach to GS that incorporates nodal coordinates along with cross-sectional properties as design variables. Then the problem becomes a nonlinear programming (NLP) problem with mixed types of design variables. Achtziger 3) applied a bi-level optimization approach to efficiently deal with the two types of design variables. However, it doesn't change the fact that the mixture of variable types and the nonlinear nature of geometry optimization lead to slow computational speed and convergence difficulties, especially for complicated structures.

This paper uses bi-level optimization and GSM, and proposes numerical strategies to reduce the number of design variables, improving computational performance. Additionally, it performs a process of topology optimization to help converge to an optimal or simple structure. The optimization process involves the following steps:

(1) Input ground structure.
(2) Perform equilibrium finding to the structure.
(3) Perform geometry optimization while simultaneously applying size optimization to the structure.
(4) If the stopping criterion is met, output the final structure. Otherwise, perform topology optimization to obtain a new structure and return to step (2).

They are also presented in the optimization flow chart, see Fig.1.

In section 5, numerical complementary strategies are presented to avoid local instability and consider different materials in compression and tension for truss members. Finally, the two-stage processing is adapted for efficiency improvement.

2. Formulation of truss optimization problem

Consider a truss with n_1 free nodes, n_2 loaded nodes and n_3 supporting nodes. Let m denote the number of members. Coordinates of loaded nodes and supporting nodes are prescribed.

Let $\boldsymbol{s} \in \Re^m$ denotes the vector of axial forces, $\boldsymbol{D} \in \Re^{3(n_1+n_2)\times m}$ denotes the equilibrium matrix, and $\boldsymbol{P} \in \Re^{3(n_1+n_2)}$ the vector of external loads for a three-dimensional problem 4), respectively. For the free nodes and loaded nodes, the equilibrium equation can be summarized as

$$\boldsymbol{Ds} = \boldsymbol{P} \tag{1}$$

2.1. *Fully stress design*

In this paper, we firstly assume that each member reaches its allowable stress, having the same value in compression and tension, namely fully stress design. Let a_i, σ_i and l_i denote the cross-sectional area, allowable stress and member length for the i^{th} member, respectively. Then the total volume is

$$V = \sum_{i=1}^{m} a_i l_i = \sum_{i=1}^{m} \frac{|s_i|}{\sigma_i} l_i \tag{2}$$

where s_i is the i^{th} entry of $\boldsymbol{s}$. By matrix transformation, we can derive the equilibrium equation related to signed member volumes as follows:

$$\boldsymbol{H}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{P} \tag{3}$$

where $\boldsymbol{v} \in \Re^m$ is the vector of so-called signed member volumes whose signs follows signs of axial forces and whose scales equal member volumes. $\boldsymbol{H} \in \Re^{3(n_1+n_2)\times m}$ is the equilibrium matrix related to $\boldsymbol{v}$. The definitions of them are presented as follows

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{L}^{-1}\boldsymbol{\sigma} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\sigma}^{-1}\boldsymbol{L}\boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} l_1 s_1/\sigma_1 \\ l_2 s_2/\sigma_2 \\ \vdots \\ l_m s_m/\sigma_m \end{bmatrix} \tag{5}$$

Here $\boldsymbol{L} \in \Re^{m\times m}$ and $\boldsymbol{\sigma} \in \Re^{m\times m}$ are diagonal matrices with respect to member lengths and allowable stresses, respectively.

In summary, the design variables are transformed from the axial forces to the signed member volumes. The total volume is the sum of the absolute values of entries in $\boldsymbol{v}$. Then the optimization problem can be described as follows

Opt1:

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\Re^{3n_1},\ \boldsymbol{v}\in\Re^m} f = \sum_{i=1}^{m} |v_i| \tag{6.1}$$

$$s.t. \quad \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{v} = \boldsymbol{P} \tag{6.2}$$

where $\boldsymbol{x}$ are *xyz*-coordinates of free nodes and the total number of variables is $3n_1 + m$. We transform it to a bi-level optimization problem Opt2, see 3)

Opt2:

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\Re^{3n_1}} f = \sum_{i=1}^{m} |v_i| \tag{7.1}$$

$$s.t. \quad \boldsymbol{v} \in \arg\min_{\boldsymbol{v}\in\Re^m} \{\|\boldsymbol{v}\|_1 : \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{v} = \boldsymbol{P}\} \tag{7.2}$$

in which Eq. (7.1) solves the geometry optimization problem and Eq. (7.2) solves the L1-norm minimum optimization problem or size optimization to optimize the member volumes.

2.2. Pseudo-inverse calculation

The Opt2 can be approximated by the following optimization problem

Opt3:

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\Re^{3n_1}} f = \sum_{i=1}^{m} |v_i| \tag{8.1}$$

$$\text{where} \quad \boldsymbol{v} = [\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})]^{+}\boldsymbol{P} \tag{8.2}$$

where the member volumes are determined by using the pseudo-inverse $\boldsymbol{H}^{+}$ of $\boldsymbol{H}$, and the number of variables decreases to $3n_1$. It can be solved by NLP solver, e.g., Interior-Point algorithm in MATLAB's optimization toolbox 5). Eq. (8.2) is not only applicable to the statically indeterminate cases (the rank of $\boldsymbol{H}$ is smaller than the No. of members), where the solution is L2-norm minimum, but also applicable to over-constrained problems (the rank of $\boldsymbol{H}$ is larger than the No. of members), where the solution is least squared (LS).

Compared to the Opt2, in the Opt3, member volumes are automatically determined by matrix operation (pseudo-inverse), thereby reducing the number of design variables. This is a significant advantage, especially for a complicated three-dimensional structure with a large number of members. Moreover, for the result of L1-norm method in the Opt2, volumes of most members are zero. In comparison, for the L2-norm minimum solution in Opt2, most members have nonzero volumes. After introducing an iterative process of member deletion that will be discussed in section 4.1, we can gradually change the topology of structure until an optimal or statically determinate structure is obtained 6).

3. Geometry optimization

3.1. Equilibrium finding

Let $\boldsymbol{E} \in \Re^{3(n_1+n_2)\times 3n_1}$ denote the total force density matrix and $\boldsymbol{P}^* \in \Re^{3(n_1+n_2)}$ denote the vector of generalized external loads for three-dimensional problem 4). The equilibrium equation for free nodes and loaded nodes can be summarized as follows

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}^f = \boldsymbol{P}^* \tag{9}$$

To avoid ambiguity, we call it force density equation. Eqs. (1) and (9) and may have no exact solution because their numbers of equations may be larger than numbers of variables. Therefore, this section will introduce the iterative method to find the exact equilibrium state of structure.

Firstly, the pseudo-inverse is utilized to determine one solution of the equilibrium equation as mentioned in Eq. (8.2). Then the force density equation Eq. (9) helps modify the nonequilibrium error of this equation. Instead of directly solving the force density equation, it is better to transform the variables from coordinates to coordinate variations since the L2-norm minimum solution of nodal coordinates is meaningless.

Specifically, force densities $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{L}^{-2}\boldsymbol{v}$ are substituted into the force density equation and variables are divided into two parts: current coordinates $\boldsymbol{x_0}$ and coordinate variations $\Delta\boldsymbol{x}$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{q})(\boldsymbol{x_0} + \Delta\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{P}^*(\boldsymbol{q}) \tag{10}$$

The equation can be rearranged as

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{q})\Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{P}^*(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{x_0} \tag{11}$$

Solving this equation by utilizing pseudo-inverse, we derive a set of least squared coordinate variations. Then the new nodal coordinates are updated as follows

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_0} + [\boldsymbol{E}(\boldsymbol{q})]^+\{\boldsymbol{P}^*(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{x_0}\} \tag{12}$$

Then $\boldsymbol{x}$ is substituted back into the equilibrium equation if it is still not the exact solution.

In summary, this method repeats substituting the solution of one equation into the other equation until the residual norm of any equation is smaller than a threshold. Finally, nodal coordinates and member volumes are gradually changed until the equilibrium state is found.

3.2. *Singular vector optimization*

Section 3.1 demonstrates that finding the equilibrium state can be challenging. To simplify this process and also to reduce the number of design variables, we apply singular vector optimization. Firstly, let right term of Eq. (11) equal zero, we have

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{q})\Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0} \tag{13}$$

The force density matrix can be decomposed as follows

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{U}^*\boldsymbol{S}\boldsymbol{V}^{*T} \tag{14.1}$$

$$\text{where} \quad \boldsymbol{V}^* = [\boldsymbol{\kappa}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{\kappa}_{3n_1-1} \quad \boldsymbol{\kappa}_{3n_1}] \tag{14.2}$$

Here $\boldsymbol{S} \in \Re^{(3n_1+3n_2+n_x)\times 3n_1}$ contains singular values S_i which are arranged from largest to smallest and $\boldsymbol{\kappa}_i$ are the corresponding singular vectors. Then we linearly combine singular vectors corresponding to n_{sv} (a small number, e.g., twice the dimension) smallest singular values to form the coordinate variations $\Delta\boldsymbol{x}$. This is an approximate solution of Eq. (13), by which, the equilibrium change is controlled to the least extent. Then new coordinates are updated as follows

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_0} + \Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_0} + \textstyle\sum_{i=3n_1-n_{sv}+1}^{3n_1} \boldsymbol{\kappa}_i\, c_i \tag{15}$$

where c_i are coefficients of singular vectors. Consequently, the optimization problem can be reformed as follows

Opt4:

$$\min_{\boldsymbol{c}\in\Re^{n_{sv}}} f = \textstyle\sum_{i=1}^{m}|v_i| + p \tag{16.1}$$

$$\text{where} \quad \boldsymbol{v} = [\boldsymbol{H}_{con}(\boldsymbol{x})]^+\boldsymbol{P}_{con} \tag{16.2}$$

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_0} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{c} \tag{16.3}$$

Here $\boldsymbol{c} \in \Re^{n_{sv}}$ represents the vector of coefficient and $\boldsymbol{K} \in \Re^{3n_1\times n_{sv}}$ represents the set of singular vectors. p is a continuously differentiable penalty function related to residual norm which helps avoid generating unbalanced structures.

This method provides a more efficient optimization direction guided by a subset of singular vectors, which can be considered as a subspace of the solution space of nodal coordinates. The number of design variables is further reduced to n_{sv}.

4. Topology Optimization and stopping criterion

4.1. *Member deletion*

The Process of member deletion involves deleting members with small absolute axial forces. This can be described as follows

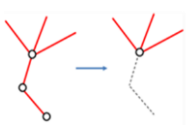
$$\textit{Step1 delete} \quad |s_i| \le \beta \times \max(|s_1|, |s_2|, \dots, |s_m|) \tag{17.1}$$

$$\textit{Step2 delete} \quad |s_j| \le \gamma \times \min(|s_1|, |s_2|, \dots, |s_m|)_{except\ |s_i|} \tag{17.2}$$

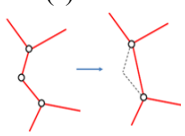
where β and γ are control coefficients. The convergence efficiency of optimization is significantly affected by these coefficients. Large coefficients may result in a high convergence speed, however, leading to poor results for mistakenly deleting some essential members. small coefficients may result in a good result, however, causing low efficiency. Therefore, the determination of them is an experiential operation based on needs of the design.

4.2. *Stabilization and node combination*

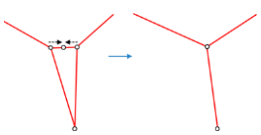
After member deletion, there may be unstable members remaining. To avoid local instability, the unstable members are removed and two members connected by one free node are combined. Notably, some resulting single nodes should be removed. They are illustrated in Fig. 2 (a) and (b).



(a) Member removal



(b) Member combination



(c) Node combination

Figure 2. Topology modification

During the geometry optimization, some members may appear too short. To address this, we merge these two nodes connected by short members. Notably, some resulting overlapped members should be removed. It is illustrated in Fig. 2 (c).

4.3. Stopping criterion

Procedures in the topology optimization are heuristic, which help generate a simpler structure and speed up convergence, however, they do not guarantee a smaller volume. Therefore, they sometimes result in a significant increase in structural volume. And also, they may mistakenly delete essential members, resulting in failure of equilibrium finding. To improve the performance of algorithm, we perform topology optimization in advance to check whether these two cases occur. If any of them occurs, we undo topology optimization and perform a thorough geometry optimization in the next iteration. The coordinates update in Opt4 can be reformed as follows

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_0} + \sum_{i=1}^{3n_1} \boldsymbol{\kappa}_i \, c_i \tag{18}$$

where the number of design variables increases to $3n_1$. If in the next iteration, it is still unable to generate a stable and volume-decreasing structure, then terminate the iteration.

5. Numerical complementary strategies

5.1. Local buckling penalty

As the optimization progresses, local instability may occur when the compressive force in a long and slender member exceeds its critical buckling load. Therefore, we introduce a buckling penalty coefficient to the objective function.

As we know that a bar simply supported at both ends has the critical load: $s_{cr} = \pi^2 EI/l^2$. Assume that every member has the circle or square section and every member has the same Young's modulus. Then, the relation between the ratio of the critical load to the axial force and bar properties is $s_{cr}/|s| \propto |s|/\sigma^2 l^2$. The larger this ratio is, the less likely the bar is to buckle. So, we set the multiplicative inverse of exponential form of this ratio as a buckling penalty coefficient. However, we prefer the linear form of axial force because the exponential axial force makes the problem difficult to solve. Finally, we have the buckling penalty coefficient

$$c = \sigma^{\alpha} l^{\alpha} \tag{19}$$

where α is the buckling factor. We multiply the coefficient to the volumes of compressive members to restrict the effect of local buckling. Thereby, the definition of signed member volumes, considering buckling effect, and the corresponding equilibrium equation can be reformed as

$$\boldsymbol{v}_{\alpha} = \boldsymbol{\sigma}^{(-1+\alpha)} \boldsymbol{L}^{(1+\alpha)} \boldsymbol{s} \tag{20.1}$$

$$\boldsymbol{H}_{\alpha} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{L}^{(-1-\alpha)} \boldsymbol{\sigma}^{(1-\alpha)} \tag{20.2}$$

Finally, the objective function of geometry optimization can be reformed as

$$f_2 = -\sum_{i=1}^{m_c} \frac{s_i}{{\sigma_i}^{1-\alpha}} {l_i}^{1+\alpha} + \sum_{i=1}^{m_t} \frac{s_i}{\sigma_i} l_i + p \tag{21}$$

5.2. Different allowable stresses

In the practical design, we use different allowable stresses for compressive and tensile materials. E.g., in the design of cable-stayed bridges, allowable stresses of tensile members (cables) ${\sigma_i}^{(t)}$ are larger than that of compressive members ${\sigma_i}^{(c)}$. In this situation, it's challenging to determine material properties because we can only figure out the sign of axial forces after we've solved the equilibrium equation. However, building the equilibrium equation itself relies on knowing the sign of axial forces. We introduce an iterative method as follows to determine the material properties.

Step 0 Assign $\boldsymbol{\sigma}^0 = \mathrm{diag}(\sigma_1^0, \sigma_2^0, \cdots \sigma_{\mathrm{m}}^0)$ where $\sigma_i^0 = {\sigma_i}^{(c)}$. Set $j := 1$.

Step 1 Solve $\boldsymbol{v}^j = [\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\sigma}^{j-1})]^{+}\boldsymbol{P}$.

Step 2 Assign $\boldsymbol{\sigma}^j = \mathrm{diag}(\sigma_1^j, \sigma_2^j, \cdots \sigma_m^j)$ where $\sigma_i^j = \begin{cases} {\sigma_i}^{(c)}, & \text{if } v_i^j < 0 \\ {\sigma_i}^{(t)}, & \text{if } v_i^j > 0 \end{cases}$.

Step 3 If $\boldsymbol{\sigma}^j = \boldsymbol{\sigma}^{j-1}$, output $\boldsymbol{v}^j$ and terminate the iteration, otherwise, set $j \leftarrow j + 1$ and return to Step 1.

where $\boldsymbol{\sigma}^j$ and $\boldsymbol{v}^j$ are j^{th} iteration of allowable stresses and signed member volumes, respectively. To improve the efficiency, we terminate the iteration when j equals 2. In other words, we solve the equilibrium equation twice, as $\boldsymbol{\sigma}^2$ is good enough for most cases. And then the objective function of geometry optimization can be reformed as

$$f_3 = -\sum_{i=1}^{m_c} \frac{s_i}{{\sigma_i}^{(c)}} l_i + \sum_{i=1}^{m_t} \frac{s_i}{{\sigma_i}^{(t)}} l_i + p \tag{22}$$

5.3. Two-stage processing for efficiency improvement

For complicated three-dimensional structures, we use two-stage processing to improve optimization efficiency. In detail, in pre-processing, we apply a pure size optimization to the ground structure and delete members with tiny absolute axial forces. In re-processing, we input the result of pre-processing as the initial structure instead of GS, and perform the main optimization process previously discussed in this paper. This method will help us delete most useless members in ground structure, therefore, reducing the time cost of optimization iteration.

The pure size optimization based on plastic design method and considering different materials are proposed in 1, 2). We extend it to a standard linear programming problem, considering buckling penalty, as follows

Opt5:

$$\min_{\boldsymbol{T}_\alpha,\ \boldsymbol{C}_\alpha \in \Re m} f = \boldsymbol{e}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{T}_\alpha \\ \boldsymbol{C}_\alpha \end{bmatrix} \tag{23.1}$$

$$s.t.\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_\alpha^{(t)} & -\boldsymbol{H}_\alpha^{(c)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{T}_\alpha \\ \boldsymbol{C}_\alpha \end{bmatrix} = \boldsymbol{P} \tag{23.2}$$

$$\boldsymbol{T}_\alpha \geq \boldsymbol{0},\ \boldsymbol{C}_\alpha \geq \boldsymbol{0} \tag{23.3}$$

where $\boldsymbol{e}$ is a vector of length $2m$, whose entries are all equal to 1. $\boldsymbol{T}_\alpha$ and $\boldsymbol{C}_\alpha$ represents the vectors of tensile and compressive member volumes, considering buckling penalty, respectively. $\boldsymbol{H}_\alpha^{(t)}$ and $\boldsymbol{H}_\alpha^{(c)}$ are the corresponding equilibrium equations. The definitions of them are presented as follows

$$\boldsymbol{H}_\alpha^{(t)} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{L}^{(-1-\alpha)}\boldsymbol{\sigma}^{(t)(1-\alpha)} \tag{24.1}$$

$$\boldsymbol{H}_\alpha^{(c)} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{L}^{(-1-\alpha)}\boldsymbol{\sigma}^{(c)(1-\alpha)} \tag{24.2}$$

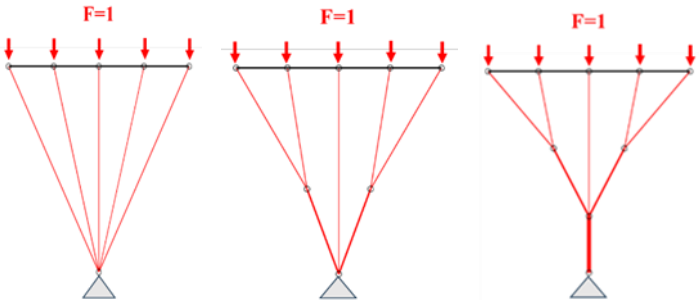
where $\boldsymbol{\sigma}^{(t)} = \mathrm{diag}\left({\sigma_1}^{(t)},\ {\sigma_2}^{(t)}, \ldots\ {\sigma_m}^{(t)}\right)$;
$\boldsymbol{\sigma}^{(c)} = \mathrm{diag}\left({\sigma_1}^{(c)}, {\sigma_2}^{(c)}, \ldots\ {\sigma_m}^{(c)}\right)$.

We can use various available linear programming tools to solve this problem.

6. Numerical examples

Example1 Tree-like branching structure

The Tree-like branching structure is applied with vertical loads on nodes of the roof. We assume horizontal equilibrium of roof nodes is automatically satisfied and preserve the roof members, see black lines in Fig.3, during topology optimization. And the single axial symmetric condition is considered. The result is illustrated in Fig. 3. For $\alpha = 0$, the result contains long and slender compressive members. As α increases, number of such members decreases. Although, see Table 1, volume of structures increases, at the point of aesthetics and structural safety, the results become more practically applicable.



(a) α = 0 (b) α = 0.1 (c) α = 0.4

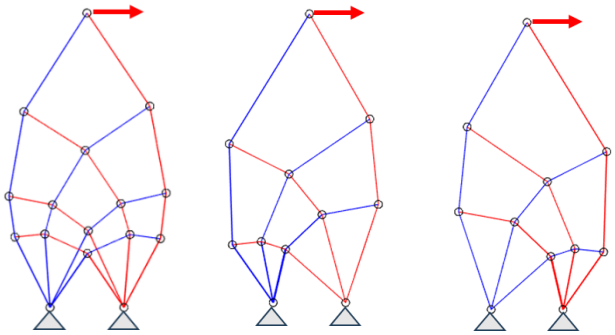
Figure 3. Results using different buckling penalty factors.

Table 1. Results of branching structure optimization

	Volume	f_2	ε	CPU time [s]
(a)	22.5000	22.5000	0	9.3903
(b)	22.6757	24.8132	1.0875e-04	13.4427
(c)	23.7780	29.1160	1.1115e-04	15.7783

Example2 cantilever beam structure

In this example we assume all the compressive members have the same allowable compressive stress σ_C and all the ensile members have the same allowable tensile stress σ_T.



$\sigma_T = 1\ \sigma_C = 1$ $\sigma_T = 1\ \sigma_C = 8$ $\sigma_T = 8\ \sigma_C = 1$

(a) (b) (c)

Figure 4. Results using different materials

From the result of cantilever beam structure as shown in Fig. 4, we can see, as we introduce the different materials, the results became asymmetric, and the proportion of compressive and tensile members changed.

Example3 three-dimensional bridge structure

In this example, we compare the result by two-stage processing, see Figs. 5 and 6, and the result by single-stage processing, in Fig. 7. When dealing with this example, we apply vertical loads equaling 1, and opposing lateral loads equaling 0.2 to the nodes of bottom plane. Four vertices of plane are fixed nodes. We didn't consider buckling and different materials. And during topology optimization we preserve members of bottom plane.

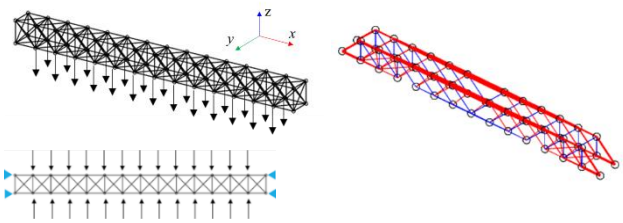


Figure 5. GS and result of pure size optimization

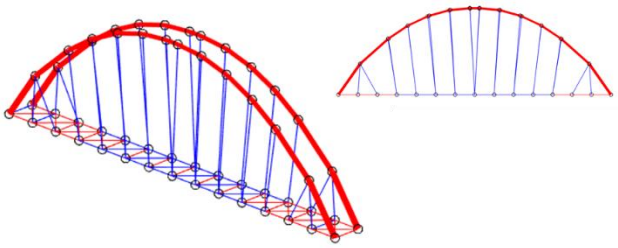


Figure 6. Result after re-processing and its front view

By pure size optimization, many members in GS are deleted previous to the main optimization process, see Fig. 5. The results show big difference in form of structure between two methods.

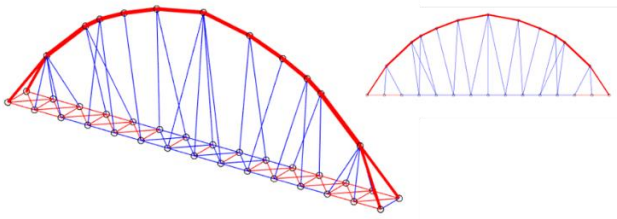
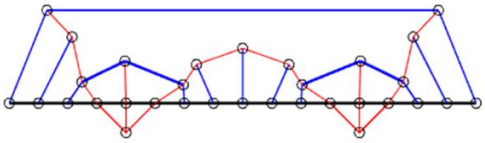


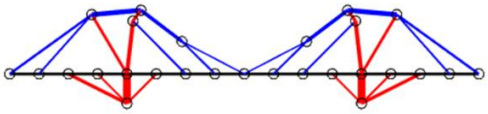
Figure 7. Result using single-stage processing and its front view

Example4 two-dimensional bridge structure

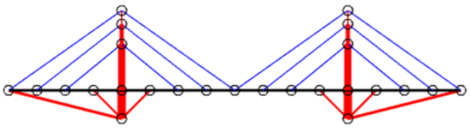
In this example, we apply two-stage processing to two-dimensional bridge, in which buckling penalty and different materials are both considered. Members in bridge plane are preserved, see dark lines in Fig. 8.



(a) $\alpha = 0.2 \quad \sigma^C = 4 \quad \sigma^T = 1$



(b) $\alpha = 0.2 \quad \sigma^C = 1 \quad \sigma^T = 1$



(c) $\alpha = 0.2 \quad \sigma^C = 1 \quad \sigma^T = 4$

Figure 8. Results using different materials and considering buckling penalty

From the results shown in Fig. 8, there is no long and slender compressive members. As the ratio of allowable tensile stress to allowable compressive stress increases, the proportion of tensile members increases. Consequently, we generate the bridge forms like arch bridge, see middle part of Fig. 8(a), and cable-stayed bridge, see Fig .8(c). The result data are as shown in Table2.

Table 2. Results of bridge structure optimization

	No. members	No. nodes	volume	ε	CPU time [s]
(a)	32	52	70.28	1.26e-04	47.26
(b)	27	44	106.32	1.21e-04	145.96
(c)	25	42	72.98	8.39e-05	6.89

7. Conclusion

An original and effective approach for optimizing both 2-dimensional and 3-dimensional truss structures is presented in this paper. By the introduction of numerical strategies, the number of design variables is dramatically reduced and, therefore, the computational speed is improved. Additionally, by adjusting buckling penalty factor and material properties, we can obtain various forms of rational trusses. In this paper, geometry changes are always in the form of current coordinates plus coordinate variations. This idea of controlling equilibrium change to the least extent will help keep the original form of structure. Consequently, architecture designers can perform further optimization for an already designed structure, using this optimization approach.

Reference

1) Gilbert, M. and Tyas, A. (2003) Layout optimization of large-scale pin-jointed frames. Engineering Computations, Vol. 20 No. 8, pp. 1044-1064.
2) Sokół, T. A (2011) 99 line code for discretized Michell truss optimization written in Mathematica. Struct Multidisc Optim 43, 181–190.
3) Achtziger, W. (2007) On simultaneous optimization of truss geometry and topology. Struct Multidisc Optim 33, 285–304.
4) Zhang, J. Y., and M. Ohsaki (2006) Adaptive Force Density Method for Form-finding Problem of Tensegrity Structures. International Journal of Solids and Structures 43 (18–19): 5658–5673.
5) MATLAB, Optimization Toolbox™ User's Guide, "fmincon" function.
6) Topping, B.H.V. (1992) Mathematical Programming Techniques for Shape Optimization of Skeletal Structures. In: Rozvany, G.I.N. (eds) Shape and Layout Optimization of Structural Systems and Optimality Criteria Methods. International Centre for Mechanical Sciences, vol 325. Springer, Vienna.

曲げ歪エネルギー率を用いた自由曲面シェルの形状評価に関する研究
—形状修正量を指定した形状最適化による敏感性の調査—

門松 碧音[1)]，福田 滉貴[2)],山本 憲司[3)]
1) 東海大学工学部建築学科，学部生，0ceb3231@mail.u-tokai.ac.jp
2) 東海大学工学部建築学科，学部生，0ceb2113@mail.u-tokai.ac.jp
3) 東海大学工学部建築学科，教授，博士(工学)

1 はじめに

近年、建築の設計プロセスにBIMや3D-CADが使われ、建築デザインのあり方が変化するとともに、建築技術の発展により複雑な曲面形状を有する自由曲面シェルが建設可能となった。しかし、力の流れが3次元的なシェル構造はその形状が力学的に合理的か否かを直感的に判断することは難しい。そこで著者の一人は文献1)でシェル形状の良し悪しを判断する指標として、曲げ歪エネルギー率（外力により生じる歪エネルギーのうち曲げ歪エネルギーの占める割合）を用いることを提案した。また、文献2)では、様々なシェルについて形状最適化を適用して曲げ歪エネルギーの極力小さなシェル形状を求め、すべてのモデルで曲げ歪エネルギー率が0.2以下となる結果を示した。これによりどのような境界や開口を持つ場合でもシェルの形状を適切に選ぶことで概ね面内抵抗型にできることを明らかにした。しかし、文献2)の結果では、視覚的にほとんど違いのないわずかな形状の変化でも曲げ歪エネルギー率が大きく変動する場合があり、巨視的なシェル形状のみでは曲げ歪エネルギー率の値は決まらないこと、曲げ歪エネルギー率の敏感性やロバスト性も、シェル形状の良し悪しを判断する指標として重要となることが示唆された。

そこで本報では、曲面の形状修正量を一定とする制約条件を与えて形状が大きく変化しないように拘束し、曲げ歪エネルギーを目的関数として形状最適化・最悪化を行う。その結果によって得られる曲げ歪エネルギー率の変動幅を調べることで、様々な境界や開口をもつシェルの曲げ歪エネルギー率の敏感性をそれぞれ調査･分析する。

2 形状評価と方法

本研究では与えられたシェルの近傍で形状修正を行い、曲げ歪エネルギー率の変化を調査する。

2.1 曲げ歪エネルギー率

既報では自由曲面シェルの形状の力学的な良否を判断する指標の一つとして曲げ歪エネルギー率を用いることを提案した。

曲げ歪エネルギー率は外力により生じる歪エネルギーのうち曲げ歪エネルギーの占める割合のことであり、次式のように定義する。

$$U_b \Big/ U = \mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_b\mathbf{d} \Big/ \mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}\mathbf{d} \tag{1}$$

ここで、U_b は曲げ歪エネルギー、U は歪エネルギー、$\mathbf{d}$ は節点変位ベクトル、$\mathbf{K}_b$ は曲げ剛性マトリクス（剛性マトリクスの面内剛性をゼロとしたマトリクス）、$\mathbf{K}$ は剛性マトリクスを示す。

2.2 解析モデル・条件

解析モデルは既報の論文と同様にH.IslerがIASS国際会議で示したスケッチを参考に作成された26種類のモデルである。各モデルの形状を図1に示す。いずれのモデルも代表スパン S=40m、ライズ H=8としている。なお、シェルの座標は水平方向をX,Y座標とし、垂直方向をZ座標とする。なお、これらの解析モデルは文献1),2)と同じモデルである。3D-CADのRhino+Grasshopperで作成された。

解析条件は次のように仮定する。境界支持条件はZ=0の平面上の節点をピン支持とし、それ以外はすべて自由端とする。ただし、点支持されたモデルは支持点付近の応力が過大となるのを防ぐために隣接節点もピン支持した。シェル厚は、$\sqrt{(\text{シェルの表面積})} \times 1/200$ と仮定する。材料はRCと仮定し、ヤング率21GPa、ポアソン比νは0.17、単位体積重量は24kN/m^{3}とする。外力は9.8m/s^{2}の一様な加速度外力をX,Y,Z方向にそれぞれ与えた。

2.3 問題設定

上述の26個の解析モデルに対し、形状修正量を指定して最適化・最悪化によって形状修正を行う。その後、水平・垂直方向の曲げ歪エネルギー率がどのように変化したかを調査し、解析モデルの曲げ歪エネルギーに対する敏感性について分析することを本研究の目的とする。

図１　左図 H.Isler のスケッチ、右図解析モデル

2.3.1　形状修正量を指定した最適化・最悪化

曲面の平均移動量が指定値となるような制約条件を与え、曲げ歪エネルギーの最適化、最悪化を行う。垂直方向及び水平方向の一様加速度外力により生じる曲げ歪エネルギーをそれぞれ同時に最適化する問題を考える。この多目的最適化に対して重み係数法を用いると、目的関数および制約条件は次式のように表せる。

$$\text{目的関数：}\ f(\mathbf{b}) = w_1 U_b^X + w_2 U_b^Y + w_3 U_b^Z \qquad (2)$$

$$\text{制約条件：}\ c(\mathbf{b}) = \Delta\bar{r}^2 - R^2 = 0 \qquad (3)$$

ここに、w_1, w_2, w_3：重み係数、U_b^X, U_b^Y, U_b^Z：X,Y,Z 方向外力時の曲げ歪エネルギー、$\Delta\bar{r}$：曲面平均移動量、R：指定する曲面平均移動量、$\mathbf{b}=[b_1,\cdots,b_m]^T$：設計変数（ベーシスベクトルの重み係数であり後述する）である。

制約条件の曲面平均移動量 $\Delta\bar{r}$ は次のように定義する。

$$\Delta\bar{r}^2 = \frac{\sum_e \int_{S_{e0}} \Delta\mathbf{r}_e^T \Delta\mathbf{r}_e \, dS}{\sum_e S_{e0}} \qquad (4)$$

ここに、$\Delta\mathbf{r}_e(x,y)=[\Delta x,\Delta y,\Delta z]^T$ は要素 e の、要素 x - y 座標における任意の点(x , y)での修正移動ベクトルである。（図 2）

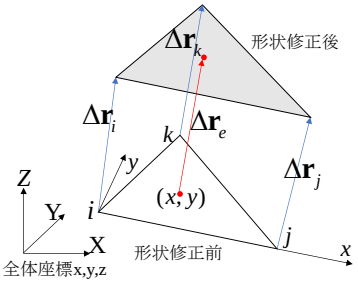


図 2 修正移動ベクトル $\Delta\mathbf{r}_e(x,y)$

$\Delta\mathbf{r}_e(x,y)$ は、三角形要素を構成する i,j,k の節点移動ベクトル $\Delta\mathbf{r}_i, \Delta\mathbf{r}_j, \Delta\mathbf{r}_k$ を内挿して、次のように表現する。

$$\Delta\mathbf{r}_e(x,y) = \mathbf{N}\left[\Delta\mathbf{r}_i^T, \Delta\mathbf{r}_j^T, \Delta\mathbf{r}_k^T\right]^T \qquad (5)$$

ここに、$\mathbf{N}$ は形状関数である。

S_{e0} は形状修正前の三角形要素の面積であり、積分は修正前の座標に対して行う。シェルの形状は $\mathbf{r}=\mathbf{r}_0+\Delta\mathbf{r}$ として表す。ここに、$\mathbf{r}_0=[x_{01},y_{01},z_{01},\cdots,x_{0N},y_{0N},z_{0N}]^T$ はシェル形状修正前の全体座標で表した全節点座標ベクトルであり、$\Delta\mathbf{r}$ は全節点座標の修正ベクトルである。修正ベクトルは、ベーシスベクトルを用いて変数低減することとし、次式で与える。

$$\Delta\mathbf{r}=b_1\boldsymbol{\phi}_1+\cdots+b_m\boldsymbol{\phi}_m=[\boldsymbol{\phi}_1,\cdots\boldsymbol{\phi}_m]\mathbf{b}=\boldsymbol{\Phi}\mathbf{b} \quad (6)$$

ここに、$\mathbf{b}=[b_1,\cdots,b_m]^T$ は設計変数（ベーシスベクトルの重み係数）、$\boldsymbol{\phi}_1,\cdots\boldsymbol{\phi}_m$ は形状修正モード（ベーシスベクトル）である。ベーシスベクトルの設定方法は後述する。

(3)式に(4),(5),(6)式を代入して整理すると、次式のように表現できる。

$$c(\mathbf{b})=\frac{1}{\sum_e S_{e0}}\mathbf{b}^T\boldsymbol{\Phi}^T\left(\sum_e\int_{S_{e0}}\mathbf{N}^T\mathbf{N}dS\right)\boldsymbol{\Phi}\mathbf{b}-R^2=0 \quad (7)$$

本研究は最適化手法に逐次二次計画法（SQP）法を用いる。

2.3.2　ベーシスベクトル法

ここで、設計変数はシェルの形状であるが、全節点座標を未知量とすると計算規模が大きくなること、シェル曲面が波打ち、滑らかな曲面ではなくなってしまうことがある。その為、ベーシスベクトル法を用いて変数の低減を行う。

ベーシスベクトルはシェルの形状を水平面(X-Y 平面)に投影した平板の固有振動解析を行い、得られる固有振動モードを利用する。平板の固有振動解析における境界条件は、シェルと同じピン支持とする。また、ベーシスベクトルとして選択する固有振動モードは、シェルの初期形状と同じ対称性を持っているものとした。そのようなモードの内の振動数の低い方から 5 個をベーシスベクトルとして選択した。なお、シェルでなく平板の固有振動モードを用いた理由は、固有振動数が低いほど波長の長いモードとなる為である。

例として No.6 のモデルで採用したベーシスベクトルを図 3 に示す。

2.3.3　目的関数の重み係数の指定

(3)式により、シェル曲面が大きく変化しないように拘束しながら(2)式の目的関数を最適化・最悪化する。

ここで行う最適化・最悪化の概念図を図 4 に示す。縦軸は垂直外力のU_b^Z、横軸は水平外力のU_b^X あるいはU_b^Y を表している。中央にある橙色のプロットは初期形状である。例えば$w_1=w_2=0.5, w_3=0.5$ として(2)式の目的関数の最小化を行うと、U_b^X, U_b^Y, U_b^Z はともに減少し、緑色の点のように左下の解が得られる。反対に$w_1=w_2=-0.5$, $w_3=-0.5$ のように重みに負の値を与えて目的関数の最小化を行うと、U_b^X, U_b^Y, U_b^Z はともに増加し、赤色の点のように右上の解が得られる。w_1, w_2 と w_3 の正負の様々な組み合わせの問題を解くことによって初期形状の周りに(3)式の曲面平均移動量を一定とした解群が円状に求まることになる。

本報では、26 種類のモデルに対してそれぞれw_1, w_2, w_3 を表 1 の 20 通りについて最適化・最悪化を行い、各モデルの曲げ歪エネルギー率がどのように変化するかを調査する。

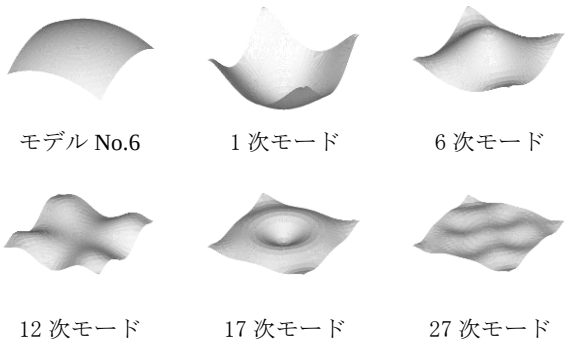


図 3　ベーシスベクトル(No. 6)

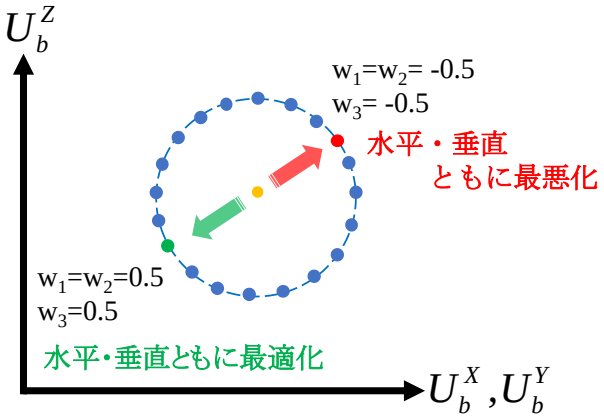


図 4　最適化・最悪化の概念図

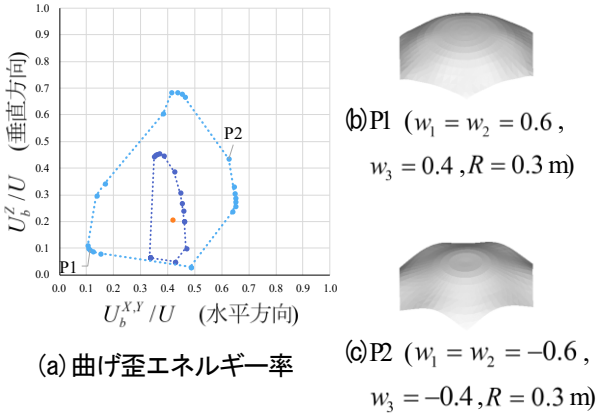
表 1　重み係数の組み合わせ

w_1, w_2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2
w_3	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8

3　形状最適化・最悪化結果

3.1　数値解析例

解析モデルは全部で26個あるがここではNo.7とNo.5を例に解析結果を示す。水平の重みw_1, w_2、垂直の重みw_3を表1の20通りに変化させてU_b/Uの分布を調査した。No.7の結果を図5(a)に示す。グラフの横軸は水平外力によるU_b^X/UとU_b^Y/Uのうち大きい値、縦軸は垂直外力によるU_b^Z/Uである。橙色は初期形状、青はR=0.1m、水色はR=0.3mのときのそれぞれ20個の最終形状の値を点線で描いている。初期形状を中心としてそれぞれの重みにより最終形状が円を描くように分布している。また、Rが大きい程円は大きくなる。図5(a)中にP1と記入した点は$w_1 = w_2 = 0.6$、$w_3 = 0.4$とした時の結果であり、この最終形状を図5(b)に示した。同様にP2と記入した点は$w_1 = w_2 = -0.6$、$w_3 = -0.4$とした時の結果であり、この最終形状を図5(c)に示した。両者の形状は巨視的には同じであるが、曲率分布に若干の違いが確認できる。次に同様にNo.5の結果を図6に示す。分布は初期形状を中心として最終形状が囲むようなきれいな分布をしていない。曲げ歪エネルギー率の非線形性が強く、多くのモデルでこのようないびつな分布となった。図6(b)と(c)の比較をすると曲率分布に違いが確認できる。

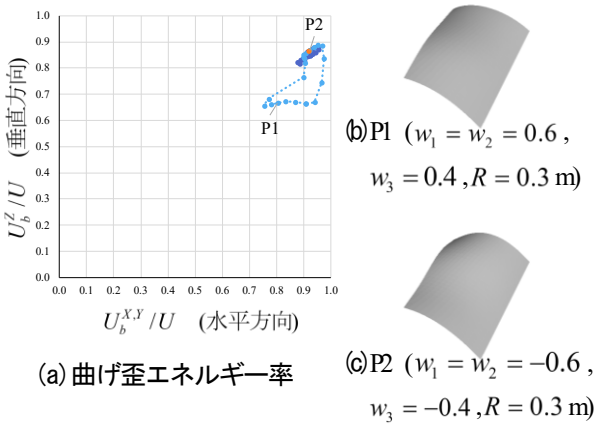


(a) 曲げ歪エネルギー率

(b) P1 ($w_1 = w_2 = 0.6$, $w_3 = 0.4$, $R = 0.3$ m)

(c) P2 ($w_1 = w_2 = -0.6$, $w_3 = -0.4$, $R = 0.3$ m)

図 5　曲げ歪エネルギー率(No. 7)



(a) 曲げ歪エネルギー率

(b) P1 ($w_1 = w_2 = 0.6$, $w_3 = 0.4$, $R = 0.3$ m)

(c) P2 ($w_1 = w_2 = -0.6$, $w_3 = -0.4$, $R = 0.3$ m)

図 6　曲げ歪エネルギー率(No. 5)

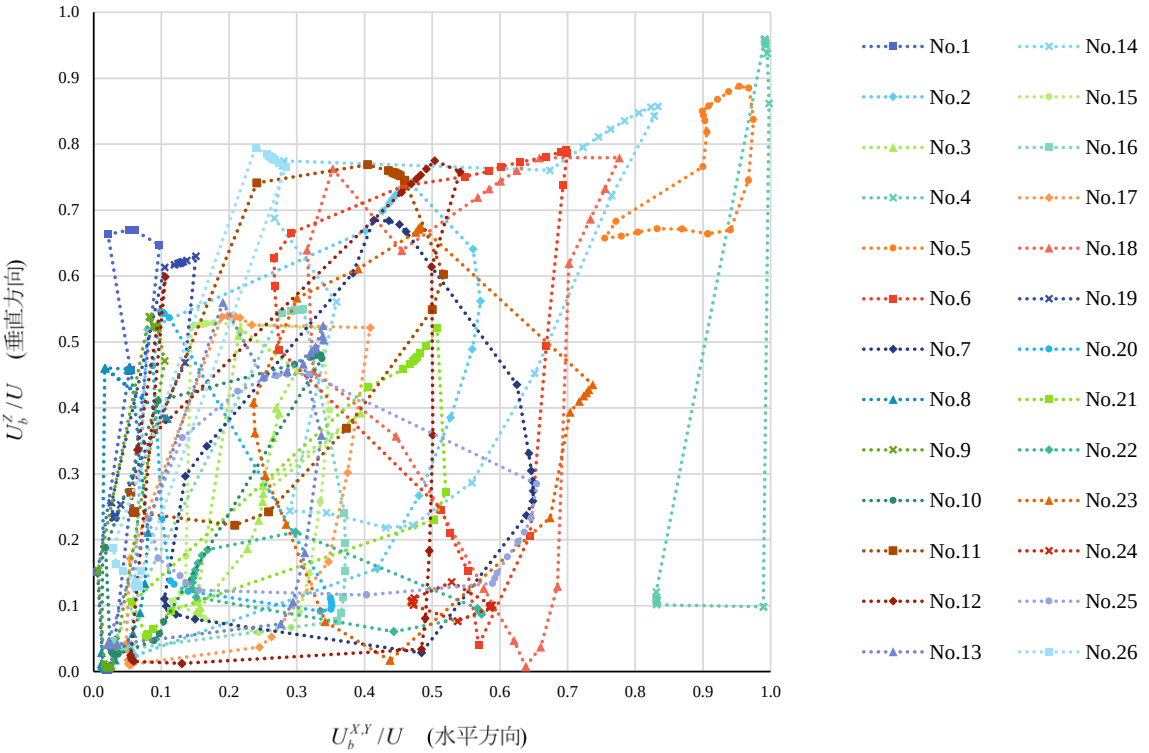


図 7　曲げ歪エネルギー率(全モデル, $R = 0.3$ m)

3.2　全モデルの曲げ歪エネルギー率

曲面平均移動量 R =0.3m における全 26 モデルの最終形状の分布を図 7 に示す。グラフの軸は図 5 および図 6 と同様である。それぞれのモデルは広い範囲に U_b/U が変動するモデルもあれば、先の No.5 のように U_b/U の変動が小さいモデルもあることがわかる。また、分布の形状や U_b/U の大小もモデルによって異なり、垂直の U_b/U が敏感なモデルや水平の U_b/U が敏感なモデルが存在することがわかる。

4　敏感性の分析

4.1　曲げ歪エネルギー率の変動幅

図 7 に示した各モデルの U_b/U の変動幅を調査する。水平方向、垂直方向についてそれぞれの U_b/U の最大値と最小値の差をとり、これを変動幅とする。水平方向の変動幅を横軸、垂直方向の変動幅を縦軸にとったグラフを図 8 に示す。グラフのプロットの数字はモデル番号を表している。数字の色分けの意味については後述する。このグラフにより各モデルが水平・垂直にどの程度敏感であるかを具体的に読み取ることができる。

4.2　クラスタリング

図 8 の水平及び垂直の変動幅のグラフを基に k-means++という手法を用いてモデルのクラスタリングを行った。クラスター数は 4 つとし、図 8 上で近いものをクラスターに分け、それぞれ青、緑、黄、赤に色分けを行った。また、これらのクラスター毎に各モデルの初期形状を図 9 に示した。図 8、図 9 を見ると U_b/U の変動幅が比較的小さいモデルが Cluster B、大きなモデルが Cluster C にクラスタリングされている。また、Cluster C には頂点に開口を持つモデルやフリーエッジを持つモデルが多く含まれている。Cluster D には開口、フリーエッジを持たないドーム状のモデルや放物線を回転させたような形状のモデルが含まれている。それぞれのクラスターで共通の特徴を持ったモデルが幾つかみられることがわかる。

4.3　変動幅と変動幅の中心値の関係

変動幅と変動幅の中心値の関係を調査した。変動幅の中心値とは変動幅算定時の曲げ歪エネルギー率の最大値と最小値の平均を取った値であり、曲げ歪エネルギー率がどの付近を中心として変動するかを見るために算出した。水平方向の変動幅を横軸、水平方向の変動幅の中心値を縦軸にとったグラフを図 10(a) に示す。数字の色は

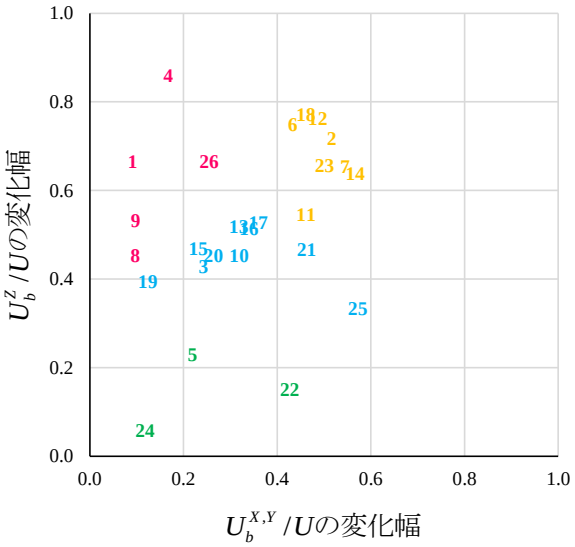


図 8　曲げ歪エネルギー率の変動幅

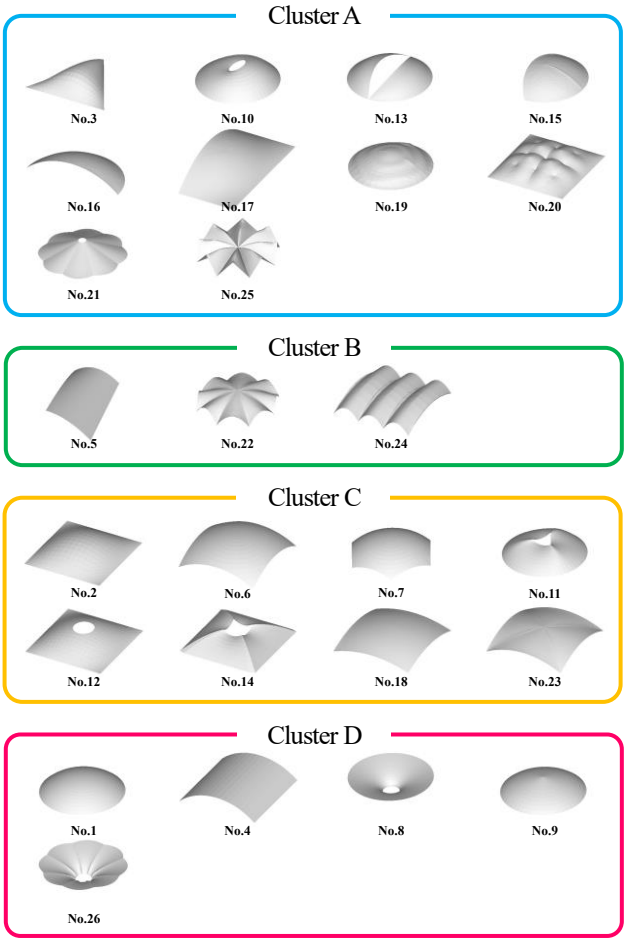


図 9　クラスター毎の初期形状

先のクラスタリングの色である。このグラフを見ると No.4、No.5 は変動幅が小さいが変動幅の中心値は大きなモデルであることがわかる。これはつまり、モデルの曲げ歪エネルギー率が常に大きく形状修正しても改善しな

いことを意味する。一方で例えばNo.4と同じクラスターに属するNo.1は変動幅が小さくかつ変動幅の中心値も非常に小さい。これは曲げ歪エネルギー率が形状を変化させても常に小さいことを意味している。このように変動幅が小さいと判断された同じクラスターに属するモデルでも、その変動しない意味が大きく異なる場合があることがわかる。

次に垂直方向の変動幅と垂直方向の変動幅の中心値の関係を示したグラフを図10(b)に示す。No.5は垂直においても変動幅の中心値が大きなモデルであり、構造的には垂直方向に対して劣悪なモデルとわかる。同じクラスターに属するNo.22やNo.24はNo.5とは逆に変動幅の中心値が小さく変動幅も小さいため優良なモデルである。

以上のことから変動幅のみでクラスターに分類して優劣を評価するのは問題があることがわかった。今後さらに適切なクラスター分けとなるように検討したい。

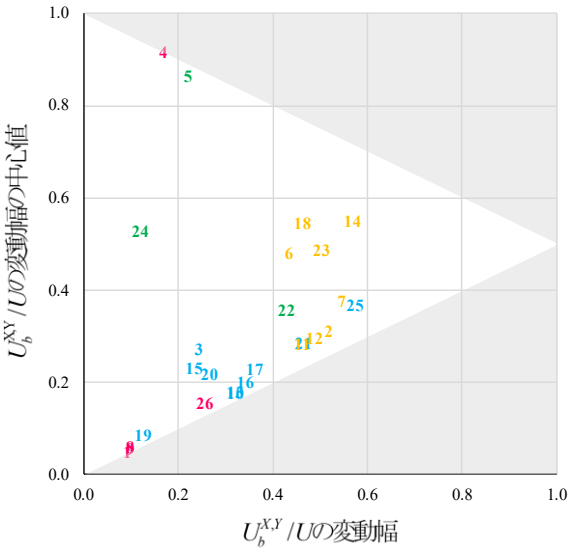
5 まとめ

本研究では曲面の形状修正量を一定とする制約条件を与えて形状が大きく変化しないように拘束し、曲げ歪エネルギーを目的関数として形状最適化・最悪化を行った。さらにその結果によって得られる曲げ歪エネルギー率の変動幅を調べることで、様々な境界や開口をもつシェルの曲げ歪エネルギー率の敏感性をそれぞれ調査・分析を行った。本研究で得られた成果を以下に示す。

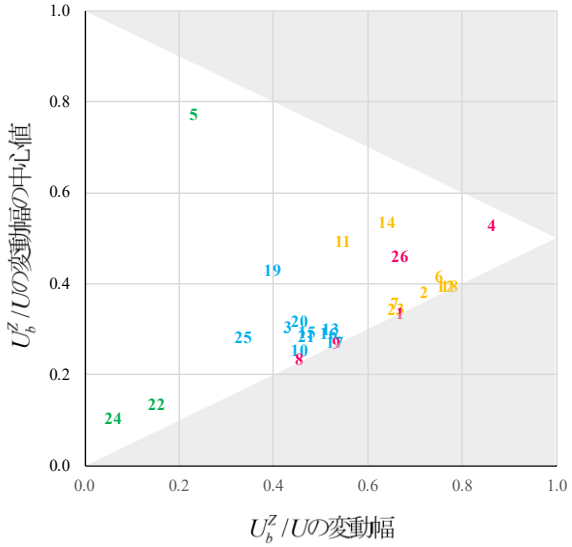
1) 曲面平均移動量を拘束して形状最適化・最悪化を行った。その結果、最終形状の分布は初期形状を中心として最終形状が円を描くようなモデルやいびつな形となるモデルがあることを示した。また、垂直に敏感なモデルや水平に敏感なモデルなどの特徴は様々であり、U_b/U の大小も様々である。

2) 各モデルの変動幅のグラフをもとにクラスタリングを行った。変動幅の近いものをクラスターに分けるとそれぞれのクラスターで、変動幅の大小や開口及びフリーエッジの有無など、共通の特徴が幾つか見られた。しかし、同じクラスターに属していても初期形状の良し悪しや変動幅の大小が異なるモデルが存在することを示した。

上記の結果を踏まえ、シェル形状の優劣を直接的に判断できるような分析方法の検討を進めたい。



(a) 水平方向



(b) 垂直方向

図 10 変動幅と変動幅の中心値の関係

謝辞

本研究を進めるにあたり東海大学2020年度卒業生の渡辺太一氏、陳吉氏の協力を得ました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

1) 打樋勇人, 山本憲司:曲げ歪エネルギー率を用いた自由曲面シェルの形状評価に関する研究, 構造工学論文集 Vol.62B, pp.61-67, 2016.3

2) 山本憲司,峯岸睦,打樋勇人, : 曲げ歪エネルギー率を用いた自由曲面シェルの形状評価に関する研究 その 2:形状最適化されたシェルの曲げ歪エネルギー率, 構造工学論文集 Vol.65B, pp.475-481, 2019.3

ねじれの抑制された曲面の形態創生とその力学的性状

清水　万紀子[1)]，藤田　慎之輔[2)]
1)北九州市立大学大学院国際環境工学研究科，大学院生，d2mbb009@eng.kitakyu-u.ac.jp
2)北九州市立大学大学院国際環境工学研究科，准教授，博士(工学)，s-fujita@kitakyu-u.ac.jp

1　概要

スプライン関数などによるパラメトリック曲面は，一般に節点数よりも少ない数の制御点座標値で曲面の滑らかさを保持したまま形状制御が可能であるため，形状最適化をはじめとしたformfinging技術と相性が良く，主にRCの自由曲面シェル構造物などの形状表現に利用されてきた他[1]，一般的なCAD/CGソフトウェアに標準搭載されている．ただし，ラチスシェルなどを想定した場合には，実際の構造物としてはグリッドが存在し，グリッドの1つ1つに仕上げが施工される離散曲面となる．四角形グリッドを想定した場合，1つ1つの面がねじれ面になってしまうと施工性が大きく低下するため，施工性を考えれば連続曲面としてパラメトリックに扱うことが必ずしも適切ではない場合がある．既往の研究では，将来的に四角形グリッドで構成されるラチスシェルのジオメトリデザインに適用することを想定し，パラメトリック曲面を用いず四角形要素からなる離散曲面の節点を直接扱うことにより，施工に適した形状を生成する新しい形状制御手法が考案された[2]．一方で，同手法は構造物の滑らかさのみを考慮した形態創生手法であるため，過度なひずみエネルギーや表面積を有した解となる恐れがあり，実際の構造物として設計する際に力学的な強度が必要となるため，必ずしも得られる解が優良解であるとは限らない．本研究では，四角形要素で構成されるシェルを，形状制御汎関数を用いて表面全体の平滑性や各格子の平坦性を処理すると共に，表面積と剛性を考慮した曲面の創生を行う．また，最適化で得られた結果を力学的な観点から評価する．

2　四角形要素の面勾配

各四角形要素の面勾配を定義するために四角形要素内の任意の座標x, y, zを頂点の座標をx_i, y_i, z_i(i=1, ・・・, 4)を用いて次式で表す．

$$x=\sum_{i=1}^{4} N_i x_i,\ y=\sum_{i=1}^{4} N_i y_i,\ z=\sum_{i=1}^{4} N_i z_i \qquad (1)$$

ここで，N_i(i=1, ・・・, 4)は形状関数で2つのパラメータ$\xi, \eta(-1 \le \xi \le 1,\ -1 \le \eta \le 1)$を用いて次のように定義する．

$$\begin{aligned} N_1&=\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta),\ N_2=\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\ N_3&=\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta),\ N_4=\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \end{aligned} \qquad (2)$$

x, yのパラメータに関する偏微分は次式で記述できる．

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \xi}&=\sum_{i=1}^{4}\frac{\partial N_i}{\partial \xi}x_i \quad \frac{\partial x}{\partial \eta}=\sum_{4}^{i=1}\frac{\partial N_i}{\partial \eta}x_i \\ \frac{\partial y}{\partial \xi}&=\sum_{i=1}^{4}\frac{\partial N_i}{\partial \xi}y_i \quad \frac{\partial y}{\partial \eta}=\sum_{4}^{i=1}\frac{\partial N_i}{\partial \eta}y_i \end{aligned} \qquad (3)$$

また，

$$\frac{\partial N_1}{\partial \xi}=-\frac{1}{4}(1-\eta), \quad \frac{\partial N_1}{\partial \eta}=-\frac{1}{4}(1-\xi) \qquad (4)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial \xi}=\frac{1}{4}(1-\eta), \quad \frac{\partial N_2}{\partial \eta}=-\frac{1}{4}(1+\xi) \qquad (5)$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial \xi}=\frac{1}{4}(1+\eta), \quad \frac{\partial N_3}{\partial \eta}=\frac{1}{4}(1+\xi) \qquad (6)$$

$$\frac{\partial N_4}{\partial \xi}=-\frac{1}{4}(1+\eta), \quad \frac{\partial N_4}{\partial \eta}=\frac{1}{4}(1-\xi) \qquad (7)$$

である．さらに，形状関数のx, yに関する偏微分についてヤコビアンを

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial \xi} & \dfrac{\partial y}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \eta} & \dfrac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

とすれば

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix}=\boldsymbol{J}\begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial x} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \qquad i=1,\cdots,4 \qquad (9)$$

の関係が成り立つことから

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial x} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \qquad i = 1, \cdots, 4 \qquad (10)$$

により陽に計算できる．

このとき，z座標に関する面勾配$\nabla z(\xi, \eta)$は次式で表される．

$$\nabla z(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial z}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \displaystyle\sum_{i=1}^{4} \dfrac{\partial N_i}{\partial x} z_i \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{4} \dfrac{\partial N_i}{\partial y} z_i \end{bmatrix} \qquad (11)$$

以降，定式化の簡略化のために，

$$\frac{\partial z}{\partial x}(\xi, \eta) = z_x(\xi, \eta), \quad \frac{\partial z}{\partial x}(\xi, \eta) = z_y(\xi, \eta) \qquad (12)$$

とおく．また，e番目の要素に関する量であることを左下添え字で表すものとする．例えば，要素eの$\xi = 1.0$，$\eta = 0.0$の点におけるx方向勾配は${}_e z_x(1.0, 0.0)$となる．

3　曲面全体の滑らかさと要素のねじれを制御する汎関数

離散曲面が図1に示すような$N \times M$の格子グリッドで構成される場合，隣接する要素間で勾配差が小さい程曲面は滑らかであることから(図2)，次式に示すような汎関数f_1によって曲面全体の滑らかさを制御することが可能となる．

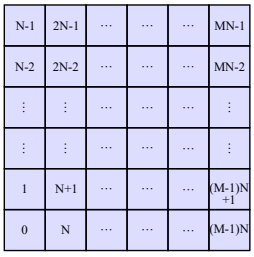


図1: 格子グリッドの要素番号

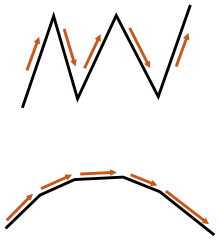


図2: 面勾配の変化量による滑らかさの違い

$$f_1 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N-1} \left\{ {}_{N\cdot i+j} z_y(0,0) - {}_{N\cdot i+j+1} z_y(0,0) \right\}^2 + \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ {}_{N\cdot i+j} z_x(0,0) - {}_{(N+1)\cdot i+j} z_x(0,0) \right\}^2 \qquad (13)$$

汎関数f_1は，各要素の中央の勾配の二乗の合計から求められる．また，施工性を考慮すると曲面を構成する四角形要素は，ねじれが少なく平面に近いことが望ましい．図3に示すように，各要素の対角関係にある頂点同士の勾配差を制御することで，その要素のねじれ度を評価できる．ここで，その2乗和f_2を考える．

$$\begin{aligned} f_2 = \sum_{e=1}^{N^2} \big[& \left\{ {}_e z_x(-1,-1) - {}_e z_x(1,1) \right\}^2 \\ & + \left\{ {}_e z_x(1,-1) - {}_e z_x(-1,1) \right\}^2 \\ & + \left\{ {}_e z_y(-1,-1) - {}_e z_y(1,1) \right\}^2 \\ & + \left\{ {}_e z_y(1,-1) - {}_e z_y(-1,1) \right\}^2 \big] \end{aligned} \qquad (14)$$

はアイソパラメトリック要素である各要素の対角関係にある頂点同士の勾配差のx，y成分を足したものである．汎関数f_2は各要素のねじれが大きくなるにしたがって値は大きくなる．この汎関数を0に近づけることで，平面に近い四角形要素のみで曲面を形成できることから，以上を踏まえ次のような最適化問題を考える．

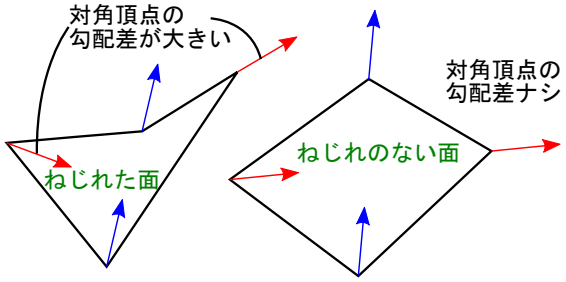


図3: 対頂点のねじれ度と勾配差の関係

$$\underset{\boldsymbol{z}}{\text{minimize}} \quad f_1 + f_2 \qquad (15a)$$

$$\text{subject to} \quad z_i = \bar{z}_i \quad (i \in \mathrm{A}) \qquad (15b)$$

ここで，設計変数を節点のz座標とし，Aはz座標を指定する節点番号の集合を表し，z_iは節点のz座標，$\bar{z}_i$はz

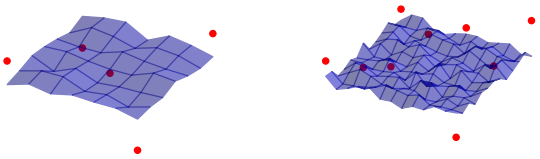
の座標の指定値である．これらの最適化問題を解くことで，任意の解析モデルに対して指定点を通る滑らかな離散曲面を生成できる[2]．この研究では，ねじれのない形態の創生を行っているが，表面積やひずみエネルギーの検討は行っていない．そこで，ねじれのない形態と表面積やひずみエネルギーとの関係性を考慮した最適化を解き，検討を行う．

4　多目的最適化例と力学的性能の検討

汎関数f_1とf_2と表面積および剛性の相互関係を以下の多目的最適化で検討する．

$$\underset{\boldsymbol{z}}{\text{minimize}} \quad \begin{cases} f_1 + f_2 \\ W \\ S \end{cases} \qquad (16)$$
$$\text{subject to} \quad z_i = \bar{z}_i \quad (i \in \mathrm{A})$$

W[kNm]とS[m^2]はそれぞれひずみエネルギ―と表面積を示す．本研究で扱うモデルの初期形状と指定点を図4に示す．図4(a)(b)は10m×10mの四角形要素で構成されており，モデル①は6×6，モデル②は12×12のグリッドパターンとし，5点(図4(a))と9点(図4(b))に指定点として座標を与えている．図4における青い面は初期形状(zは0～1の範囲でランダムに与えている)，赤点は集合Aに所属する節点のz座標を指定値$\bar{z}$として点を表す．　境界条件はいずれの解析モデルも四隅で固定支持とする．構成部材はすべて○-165.2x6.0の円形鋼管とし，ヤング係数205[GPa]，ポアソン比0.3とする．各部材は剛接合されているものとする．弾性解析はOpenSeesPy[3]により行う．荷重は自重のみとし，四角形要素の表面積S_eは曲面の第1基本量E，G，Fを用いて算出する．



(a)モデル①　　(b)モデル②

図4: 最適化解析の初期形状と指定点

$$S = \sum_{e=0}^{(N\times M)^{-1}} s_e \qquad (17)$$
$$s_e = \int\int \sqrt{EG - F^2}\, d\xi d\eta$$

積分計算は，4点ガウス積分を使用する．

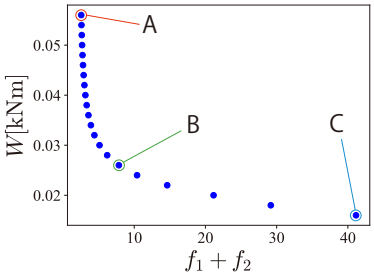
次に式(18)～(20)の最適化問題を考える。式(18)は，目的関数を$f_1 + f_2$とし，制約条件をWとする問題を考える．この式より，ひずみエネルギーを考慮した上で曲面が滑らかな形状を得ることができる．式(19)は，目的関数をSとし，制約条件をWとする問題を考える．この式より，ひずみエネルギーを考慮した上で表面積が大きい形状を得ることができる．式(20)は，目的関数を$f_1 + f_2$とし制約条件をSとする問題を考える．この式より，表面積を考慮した上で曲面が滑らかな形状を得ることができる．

$$\underset{\boldsymbol{z}}{\text{minimize}} \quad f_1 + f_2 \qquad (18a)$$
$$\text{subject to} \quad z_i = \bar{z}_i \quad (i \in \mathrm{A}) \qquad (18b)$$
$$W \le \bar{W} \qquad (18c)$$

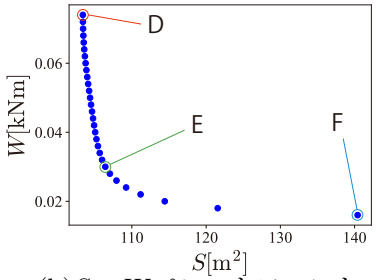
$$\underset{\boldsymbol{z}}{\text{minimize}} \quad S \qquad (19a)$$
$$\text{subject to} \quad z_i = \bar{z}_i \quad (i \in \mathrm{A}) \qquad (19b)$$
$$W \le \bar{W} \qquad (19c)$$

$$\underset{\boldsymbol{z}}{\text{minimize}} \quad f_1 + f_2 \qquad (20a)$$
$$\text{subject to} \quad z_i = \bar{z}_i \quad (i \in \mathrm{A}) \qquad (20b)$$
$$S \le \bar{S} \qquad (20c)$$

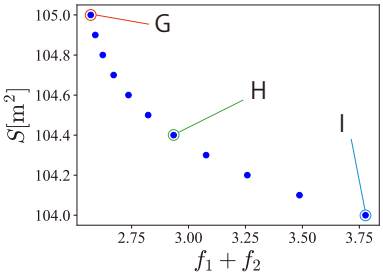
ここで，$\bar{W}$および$\bar{S}$はそれぞれWおよびSの上限値である．本研究では，$\bar{W}$および$\bar{S}$の値を様々に変化させながら繰り返し最適化問題(18)～(20)を解くことによって，間接的に多目的最適化問題(17)を解くこととした。また，実際の構造物として設計する場合，曲面の形状表現の自由度や滑らかさ，ならびに平坦性のみではなく力学的な強度が求められる．そこで，多目的最適化問題より求められたモデルに対してmidas[4]を用いて力学的性状について検討する．$f_1 + f_2 - W$パレートフロントを図5(a)図12(a)に，$W - S$パレートフロントを図5(b)図12(b)に，$f_1 + f_2 - S$パレートフロントを図5(c)図12(c)にそれぞれ示す．図6～図8および図13～図15に目的関数を縦軸にとり，変位，Y軸およびZ軸の曲げモーメントを横軸とした図を示す．代表的な解形状を図9～図11および図16～図18にそれぞれ示す．代表的な解は，目的関数が最小と最大の場合とパレート解の中央付近の解を抜粋している．表1および表2は，代表的な解の$f_1 + f_2$，S，W，$\mathrm{d}_{\max}$，$\mathrm{My}_{\max}$，$\mathrm{Mz}_{\max}$の値を示す．



(a)f_1+f_2-Wパレートフロント

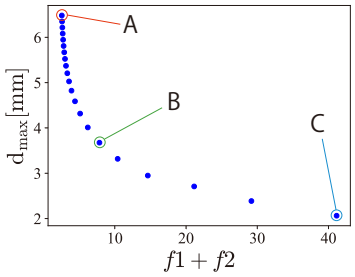


(b)$S-W$パレートフロント

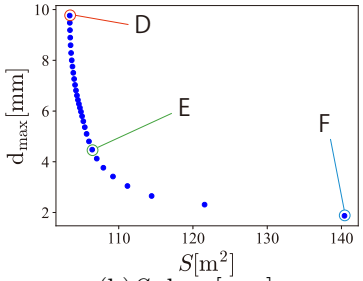


(c)f_1+f_2-Sパレートフロント

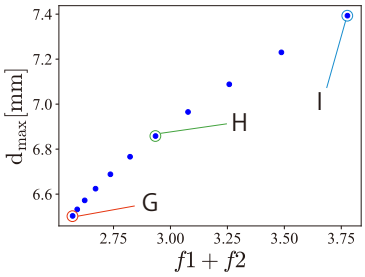
図5: モデル①のパレートフロント



(a)f_1+f_2-d_{max}[mm]

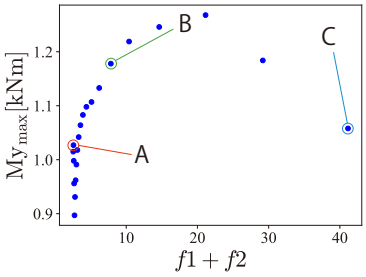


(b)S-d_{max}[mm]

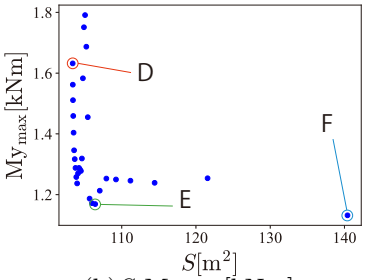


(c)f_1+f_2-d_{max}[mm]

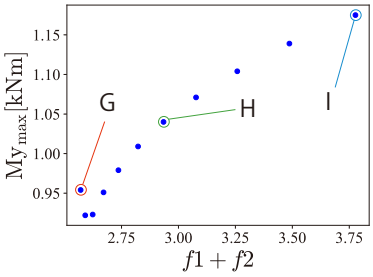
図6: 目的関数-変位(モデル①)



(a)f_1+f_2-My_{max}[kNm]

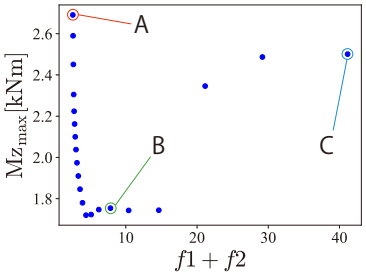


(b)S-My_{max}[kNm]

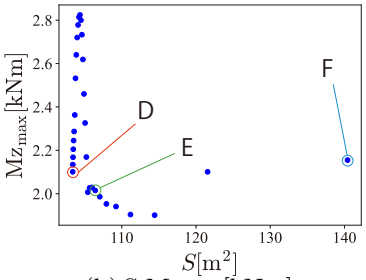


(c)f_1+f_2-My_{max}[kNm]

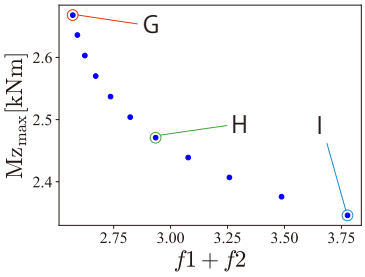
図7: 目的関数-Y軸回りの曲げモーメント(モデル①)



(a)f_1+f_2-Mz_{max}[kNm]

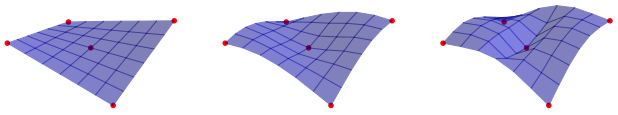


(b)S-Mz_{max}[kNm]



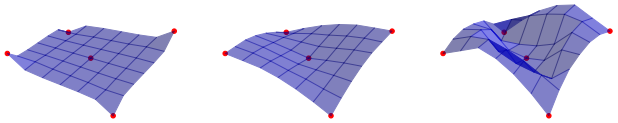
(c)f_1+f_2-Mz_{max}[kNm]

図8: 目的関数-Z軸回りの曲げモーメント(モデル①)



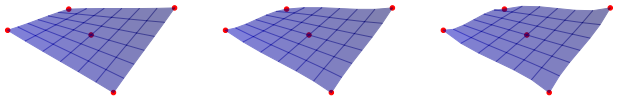
(a)A (b)B (c)C

図9: モデル①のA，B，Cにおける解析結果



(a)D (b)E (c)F

図10: モデル①のD，E，Fにおける解析結果

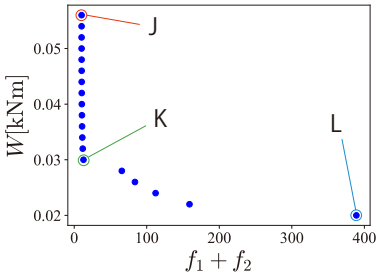


(a)G (b)H (c)I

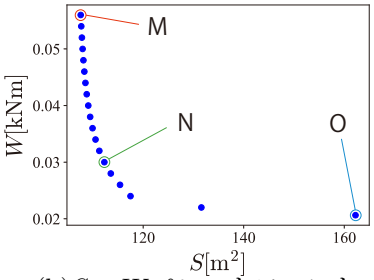
図11: モデル①のD，E，Fにおける解析結果

表 1: 各解析結果における力学的性能(モデル①)

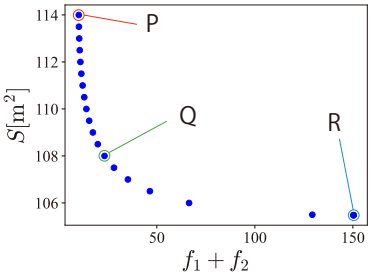
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
f_1+f_2	2.563	7.846	41.14	11.51	5.771	132.0	2.570	2.934	3.777
S[m^2]	105.1	108.2	118.7	103.4	106.4	140.4	105.0	104.4	104.0
W[kNm]	0.056	0.026	0.016	0.074	0.030	0.016	0.056	0.056	0.059
d_{max}[mm]	6.482	3.675	2.063	9.763	4.477	1.87	6.503	6.858	7.393
My_{max}[kNm]	1.015	1.178	1.058	1.632	1.169	1.132	0.954	1.04	1.175
Mz_{max}[kNm]	2.691	1.754	2.501	2.101	2.015	2.155	2.668	2.471	2.346



(a)f_1+f_2-Wパレートフロント

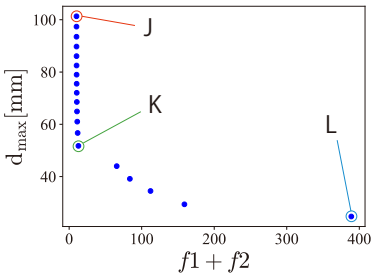


(b)$S-W$パレートフロント

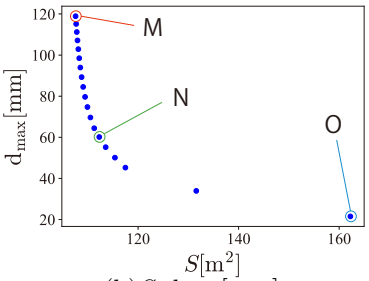


(c)f_1+f_2-Sパレートフロント

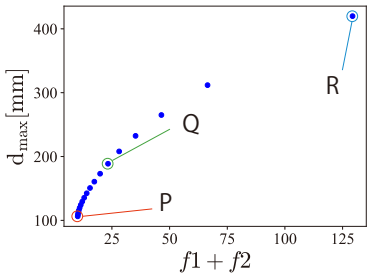
図12: モデル②のパレートフロント



(a)$f1+f2$-d$_{max}$[mm]

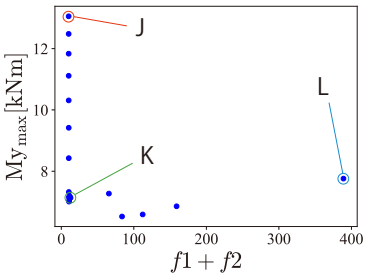


(b)S-d$_{max}$[mm]

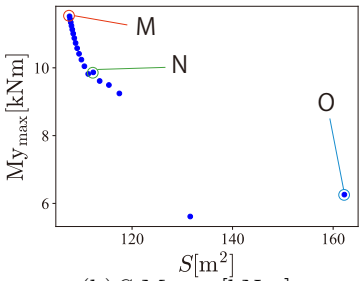


(c)$f1+f2$-d$_{max}$[mm]

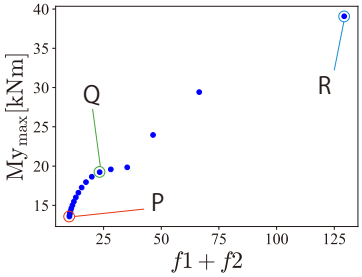
図13: 目的関数-変位(モデル②)



(a)f_1+f_2-My$_{max}$[kNm]

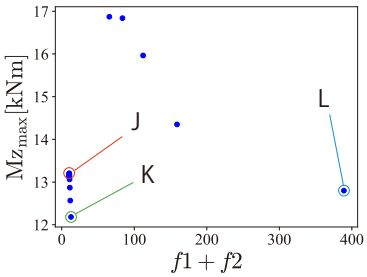


(b)S-My$_{max}$[kNm]

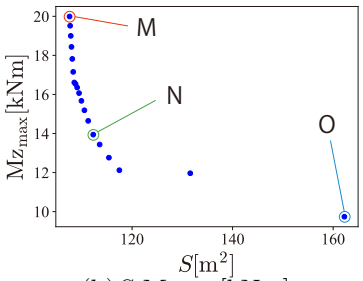


(c)f_1+f_2-My$_{max}$[kNm]

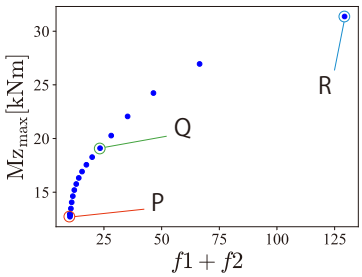
図14: 目的関数-Y軸回りの曲げモーメント(モデル②)



(a)f_1+f_2-Mz$_{max}$[kNm]

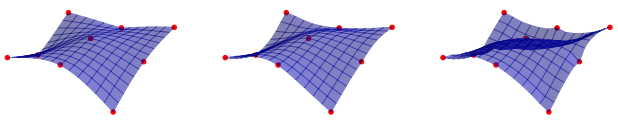


(b)S-Mz$_{max}$[kNm]



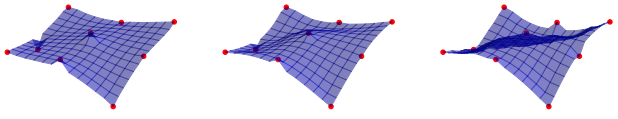
(c)f_1+f_2-Mz$_{max}$[kNm]

図15: 目的関数-Z軸回りの曲げモーメント(モデル②)



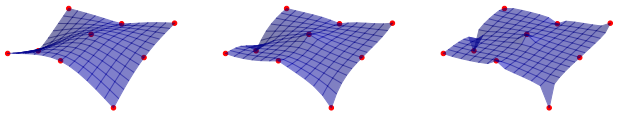
(a)J (b)K (c)L

図16: モデル②のJ，K，Lにおける解析結果



(a)M (b)N (c)O

図17: モデル①のM，N，Oにおける解析結果



(a)P (b)Q (c)R

図18: モデル①のP，Q，Rにおける解析結果

表 2: 各解析結果における力学的性能(モデル②)

	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
f_1+f_2	10.15	12.79	389.0	88.57	52.96	1073	10.17	23.296	129.4
S[m^2]	114.4	117.1	147.7	107.6	112.3	162.2	114.0	108.0	105.5
W[kNm]	0.056	0.030	0.020	0.056	0.030	0.020	0.056	0.113	0.245
d$_{max}$[mm]	101.3	12.79	24.72	118.9	60.14	21.51	106.3	188.7	419.9
My$_{max}$[kNm]	10.15	7.133	7.760	11.52	9.867	6.259	13.58	19.23	39.07
Mz$_{max}$[kNm]	13.12	12.18	12.80	19.99	13.943	9.739	12.96	19.23	31.37

問題(18)〜(20)を解いた結果を図5〜図18に示す．まず, 図5および図12について考察を行う．これらの図は, 目的関数を横軸，制約条件における上限値を縦軸にとり，それらの値においてトレードオフの関係にあることが確認できる．また，制約条件をひずみエネルギーとした場合, 目的関数であるf_1+f_2またはSがある値を下回ると急激にひずみエネルギーが増加することがわかる．一方で, f_1+f_2とSのパレートフロントは比較的ゆるやかに変化していることが分かる．一般的な構造解析では節点座標を設計変数とする解析が行われ表面の滑らかさを失うことがある．しかし，多目的最適問題(16)を問題(18)〜(20)に変換して解くことで，f_1+f_2は表面積最小化と剛性最大化を組み合わせることで滑らかな形状が得られることが分かった．実際, 問題(19)を解いたひずみエネルギー最小解によれば，赤い点を通過し，剛性は高いものの，表面の平滑性は大きく失われる可能性がある(図10，図17)．f_1+f_2を小さくすることで面の不連続性を制御できることが確認できる(図9, 図11, 図16, 図18)．次に, 問題(18)を解いた解析結果を図5〜図8および図12〜図15の(a)のグラフとモデルの形状を示す図9，図16から考察を行う．図5，図12から，滑かな形状になるに連れてひずみエネルギーは大きくなることが分かる．また，それに伴い最大変位も増加する傾向があると分かる(図6，図13)．一方で, Y軸周りおよびZ軸周りの曲げモーメントは相関関係は見られない(図7，図8，図14，図15)．次に，問題(19)を解いた解析結果を図5〜図8および図12〜図15の(b)のグラフとモデルの形状を示す図9，図16から考察を行う．図5, 図12から, 表面積が小さければひずみエネルギーは大きくなる．それに伴い最大変位も増加する傾向がある(図6, 図13)．一方で, Y軸周りおよびZ軸周りの曲げモーメントは相関関係は見られない(図7，図8，図14，図15)．次に，問題(20)を解いた解析結果を図5〜図8および図12〜図15の(c)のグラフとモデルの形状を示す図9，図16から考察を行う．図5，図12から，滑かな形状になるに連れて表面積は増加する．滑らかかつ表面積が最大の場合変位は最小になる(図6，図13)．一方で, モデル①のY軸周りおよびZ軸周りの曲げモーメントは, 相関関係が見られる(図7, 図8, 図14, 図15)．モデル①のZ軸周りの曲げモーメントのみは，負の相関関係を示している．

5 まとめ

本研究では，汎関数f_1とf_2に加えひずみエネルギーや表面積を踏まえた本研究で提案した汎関数f_1とf_2は, 構築可能性を考慮するという役割だけでなく, ノンパラメトリック曲面上の他のさまざまな形状最適化問題に対する現実的な最適解を導き出すための補正パラメータとして使用できることが分かった．また，形状の滑らかさとひずみエネルギーや面積を最適化した場合，形状が滑らかであれば変形が小さくなると限らないことが分かった．形状の滑らかさによる施工性と力学的強度の双方から曲面の最適解を導き出す必要があると考えられる．

謝辞

本研究の一部はCREST JPMJCR1911の助成を受けたものである．ここに記して謝意を表する．

参考文献

1）S. Adriaenssens, P. Block, D. Veenendaal, and C. Williams. Shell structures for architecture: Form finding and optimization. *Routledge*, 2014.

2）藤田慎之輔, 齋藤魁利. 面勾配の変化量を用いたねじれのない四角形平面で構成される離散曲面の創生. コロキウム構造形態の解析と創生2020, 2020.11.

3）M. Zhu, F. McKenna, and M. Scott. Openseespy: Python library for the opensees finite element framework. *SoftwareX*, Vol. 7, pp. 6–11, 2018.1.

4）midas iGen 理論マニュアル. 2021.6.

単層ラチスシェル構造物における総期待建設費用の最小化
－格子パターンと分割方法の違いによる影響－

岡部竜也[1)]，浜田英明[2)]
1)法政大学大学院デザイン工学研究科建築学専攻，学士，tatsuya.okabe.2f@stu.hosei.ac.jp
2)法政大学デザイン工学部建築学科，教授，博士（工学），h.hamada@hosei.ac.jp

1 序論

構造設計において、力学的合理性や経済性から、最小限の断面で最大限の機能を求めると、構造物の冗長性が失われることになる。日本では、地震や積雪などの自然現象による不確定な荷重が多く、空間構造物にこのような偏載荷重が作用した場合、耐力が著しく低下することが既往の研究で報告されている。そのため空間構造物には冗長性を持たせる必要がある。

不確定な荷重を確率論的に捉え、設計を行うのが限界状態設計法である。この設計法は、荷重値の不確定要素に加えて、部材断面の誤差や施工誤差などの人為的な不確定要素も設計に取り込めるところが特徴的であり、信頼性指標と呼ばれる値で評価する。これを使うことで建物に適切な冗長性を持たせることができる。信頼性指標が大きいと破壊確率は小さくなり、破壊確率を扱うことで構造物の期待被害費用を求めることができる。

本研究では初期建設費用に期待被害費用を加えた総期待建設費用を目的関数として、単層ラチスシェル構造物の格子パターンと分割方法の違いが総期待建設費用に与える影響を考察する。

2 理論

2.1 限界状態設計法

限界状態設計法は､構造物にどのような性能を付与し、その性能水準をどの程度に設定するかという二つの重要な側面を有している。前者については設計者や建築主が構造物に要求する多様な性能を選定することであり、それらの要求性能は使用限界状態や終局限界状態に分類解釈される。後者については、選定された性能のグレード設定に関する定量的な側面であり、考慮する限界状態ごとに設定する必要がある。

限界状態は限界状態関数を用いて表される。本研究では使用限界状態を「ある部材で最大応力度が長期許容応力度を超えた状態」、終局限界状態を「作用荷重が弾性座屈荷重を超えた状態」と定義した。

2.2 信頼性指標βと破壊確率P_f

本研究では荷重、耐力関数は正規分布と仮定し、設計強度値、設計荷重値の平均値と標準偏差から求める。これらの関数は、設計値の平均からどのくらいばらつきがあるかを示したものであり、荷重関数が耐力関数を上回っている状態の時に構造物が破壊することになる。つまり、$R > S$の時は安全で、$R \leq S$の場合、破壊するとみなす。これらの関数から求めることができる安全の余裕を表すものが、性能関数Zであり、$Z = R - S$で表すことができる。ここで、$Z > 0$は安全、$Z \leq 0$で破壊されるということであり、Zの平均値μ_Zが標準偏差σ_Zを尺度として何倍離れているかを表すパラメータが信頼性指標βであり、(1)の式で求める。

信頼性指標が大きいと安全で、小さいと破壊しやすいことになる。また、この破壊しやすさを確率に表したものを破壊確率と呼び、(2)の式で表される。

性能関数の概念図を図 1 に示す。

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{{\sigma_R}^2 + {\sigma_S}^2}} \tag{1}$$

β：信頼性指標
μ_Z：性能関数の平均値，σ_Z：性能関数の標準偏差
μ_R：耐力効果の平均値，σ_R：耐力効果の標準偏差
μ_S：荷重効果の平均値，σ_S：荷重効果の標準偏差

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\beta} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) dx \tag{2}$$

P_f：破壊確率

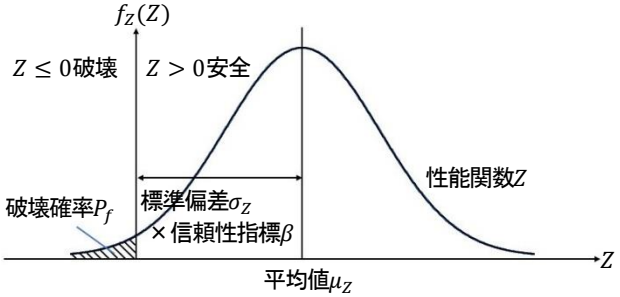


図 1　性能関数Zの概念図

2.3　総期待建設費用

総期待建設費用とは、建設時にかかる初期費用に建物が損傷した時の修復にかかる期待被害費用を加えたもので、総期待建設費用はある設計荷重において最小となり、その時の設計荷重は、初期費用においても、被害費用においても一番適切な大きさになる。この考え方を総期待建設費用最小化の原理と呼び、この原理を使うことで、適切な費用で適度な冗長性を持った構造物を得ることができる。総期待建設費用のグラフを図 2 に示す。

本研究の総期待建設費用は初期建設費用との比で表し、(3)の式で求める。期待被害費用は使用限界状態と終局限界状態の 2 つの場合で分けて算出する。

$$\frac{C_T}{C_0} = cost = \left\{1 + wKc\left(\frac{W}{W_0} - 1\right)\right\} \times (1 + {}_uP_{fn} \cdot {}_ug + {}_sP_{fn} \cdot {}_sg) \quad (3)$$

C_T：供用期間中の総期待建設費用，W：構造物の総躯体重量
W_0：基準躯体重量，C_0：W_0の時の初期建設費用
wKc：重量のコスト上昇係数
${}_ug$：終局損失費用係数，${}_uP_{fn}$：終局限界状態の破壊確率
${}_sg$：使用損失費用係数，${}_sP_{fn}$：使用限界状態の破壊確率

式を見てわかるように、構造物の総躯体重量と基準躯体重量の比を用いて算出を行う。今回は基準躯体重量$W_0 = 150t$とする。また、本研究では終局限界状態のパラメータを「線形座屈荷重×ノックダウンファクター=0.4」、使用限界状態のパラメータを「ひずみエネルギー」として、それぞれの破壊確率${}_uP_{fn}$・${}_sP_{fn}$を算出する。

2.4　損失費用係数

損失費用係数とは、以下の(a)~(h)に示すような被害があった時に初期建設費用C_Iに対してg倍の費用がかかる係数である。この値は建物の用途、重要性によって変化するものであり、表 1 にまとめる。

本研究では建築用途を(D)高層事務所と同等なものと仮定し、損失費用係数の算出を行う。理由として、(A)~(C)では規模が小さく、(E)~(G)ほど、機能が損失した時にかかる損失費用までは到達しないと考えたからである。

また、使用限界状態時の被害損失費用係数は(a)~(c)であると想定し、使用損失費用係数を${}_sg = 1.05$とする。

終局限界状態時の被害損失費用係数は(a)~(h)であると想定し、終局損失費用係数を${}_ug = 6.50$とする。

2.5　コスト上昇係数

コスト上昇係数は、構造コストが総コストの 1/3 で、構造コストの 6 割が躯体重量に比例して変化するものとすると、コスト上昇係数は 1/3×6/10＝1/5 となる。建設コストの概念図を図 3 に示す。

また、本研究で使用するコスト上昇係数wKcは源の論文 [1]より、ラチスシェル構造物の固定荷重時のコスト上昇係数である$wKc = 0.25$を使用する。

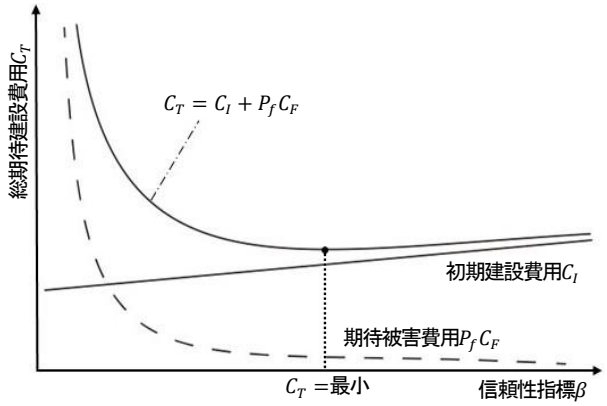


図 2　総期待建設費用のグラフ

表 1　建物と被害の種類による損失費用係数

	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)
(a)	0.3	0.3	0.4	0.25	0.25	0.3	0.15
(b)	0.4	0.2	0.4	0.2	0.5	0.1	0.1
(c)	0.2	0.2	0.1	0.3	0.3	0.2	0.2
(d)	0.1	0.1	0.1	0.3	0.5	0.2	10.0
(e)	0.1	0.1	0.2	0.2	10.0	10.0	2.0
(f)	0.2	0.5	0.2	0.5	0.1	0.1	100
(g)	0.1	0.2	0.1	5.0	5.0	5.0	2000
(h)	1.0	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1

(a)　構造物の被害
(b)　内容物の被害
(c)　非構造物の被害
(d)　設備機器の被害
(e)　機能損失
(f)　怪我
(g)　人命損失
(h)　心理的被害

(A)　住宅
(B)　マンション
(C)　小店
(D)　高層事務所
(E)　病院
(F)　消防署
(G)　原子力発電所

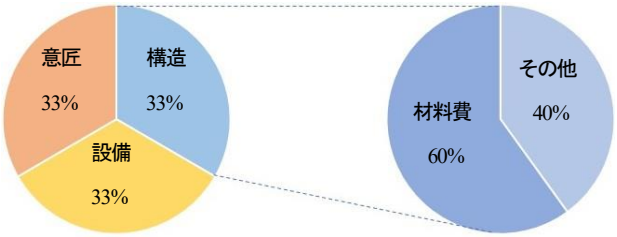


図 3　建設コストの概念図

3 ラチスシェル構造物の断面選定

3.1 許容応力度設計

ラチスシェル構造物の静的解析から長期許容応力度を求め、総期待建設費用算出時の適切な鋼管の断面を求める。全体形状を四角形、格子を 4 パターン、分割方法を投影長等分割と角度等分割の 2 つを用いた計 8 つのモデルを解析対称とする。解析モデルの規模は 2 方向格子、2 方向斜格子は 50m×50m、3 方向格子は 50×52m、六角形格子は 50m×47.6m とする。各モデルの平面図を図 4 に示す。また、解析概要を表 2 にまとめる。例として、投影長等分割型 2 方向格子のモデルと 3 方向格子、六角形格子の平面図を図 5 に示す。

3.2 長期許容応力度解析結果

静的解析による格子パターンごとの長期許容応力度解析の結果を表 3 と表 4 に示す。許容応力度を満たした断面規格を青く色づけした。

解析結果から、どちらの分割方法においても対角線に力が流れることが期待できるモデル（2 方向斜格子、3 方向格子）と期待できないモデル（2 方向格子、六角形格子）では、長期許容応力度の検定比に大きな差があることがわかる。よって、対角線に力が流れることが期待できるモデル（A グループ）と期待できないモデル（B グループ）の 2 つのグループに分けて断面選定を行うこととした。

3.3 グループごとでの断面選定とモデルの標準化

3.3.1 A グループ

対角線に力が流れることが期待できる A グループのモデルの断面選定と、モデルの標準化を行うために改めて許容応力度設計を行う。解析概要は 3.1 と同じとし、表 2 に示す。それぞれのモデルの長期許容応力度の検定比と躯体重量を表 5 に示す。角度等分割型 3 方向格子の検定比を満たしている断面の中で、最も検定比が高い断面（355.6×7.9）の総躯体重量が 150t に近いことから、その他のモデルの断面も 150t 以下で 150t に近くなるように選定した。許容応力度を満たした断面規格を青く色づけし、実際に使用する断面の躯体重量を緑で色づけした。

3.3.2 B グループ

対角線に力が流れることが期待できない B グループのモデルの断面選定と、モデルの標準化を行うために改めて許容応力度設計を行う。解析概要は 3.1 と同じとし、表 2 に示す。それぞれのモデルの長期許容応力度の検定比と躯体重量を表 6 に示す。投影長等分割 2 方向格子の検定比を満たしている断面の中で、最も検定比が高い断面（812.8 × 12.0）の総躯体重量が 270t に近いことから、その他のモデルの断面も 270t 以下で 270t に近くなるように選定した。許容応力度を満たした断面規格を青で、実際に使用する断面の躯体重量を緑で色づけした。

3.4 各モデルの使用断面

A グループ、B グループそれぞれで許容応力度を満たしながら重量が近くなるように断面を選定した。各モデルの使用断面を表 7 にまとめる。

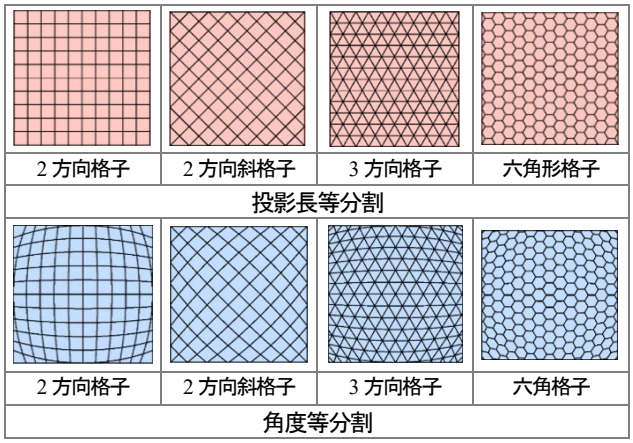


図 4　各解析モデルの平面図

表 2　解析概要

形状	半開角 30 度，裁断球殻
支持条件	隅各部ピン支持，四辺ローラー支持
接合条件	剛接合
荷重条件	$1.5\mathrm{kN/m^2}$ として各節点に分割 鉛直下向き
使用断面	STKN400
鋼材諸元	$E = 2.05 \times 10^5 (\mathrm{N/mm^2})$，$\nu = 0.3$ $G = 7.94 \times 10^4 (\mathrm{N/mm^2})$ $\sigma_y = 235 (\mathrm{N/mm^2})$
E：ヤング係数，ν：ポアソン比 G：せん断弾性係数，σ_y：降伏応力度	

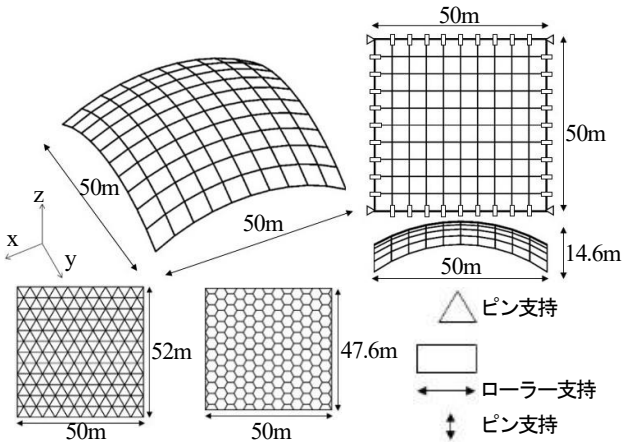


図 5　解析モデル

表 3　解析結果（投影長等分割型）

断面規格	長期許容応力度の検定比(%)			
	2 方向	2 方向斜	3 方向	六角形
190.7×8.2	5885.7	486.9	248.1	1929.1
190.7×9.0	4519.0	372.2	186.7	1470.2
216.3×6.0	4196.9	349.2	188.8	1449.0
216.3×8.0	3186.6	270.1	144.3	1119.2
267.4×6.6	2149.7	190.8	114.8	825.2
267.4×9.0	1624.9	143.8	85.7	621.9
318.5×6.0	1533.1	141.0	93.3	616.1
318.5×9.0	1052.8	96.5	63.2	422.3
355.6×7.9	918.6	87.6	59.9	376.5
355.6×12.0	627.1	59.3	40.2	256.5
406.4×9.5	568.8	57.0	49.4	237.3
406.4×12.7	435.3	43.4	37.4	181.4
406.4×19.0	306.1	30.2	25.6	127.3
457.2×16.0	270.8	28.2	26.1	114.2
457.2×19.0	232.7	24.1	22.2	98.0
508.0×19.0	183.0	19.9	19.5	77.7
508.0×22.0	161.0	17.4	17.0	68.3
558.0×22.0	129.6	14.7	15.2	55.3
609.6×22.0	106.5	12.7	13.6	45.5
711.2×19.0	86.6	11.2	13.0	37.0
711.2×22.0	75.9	9.8	11.3	32.4
812.8×19.0	64.8	9.1	11.0	27.6
812.8×22.0	56.5	7.9	9.6	24.0
914.4×19.0	50.1	7.7	9.5	21.2
914.4×22.0	43.6	6.7	8.3	18.4

表 4　解析結果（角度等分割型）

断面規格	長期許容応力度の検定比(%)			
	2 方向	2 方向斜	3 方向	六角形
190.7×8.2	2923.5	508.1	402.6	1170.6
190.7×9.0	2237.8	388.7	306.1	891.5
216.3×6.0	2100.4	361.1	309.2	885.4
216.3×8.0	1626.7	279.5	240.4	683.5
267.4×6.6	1133.4	195.3	184.8	508.6
267.4×9.0	855.8	147.2	138.8	383.2
318.5×6.0	819.4	143.5	147.0	381.8
318.5×9.0	562.3	98.2	100.5	261.6
355.6×7.9	493.0	87.4	92.8	234.0
355.6×12.0	336.4	59.4	63.0	159.4
406.4×9.5	305.7	56.7	60.6	148.0
406.4×12.7	233.9	43.2	46.3	113.1
406.4×19.0	164.4	30.1	32.3	79.3
457.2×16.0	145.4	28.0	29.9	71.4
457.2×19.0	124.9	23.9	25.6	61.3
508.0×19.0	97.9	19.6	20.8	48.7
508.0×22.0	86.2	17.2	18.2	42.8
558.0×22.0	69.1	14.4	15.0	34.7
609.6×22.0	56.5	12.4	12.5	28.7
711.2×19.0	45.4	10.9	10.4	23.5
711.2×22.0	39.8	9.5	9.1	20.6
812.8×19.0	33.6	8.8	7.9	17.6
812.8×22.0	29.3	7.6	6.9	15.0
914.4×19.0	25.7	7.3	6.1	13.6
914.4×22.0	22.3	6.3	5.4	11.9

表 5　解析結果（A グループ）

断面規格	長期許容応力度の検定比(%)			
	投影長等分割型		角度等分割型	
	2 方向斜	3 方向	2 方向斜	3 方向
267.4×9.3	139.7	83.1	143.0	134.8
318.5×6.9	123.6	81.5	125.8	128.8
318.5×8.0	107.7	70.7	109.6	112.2
318.5×9.0	96.5	63.2	98.2	100.5
318.5×10.3	85.2	55.6	86.8	88.6
355.6×6.4	106.7	73.3	106.4	112.9
355.6×7.9	87.6	59.9	87.4	92.8
355.6×9.0	77.4	52.8	77.3	82.0
355.6×9.5	73.4	50.1	73.4	77.8
355.6×12.0	59.3	40.2	59.4	63.0
406.4×7.9	67.9	49.4	67.3	72.1
406.4×9.0	59.9	43.5	59.6	63.6
406.4×9.5	57.0	41.3	56.7	60.6
406.4×12.0	45.8	33.0	45.6	48.8
406.4×12.7	43.4	31.3	43.2	46.3
断面規格	躯体重量(t)			
	投影長等分割型		角度等分割型	
	2 方向斜	3 方向	2 方向斜	3 方向
267.4×9.3	74.3	120.9	73.9	132.1
318.5×6.9	66.6	108.3	66.2	118.3
318.5×8.0	76.9	125.1	76.4	136.7
318.5×9.0	86.2	140.3	85.7	153.3
318.5×10.3	98.3	159.9	97.7	174.7
355.6×6.4	69.2	112.6	68.8	123.0
355.6×7.9	85.0	138.4	84.5	151.1
355.6×9.0	96.5	157.1	96.0	171.6
355.6×9.5	101.8	165.6	101.2	180.9
355.6×12.0	127.6	207.6	126.9	226.8
406.4×7.9	97.4	158.6	96.9	173.2
406.4×9.0	110.7	180.2	110.1	196.8
406.4×9.5	116.8	190.0	116.1	207.5
406.4×12.0	146.5	238.4	145.6	260.4
406.4×12.7	154.8	251.9	153.9	275.1

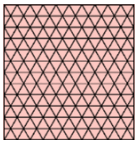
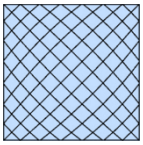
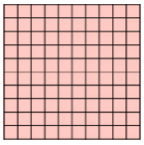
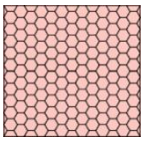
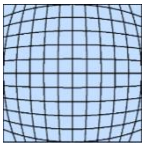
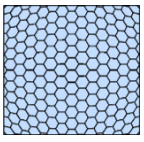
表 6　解析結果（B グループ）

断面規格	長期許容応力度の検定比(%)			
	投影長等分割型		角度等分割型	
	2 方向	六角形	2 方向	六角形
406.4×19.0	306.1	127.3	164.4	79.3
457.2×19.0	232.7	98.0	124.9	61.3
508.0×12.7	263.5	111.9	141.0	70.2
508.0×14.0	240.9	102.3	128.9	64.1

508.0×16.0	213.4	90.6	114.2	56.8
508,0×19.0	183.0	77.7	97.9	48.7
558.8×16.0	171.8	73.2	91.5	46.1
558.8×19.0	147.2	62.7	78.4	39.4
609.6×12.7	170.8	75.2	91.6	47.6
609.6×14.0	156.1	68.8	83.8	43.5
609.6×16.0	141.9	60.7	75.2	38.2
609.6×19.0	121.7	52.0	64.5	32.8
711.2×16.0	101.3	43.2	53.1	27.4
711.2×19.0	86.6	37.0	45.4	23.5
812.8×12.0	99.8	42.5	51.7	27.2

断面規格	躯体重量(t)			
	投影長等分割型		角度等分割型	
	2 方向	六角形	2 方向	六角形
406.4×19.0	209.0	249.5	247.8	259.4
457.2×19.0	236.5	282.4	280.3	293.6
508.0×12.7	178.6	213.3	211.8	221.8
508.0×14.0	196.4	234.6	232.9	243.8
508.0×16.0	223.5	267.0	265.0	277.6
508,0×19.0	263.8	315.1	312.9	327.6
558.8×16.0	246.6	294.5	292.4	306.1
558.8×19.0	291.3	347.8	345.3	361.6
609.6×12.7	215.3	257.1	255.3	267.3
609.6×14.0	236.8	282.8	280.7	294.0
609.6×16.0	269.7	322.1	319.8	334.9
609.6×19.0	318.4	380.2	377.4	395.3
711.2×16.0	315.8	377.1	374.5	392.1
711.2×19.0	373.4	446.1	442.8	463.7
812.8×12.0	272.9	325.9	323.6	338.8

表 7　各モデルの使用断面

A グループ（総躯体鉄骨重量＝約 150t）			
投影長等分割型		角度等分割型	
2 方向斜格子	3 方向格子	2 方向斜格子	3 方向格子
			
ϕ406.4 × 12.0	ϕ318.5 × 9.0	ϕ406.4 × 12.0	ϕ355.6 × 7.9
B グループ（総躯体鉄骨重量＝約 270t）			
投影長等分割型		角度等分割型	
2 方向格子	六角形格子	2 方向格子	六角形格子
			
ϕ812.8 × 12.0	ϕ508.0 × 16.0	ϕ609.6 × 12.7	ϕ406.4 × 19.0

4　総期待建設費用の算出

4.1　解析概要

選定した断面を使用して総期待建設費用の算出を行う。解析概要を表 8 に示す。

4.2　抵抗方法の違い

8 つのモデルの力学的特性を比較・考察することで、抵抗方法の違いを確認することができた。2 方向格子は投影長等分割と角度等分割の違いによる抵抗方法の変化はなく、どちらも曲げ抵抗型であった。2 方向斜格子はどちらも軸力抵抗型、3 方向格子と六角形格子には分割方法の違いにより抵抗方法にも違いがでた。それぞれの結果を表 9 に示す。

4.3　結果

各モデルの 2 つの限界状態における信頼性指標と総期待建設費用を算出した結果、使用限界状態の信頼性指標は軸力抵抗型のモデルの方が大きくなった。終局限界状態の信頼性指標はすべてのモデルで過剰な値となった。総期待建設費用は軸力抵抗型のモデルの方が小さい値になった。各モデルの使用限界状態の信頼性指標を図 6 に、終局限界状態の信頼性指標を図 7 に、総期待建設費用を図 8 にまとめる。

5　考察

使用限界状態の信頼性指標は軸力抵抗型のモデルの方が大きくなり、終局限界状態の信頼性指標はすべてのモデルにおいて、過剰な値となった。

最も総期待建設費用が安くなったのは、投影長等分割型 3 方向格子であった。理由としてはこのモデルが軸力抵抗型であり、応力の伝達経路を多く持っているため、終局限界状態、使用限界状態ともに信頼性指標が高くなったからだと考えられる。また、総期待建設費用は軸力抵抗型のモデルの方が安く、曲げ抵抗型のモデルの方が高い結果となった。これは曲げ抵抗型のモデルの方が最大応力度が大きくなるため、使用限界状態の信頼性指標が小さくなり、期待被害費用が高くなったからである。

6　結論

単層ラチスシェル構造物は分割方法と格子パターンの違いによって、抵抗方法に違いが現れる。その抵抗方法が曲げ抵抗型か軸力抵抗型かによって、総期待建設費用に影響が出てくる。結果として、軸力抵抗型の方が総期待建設費用は低くなる傾向が示された。

表 8　解析概要

形状	半開角 30 度，裁断球殻
支持条件	隅各部ピン支持，四辺ローラー支持
接合条件	剛接合
荷重条件	$1.5\mathrm{kN/m^2}$ として各節点に分割 鉛直下向き，標準偏差は 10%
耐力条件	線形座屈荷重×ノックダウンファクター（終局） 許容ひずみエネルギー（使用）
使用断面	STKN400
鋼材諸元	$E = 2.05 \times 10^5 (\mathrm{N/mm^2})$，$\nu = 0.3$ $G = 7.94 \times 10^4 (\mathrm{N/mm^2})$ $\sigma_y = 235 (\mathrm{N/mm^2})$
E：ヤング係数，ν：ポアソン比 G：せん断弾性係数，σ_y：降伏応力度	

表 9　各モデルの抵抗方法

	軸力抵抗型	曲げ抵抗型
2 方向		
2 方向斜		
3 方向		
六角形		

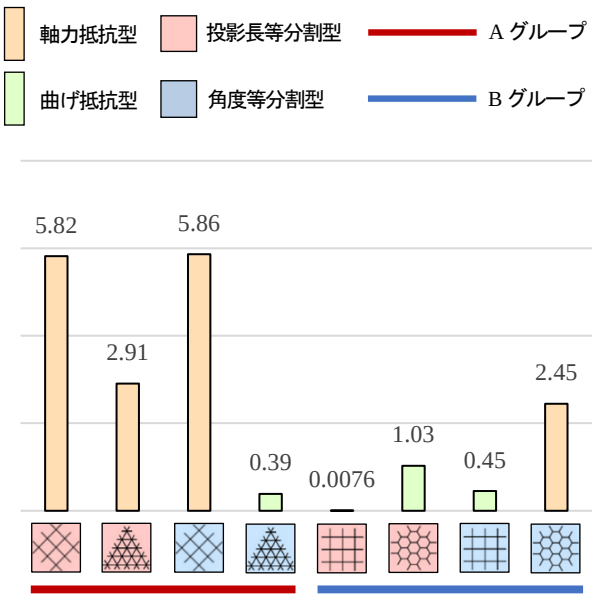


図 6　使用限界状態の信頼性指標

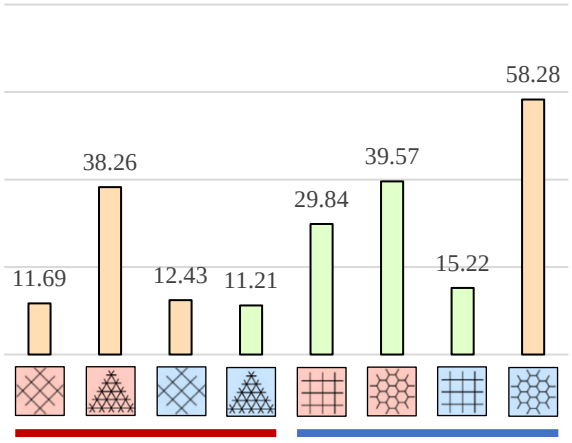


図 7　終局限界状態の信頼性指標

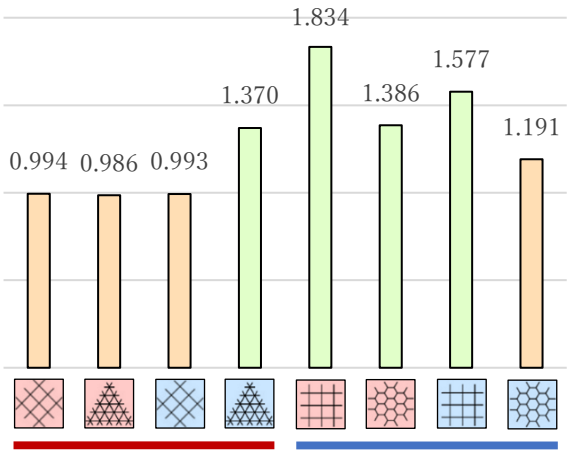


図 8　総期待建設費用

7　結論

単層ラチスシェル構造物は分割方法と格子パターンの違いによって、抵抗方法に違いが現れる。その抵抗方法が曲げ抵抗型か軸力抵抗型かによって、総期待建設費用に影響が出てくる。結果として、軸力抵抗型の方が総期待建設費用は低くなる傾向が示された。

参考文献

1)　日本建築学会：ラチスシェルの座屈と耐力，2010

2)　源博欽，浜田英明：総期待建設費用最小化の原理を用いたラチスシェル構造物の形態創生，日本建築学会大会学術講演梗概集，2019 年 7 月

3)　神田順・高田毅士・平川倫生・前川利雄・小宮嘉之・樫村俊也・藤井正則・樋口聖子：若き建築構造技術者に向けて－限界状態設計法の挑戦－，建築技術，2008

4)　上原隼大：格子パターン及び配列方法の違いによる単層ラチスシェル構造物の力学的特性と冗長性に関する研究，法政大学卒業論文，2021

四辺形を形状要素とした離散曲面による木質シェル構造の形状最適化

山口泰平 1)，横須賀洋平 2)
1)鹿児島大学大学院理工学研究科工学専攻建築学プログラム，大学院生，k5321751@kadai.jp
2) 鹿児島大学大学院理工学研究科工学専攻建築学プログラム,准教授,yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp

1 はじめに

近年、構造解析技術や最適化技術の発展により、木質構造による自由曲面を有する屋根構造や CLT や LVL 等の木質パネルを構造部材として利用する施工事例が増えている。一方で複雑な曲面形状は、施工・製作が困難な設計形状となる可能性がある。そこで、施工性・製作性を考慮した複雑な自由曲面の形状決定法が求められる。

本研究では、施工性に優れた曲面表現として、離散共役網(Conjugate net)、離散曲率線網(Circular net)を用い[2]、境界部の曲線表現に Bézier 曲線[3]を用いる。これらの手法で構成する曲面は平坦面で構成される曲面、いわゆる四辺形を形状要素とする多面体メッシュである。多面体メッシュは曲げ加工が不要、安価に製造できる等の利点があるため、施工面や製作面、あるいは経済面を考慮した曲面表現手法であるといえる。特に Circular net では、その性質上、接合部にねじれが生じることのない形状を構成することができる。

本稿では、平坦な四辺形を形状要素とする多面体メッシュにより表現した自由曲面木質シェル構造を扱い、総ひずみエネルギを目的関数とした単一目的最適化問題の数値計算例を示す。また、異なる最適化手法による比較を行い解形態の力学性状を把握することで、平坦な四辺形で表現する曲面の有効性について検証する。

2 曲面表現手法

2.1 離散共役網

離散共役網(Conjugate net)は既知量とする f, f_i, f_j の 3 節点から以下に示す条件式(1)～(3)を満たすことで、未知量である 4 節点目 f_{ij} を導き出し、四辺形を構成する幾何学的な曲面構成手法である。Conjugate net を構成する四辺形を図 1 に示す。[2]

$$\delta_i f = g_i w_i \tag{1}$$

$$\delta_i w_j = \gamma_{ji} w_i, \quad i \neq j \tag{2}$$

$$\delta_i g_j = (\tau_j g_i)\gamma_{ij}, \quad i \neq j \tag{3}$$

ここでδ：差分、w：方向ベクトル、g：線分の長さ、γ：回転係数である。f, f_j, f_i を既知量として、以下のように順次各量を定める。

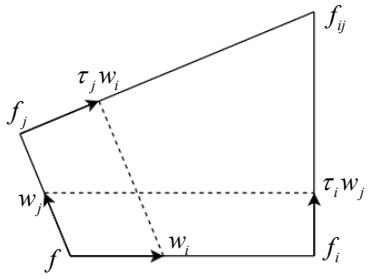


図 1　離散共役網、離散曲率線網を構成する四辺形

$$w_i = g_i^{-1}\delta_i f \tag{4}$$

$$\tau_i w_j = w_j + \gamma_{ji} w_i \tag{5}$$

$$\tau_i g_j = \frac{g_j + g_i\gamma_{ij}}{1-\gamma_{ij}\gamma_{ji}} \tag{6}$$

$$\tau_j g_i = \frac{g_i + g_j\gamma_{ji}}{1-\gamma_{ji}\gamma_{ij}} \tag{7}$$

ここで、式(4), (5)において w_j, $\tau_j w_i$ も同様に定まる。

したがって、次式により未知量である 4 節点目 f_{ij} を導くことができる。

$$f_{ij}(\gamma_{ij},\gamma_{ji}) = \begin{cases} f_i + (\tau_i w_j)(\tau_i g_j) \\ f_j + (\tau_j w_i)(\tau_j g_i) \end{cases} \tag{8}$$

本稿では、Conjugate net を用いた自由曲面シェル構造の形状最適化において、回転係数γを設計変数として扱う。

2.2 離散曲率線網

離散曲率線網(Circular net)は Conjugate net と同様に既知量とする f, f_i, f_j の 3 節点から未知量である 4 節点目 f_{ij} を導き出し、四辺形を構成する幾何学的な曲面構成手法である。Circular net は前述した条件式(1)～(3)に加えて条件式(9)を満たす必要がある。

$$\gamma_{ji}|w_i|^2 + \gamma_{ij}|w_j|^2 = -2\langle w_i, w_j\rangle \tag{9}$$

ここで、$|w|=1$ とすると、式(9)は以下のように表される。

$$\gamma_{ji} + \gamma_{ij} = -2\langle w_i, w_j\rangle \tag{10}$$

以上の条件ではγ_{ij}, γ_{ji} は一意に定まらず、正規化パラメータα を導入して以下のように定める。

$$\gamma_{ij} = -\frac{g_j}{g_i}\alpha + \left(-2\langle w_i, w_j\rangle + \frac{g_i}{g_j}\right)(1-\alpha) \tag{11}$$

$$\gamma_{ji} = -\frac{g_i}{g_j}(1-\alpha) + \left(-2\langle w_i, w_j\rangle + \frac{g_j}{g_i}\right)\alpha \tag{12}$$

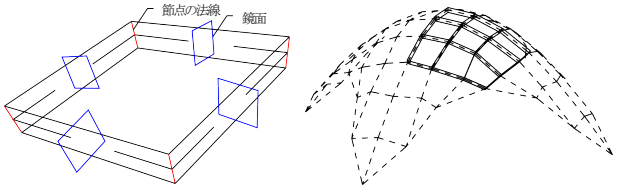


図 2　鏡映反転と一部構成したモデル例

したがって、Conjugate net と同様に次式により未知量である 4 節点目 f_{ij} を導くことができる。

$$f_{ij}(\alpha)=\begin{cases} f_i+(\tau_i w_j)(\tau_i g_j) \\ f_j+(\tau_j w_i)(\tau_j g_i) \end{cases} \tag{13}$$

また、Circular net は曲面の法線が各四辺形の境界線に対して鏡映反転で移り、木口面が捩れない性質を持つ。そのため、Circular net は Conjugate net と比べて木口面での誤差が生じないため、接合部で応力が適切に伝達され、施工性・部材製作性に優れた性質を持つ。鏡映反転とそれにより一部構成したモデルについて図 2 に示す。

本稿では、Circular net を用いた自由曲面シェル構造の形状最適化において、正規化パラメータ α を設計変数として扱う。

2.3　Bézier 曲線

Bézier 曲線は制御点と Bernstein 基底関数を用いて定義される。n' 次の Bézier 曲線は $n'+1$ 点の制御点から得られる曲線であり、それにより表現される節点座標ベクトルは次式で与えられる。

$$\mathbf{r}(t_k)=\sum_{i=0}^{n'_i} B_i^{n'_i}(t)\mathbf{P}_i \tag{14}$$

$$B_i^{n'_i}(t)=\frac{n'!}{i!(n-i)!}t^i(1-t)^{n'-i} \tag{15}$$

ここで、 $\mathbf{r}$:節点座標ベクトル、 $B_i^{n'_i}(t)$ ： i 番目制御点に関する Bernstein 基底関数、 $\mathbf{P}_i$:制御点座標ベクトル、 t :位置情報パラメータ、 n' :次数である。

最適化問題において、設計変数を制御点とすることで大幅な設計変数の削減と滑らかな曲線表現が可能となる。したがって、本稿では、離散曲面に用いる境界部の曲線表現に Bézier 曲線を採用する。

2.4　曲面構成手順

図 3 に 2.1～2.3 の手法を用いて曲面を構成する手順を示す。まず、Bézier 曲線を用いて境界曲線を表現し、曲線上の節点を取得する（Step-1）。次に、取得した節点をもとに、Conjugate net または Circular net を用いて連続的に 1/4 領域の曲面を表現する（Step-2）。最後に構成した 1/4 領域の曲面を対称的に配置することで曲面全体を表現する（Step-3）。以上のように構成した曲面に対し応力解析を行う。

表 1　SGA パラメータ

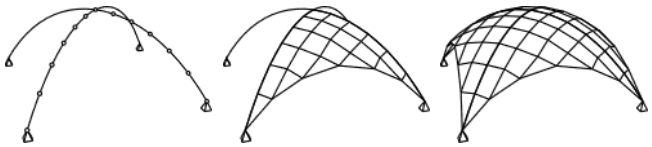
個体数	10000	遺伝子長	16bit
世代数	100	選択方式	tournament
交叉率	0.7	交叉方法	2 点交叉
突然変異率	0.1	エリート個体数	10

表 2　PSO パラメータ

個体数	200	反復回数	10000
$w_{\min}$	0.4	C_1	2
$w_{\max}$	0.9	C_2	2

表 3　EABC パラメータ

食糧源	100	α	0.3
$T_{\max}$	10000	$T1_{\min}$	5000
f_{bound}	0.0	$f_{accuracy}$	10E-16
dr	0.9		



Step-1　　Step-2　　Step-3

図 3　曲面構成手順

3　単一目的最適化

これまでに示した幾何学的な曲面表現を用いた自由曲面木質シェル構造に対して、総ひずみエネルギ最小化を目的とした単一目的最適化を行う。最適化手法には発見的多点探索法より、生物進化のメカニズムに着想を得た単純遺伝的アルゴリズム(Standard Genetic Algorithms : SGA)[4]、鳥や魚の集団行動をモデル化した粒子群最適化(Particle Swarm Optimization : PSO)[5]、蜂の採餌行動を模した改良型人工蜂コロニー最適化(Enhanced Artificial Bee Colony : EABC)[6]を採用する。これらの発見的多点探索法 SGA,PSO,EABC の 3 解法により得られる解形態の比較を行う。表 1～3 に各解法で用いた計算パラメータを示す。

3.1 解析モデル

最適化問題で扱う参照形状は図 4 に示す Model-A と Model-B である。それぞれの参照形状に対し Conjugate net、Circular net で解析モデルを構成する。Model-A は 4 点ピン支持、Model-B は 12 点ピン支持として最適化問題を解き力学性状や解形態を比較する。

3.2 総ひずみエネルギ最小化

総ひずみエネルギをそれぞれ目的関数とした単一目的最小化問題を扱う。

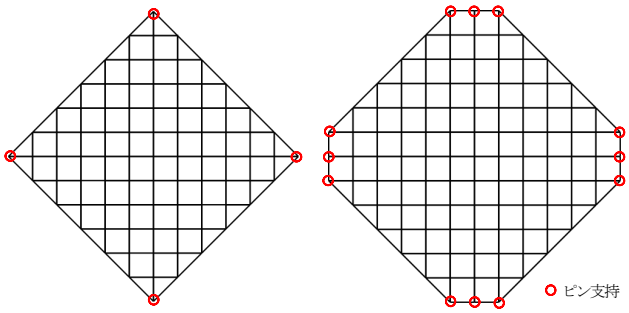


図 4　参照形状

3. 2. 1 Conjugate net

式(16)に Conjugate net で解析モデル Model-A, Model-B を構成する場合の定式化を示す。式(16a)～(16f)までを構成 1 とし、これに式(16g)の制約を加えたものを構成 2 とする。

find　$\gamma_{ij}, \gamma_{ji}, P$　(16a)

to minimize　$f_a(\gamma_{ij}, \gamma_{ji}) = \frac{1}{2}\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_a\mathbf{d}$　(16b)

subject to　$\sigma_i \le \sigma_\alpha$　(16c)

$\gamma_{ij}^L < \gamma_{ij} < \gamma_{ij}^U$　(16d)

$\gamma_{ji}^L < \gamma_{ji} < \gamma_{ji}^U$　(16e)

$0 \le P_i \le 20$　(16f)

$A_i^t < 1.5A_i^s$　(16g)

ここで、設計変数 γ_{ij}, γ_{ji} ：位置情報パラメータ（Conjugate net）、設計変数 P ：制御点 z 座標ベクトル（Bézier 曲線）、σ_i ：i 要素の応力度、σ_α ：許容応力度である。また、γ_{ij}, γ_{ji} には明確な下限値、上限値が定まっておらず、それぞれ以下のように範囲を設定する。$\gamma_{ij}^L, \gamma_{ji}^L$ は設計変数 γ_{ij}, γ_{ji} の下限値を表しており、それぞれ三角形となる場合のパラメータ $\gamma_{ij}^L = -g_j / g_i, \gamma_{ji}^L = -g_i / g_j$（式(1)～(8)参照）を定める。$\gamma_{ij}^U, \gamma_{ji}^U$ は上限値を表しており、本稿では様々なパターンの初期節点情報 f, f_i, f_j に対し、f_{ij} のなす角が 45° となる場合のパラメータを Newton-Raphson 法により近似的に求め、それを最小二乗法を用いて $\gamma_{ij}^U = f(< w_i, w_j >, \cos\theta_j), \gamma_{ji}^U = f(< w_i, w_j >, \cos\theta_i)$（式(1)～(8)参照）のような近似関数として表した。

式(17)に Circular net で解析モデル Model-A, Model-B を構成する場合の定式化を示す。

find　α, P　(17a)

to minimize　$f_a(\alpha) = \frac{1}{2}\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_a\mathbf{d}$　(17b)

subject to　$\sigma_i \le \sigma_\alpha$　(17c)

$0 < \alpha < 1$　(17d)

$0 \le P_i \le 20$　(17e)

$\sum_{i=1}^{n} \left| A_i^t - A_i^s \right| / \sum_{i=1}^{n} A_i^s < 0.2$　(17f)

$A_i^t < 0.8A_i^s$　(17g)

ここで、設計変数 α ：位置情報パラメータ（Circular net）、P ：制御点 z 座標ベクトル（Bézier 曲線）、A_i^t ：解析モデルの i 要素の面積、A_i^s ：参照形状の i 要素に対応する要素の面積である。(17f,g)で解析モデルの要素が極力均質な形状となるように面積による制約を付加した。

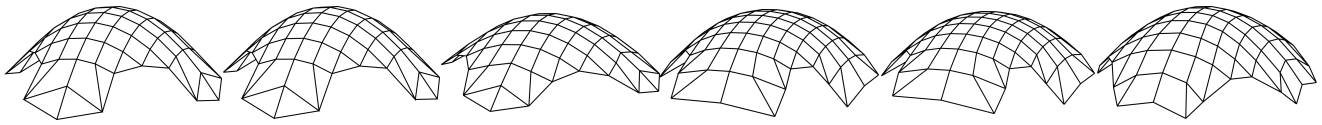
曲面の構成部材は木質パネル（スギ材）であり、各種諸量を板厚：$t = 0.1m$ 、ポアソン比：$\nu = 0.4$ 、ヤング係数：$E = 4.0 \times 10^6 kN/m^2$ とする。また、応力計算は Kirchhoff 理論要素[7][8]を用いて行った。

4　数値結果

式(16),(17)について総ひずみエネルギ最小化を各 3 回試行し、総ひずみエネルギが最小となる最適解形状、力学性状を示す。式(16a)～(16f)による Model-A の結果を図 5、Model-B の結果を図 6、式(16a)～(16g)による Model-A の結果を図 7、 Model-B の結果を図 8 に示す。また、式(17)による Model-A の結果を図 9、Model-B の結果を図 10 に示す。

解析結果の情報は、f_a ：総ひずみエネルギ、${}_z d_{\max}$ ：最大鉛直変位、$\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$ ：最大・最小主応力、$M_{\max}, M_{\min}$ ：最大・最小主曲げ応力である。主応力・主曲げ応力図における線の長さ、傾きは面内応力・曲げ応力の値に比例させて表示する。ここで主応力図において青色が引張力、赤色が圧縮力を表し、主曲げ応力図において青色は上に凸、赤色が下に凸を表す。図 11 に各解析モデルに対する 3 の最適化手法による目的関数の遷移を示す。

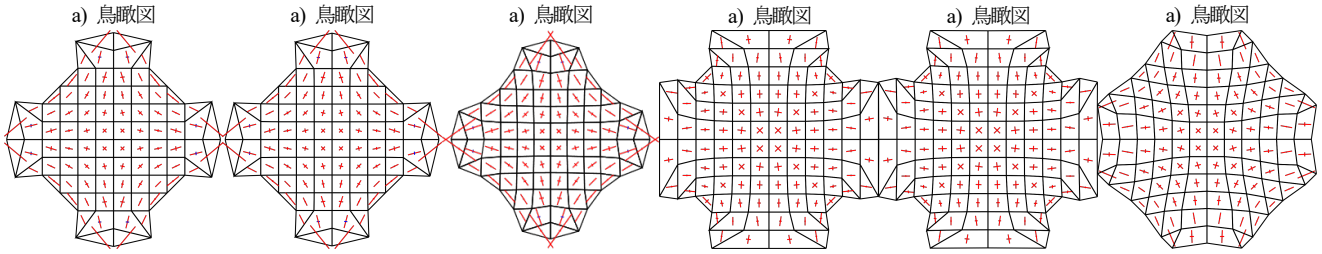
力学性状について、図 5～10 の b,c より最大・最小主応力を比較すると概ね圧縮力で抵抗する形状を得ている。各主応力図では支持部付近において主応力が集中し、各主曲げ応力図では境界部において主曲げ応力が集中している。図 6 からは、全体的に均一な主応力がみられ、主曲げ応力も小さくなっており、総ひずみエネルギも小さくなっていることがわかる。Model-A の最適解形状は Model-B と比べて最大・最小主曲げ応力が大きく生じているが、応力分布から構造物全体に生じている曲げ応力は少ないといえる。図 11 より発見的多点探索法の 3 解法によって得られたすべての解形態において概ね同様の傾向が確認されたため、優良な解を得ることができたといえる。3 解法の最適化結果より、PSO が局所解を捉えている事が判る。



$f_a = 0.0565[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0567[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0714[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0275[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0278[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0415[\mathrm{kNm/m}]$

${}_z d_{\max} = 6.534\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 6.244\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 9.694\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 3.248\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 3.223\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 5.194\times10^{-4}[\mathrm{m}]$

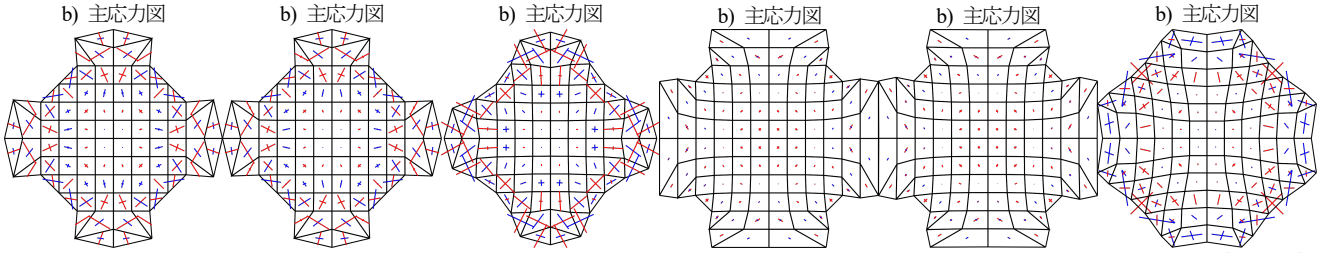
a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図



$\sigma_{\max} = 15.206[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 14.296[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 14.433[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 6.832[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 6.636[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = -2.024[\mathrm{kN/m^2}]$

$\sigma_{\min} = -180.294[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -184.873[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -245.226[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -76.061[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -75.385[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -126.272[\mathrm{kN/m^2}]$

b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図



$M_{\max} = 0.0199[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0188[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0231[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.00276[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.00280[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0293[\mathrm{kNm/m}]$

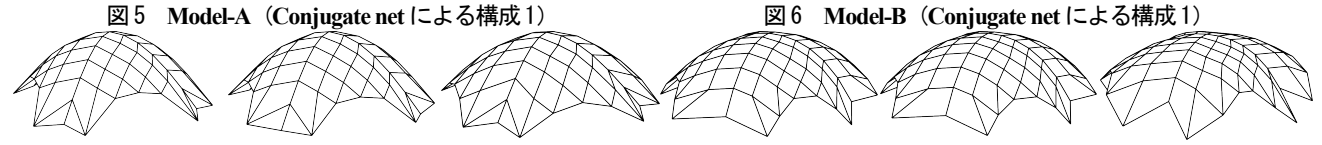
$M_{\min} = -0.0212[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0214[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0270[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.00499[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.00519[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0331[\mathrm{kNm/m}]$

c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図

EABC による結果 GA による結果 PSO による結果 EABC による結果 GA による結果 PSO による結果

図 5　Model-A（Conjugate net による構成 1）

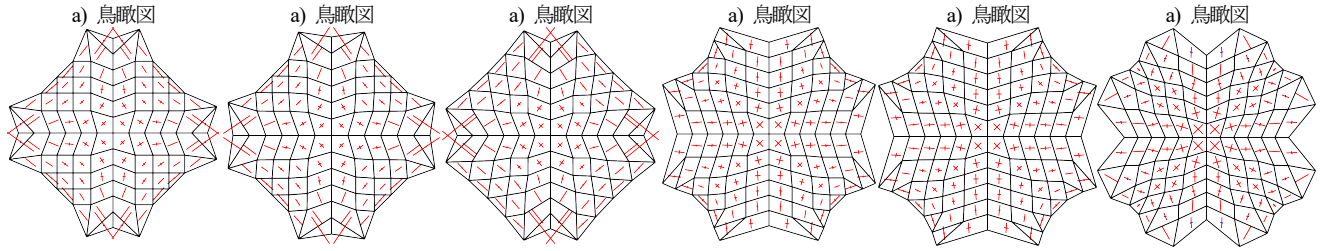
図 6　Model-B（Conjugate net による構成 1）



$f_a = 0.0770[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0783[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.105[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0455[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0466[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.107[\mathrm{kNm/m}]$

${}_z d_{\max} = 1.036\times10^{-3}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 1.003\times10^{-3}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 1.468\times10^{-3}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 4.859\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 4.760\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 1.378\times10^{-3}[\mathrm{m}]$

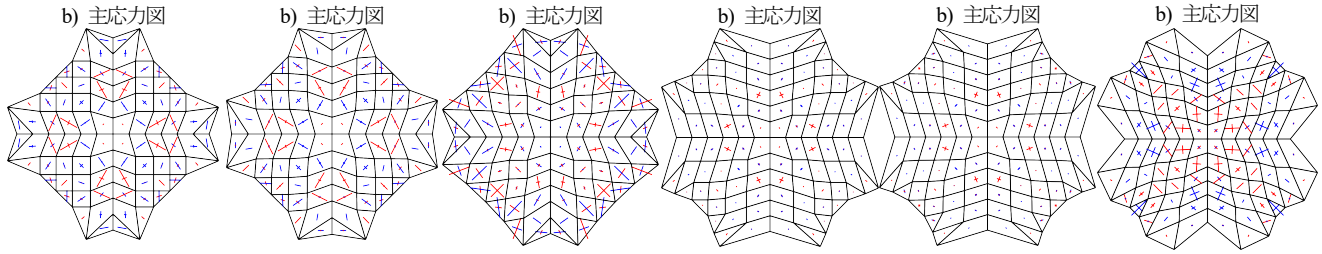
a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図



$\sigma_{\max} = 10.894[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 6.724[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 8.213[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = -4.886[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = -4.757[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 15.742[\mathrm{kN/m^2}]$

$\sigma_{\min} = -219.275[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -209.201[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -257.260[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -91.739[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -95.396[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -121.753[\mathrm{kN/m^2}]$

b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図



$M_{\max} = 0.0264[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0264[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0429[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.00606[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.00673[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0468[\mathrm{kNm/m}]$

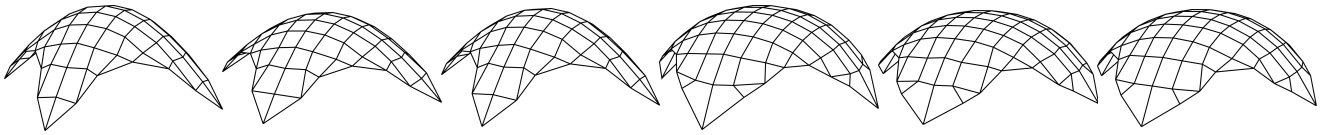
$M_{\min} = -0.0365[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0326[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0507[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0132[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0124[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0307[\mathrm{kNm/m}]$

c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図

EABC による結果 GA による結果 PSO による結果 EABC による結果 GA による結果 PSO による結果

図 7　Model-A（Conjugate net による構成 2）

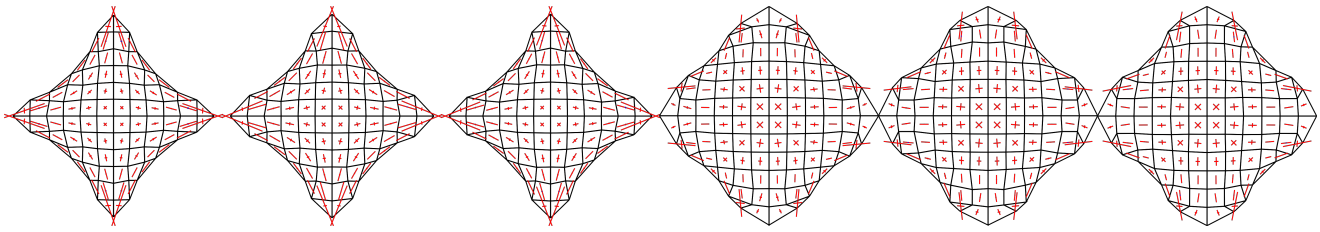
図 8　Model-B（Conjugate net による構成 2）



$f_a = 0.0569[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0572[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0555[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0200[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0223[\mathrm{kNm/m}]$ $f_a = 0.0224[\mathrm{kNm/m}]$

${}_z d_{\max} = 7.746\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 9.154\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 9.332\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 3.547\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 3.654\times10^{-4}[\mathrm{m}]$ ${}_z d_{\max} = 3.674\times10^{-4}[\mathrm{m}]$

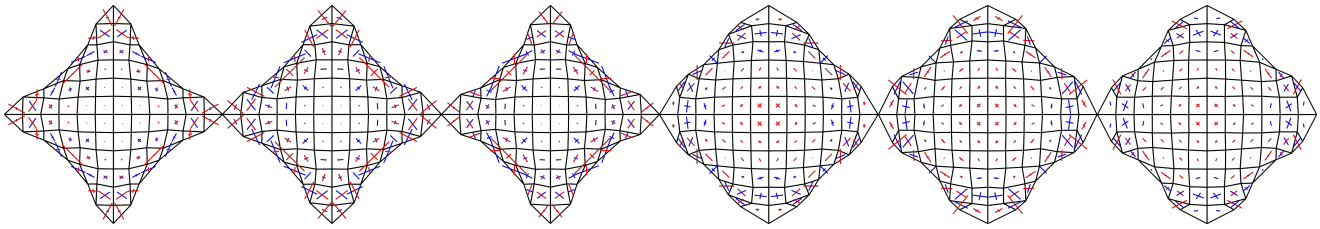
a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図 a) 鳥瞰図



$\sigma_{\max} = 8.465[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 4.595[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 7.241[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = -0.150[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 4.460[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\max} = 4.625[\mathrm{kN/m^2}]$

$\sigma_{\min} = -292.975[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -267.998[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -272.158[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -178.117[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -173.525[\mathrm{kN/m^2}]$ $\sigma_{\min} = -183.372[\mathrm{kN/m^2}]$

b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図 b) 主応力図



$M_{\max} = 0.0126[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0187[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0212[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0115[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.0167[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\max} = 0.00929[\mathrm{kNm/m}]$

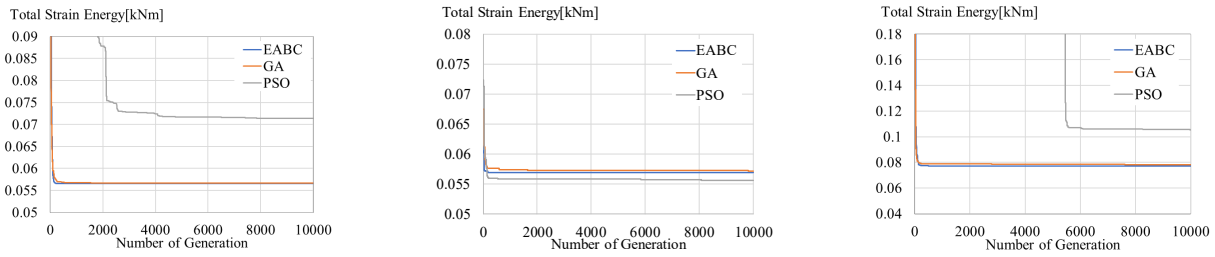
$M_{\min} = -0.0230[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0319[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0385[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0133[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0258[\mathrm{kNm/m}]$ $M_{\min} = -0.0168[\mathrm{kNm/m}]$

c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図 c) 主曲げ応力図

EABC による結果 GA による結果 PSO による結果 EABC による結果 GA による結果 PSO による結果

図 9　Model-A（Circular net による構成）

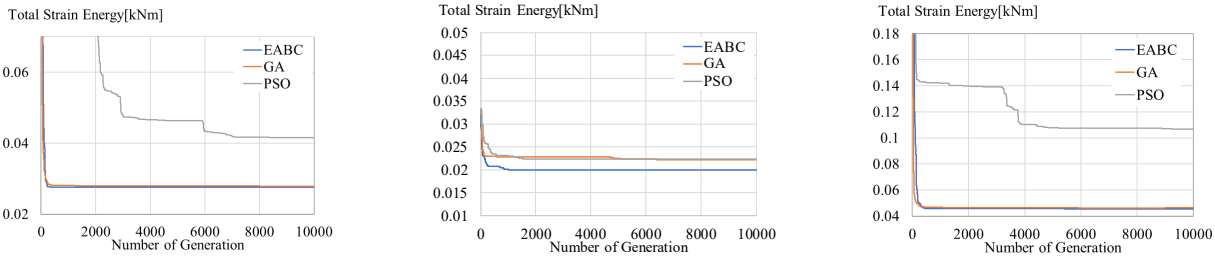
図 10　Model-B（Circular net による構成）



Model-A Conjugate net1

Model-A Circular net

Model-A Conjugate net2



Model-B Conjugate net1

Model-B Circular net

Model-B Conjugate net2

図 11　収束状況

5 考察

Conjugate net、Circular net の特性の違い、Model-A、Model-B の違い等をもとに解析結果について考察する。

Model-A は 4 点ピン支持であり、各端部を 1 点で支えており、いずれの結果も支持部での応力が大きくなっている。それに対し、Model-B は 12 点ピン支持であり各端部を 3 点で支えており、力が分散され支持部での応力は Model-A よりも小さくなっている。Conjugate net では支持部の四辺形要素の面積を大きくすることで、力を分散し、応力を小さくすることができているが、Circular net はその制約の厳しさから四辺形を構成する自由度が Conjugate net よりも低く支持部を構成する四辺形が広がることができず、支持部での応力が少し大きく出てしまっていると考えられる。四辺形構成の自由度の高さから Conjugate net は Circular net よりも総ひずみエネルギをより小さくする可能性を持っている。一方で、Conjugate net は自由度が高い反面、四辺形を制御するための制約条件の設定が困難となることが予測される。Conjugate net で構成される四辺形を制御する制約条件は、角度および面積によるものを採用したが、制約条件を満たさない解が多数存在した。制約条件次第では、より良い解が得られる可能性がある。Circular net は制約が厳しい反面、Conjugate net と比べ四辺形制御のために制約条件を追加する必要性は低くなると考えられる。

PSO の最適化結果は、他の解放と比較して、いくつか目的関数が高い形状が得られている。主曲げ応力が大きく生じている傾向があり、十分に収束していない事が判る。

Conjugate net による構成 2 は構成 1 に面積による制約を付加したものであるが、この制約により境界部での形状が大きく変化しており、総ひずみエネルギも大きくなっている。Model-A は、制約条件次第で得られる解形状が変化するものの総ひずみエネルギ最小化時の断面形状はいずれも懸垂線を描くような形がみられる。Model-B の断面形状は、支持点が 3 点であるため、懸垂線とは異なる若干膨らんだ断面形状の解が得られている。

施工性の観点から Circular net は鏡映反転という性質により、接続面にねじれが生じないという特性を持っており、接続面出の応力伝達がスムーズに行えるため Conjugate net と比べても施工性や製作性に優れている。

解形状の頂部からの投影面積が参照形状と比べて小さくなるような傾向は、荷重条件が原因であると考える。今回の荷重条件は、構成された形状の四辺形要素全体の体積に比例するため、構成される形状によって総重量が異なる。したがって、最適形状は、曲面形状の体積が最も小さい解が候補になると考えられる。

今後は、四辺形を構成する線分に関する条件を加えた場合や単位荷重を加えたときの結果等を把握し、比較していきたい。

6 まとめ

本研究では、平坦な四辺形を形状要素とするシェル構造の施工性や製作性状の利点を示し、総ひずみエネルギ最小化時の解形態の特徴や実現可能性を示した。複数の最適化手法を用いる事により、信頼性が高い形状最適化の結果が得られた。今回の制約条件は面積や角度に関するものを扱ったが、この条件では構成される四辺形が限りなく三角形に近い形状やいびつな四辺形が構成される場合が確認された。これらのことより、制約条件を変化させながら検討を重ねてよりよい制御方法を探していきたい。

また、Conjugate net、Circular net でシェル構造を構成する際に四辺形がねじれた形状が出てくる場合が確認された。このような形状を回避する条件として、四辺形の外積ベクトルが指定した方向を向くような条件も加えていきたいと考えている。それらの結果を比較しよりよい形状の制御方法を決定し、任意の参照形状に対してもシェル構造が形成できる手法であることを示していきたい。

参考文献

1) HelmutPottmann,Michael Eigensatz,Amir Vaxman,Johannes Wallner : Architectural geometry, Computers & Graphics 47,pp.145-164,2015
2) 早川健太郎,軸丸芳揮,横須賀洋平,可香谷隆,林和希,堺雄亮 : シェル理論・膜理論への微分幾何学からのアプローチとその建築曲面設計への応用,2021.7
3) 杉原厚吉 : グラフィックスの数理, 共立出版, 1955
4) 伊庭斉志, 遺伝的アルゴリズムの基礎-GA の謎を解く-, オーム社, 2007
5) J.Kenny and R.Eberhart:Particle Swarm Optimization,Proc.Of IEEE International conference on Neural Network (ICNN), IV,pp.1942-1948,1955
6) D.Karaboga,B.Basturk,A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization :artificial bee colony (ABC) algorithm,Journal of Glob Optimization,39,pp.459-471,2007
7) JEAN-LOUIS BATOZ : A STUDY OF THREE - NODE TRIANGULAR PLATE BENDING ELEMENTS, INTERNATIONAL JOURNALFOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, VOL.15,pp.1771-1812,1980
8) Kaushalkumar Kansara：Development of Membrane,Plate and Flat Shell Elements in Java, 2004.5

線形座屈荷重とひずみエネルギーを単一目的関数として段階的に形状最適化された単層ラチスシェルの信頼性解析

小野倫太郎 [1)]，田所和之 [2)]，佐伯実花 [1)]，熊谷知彦 [3)]，加藤史郎 [4)]
1)明治大学大学院　大学院生
2)元明治大学　学部生
3) 明治大学理工学部 建築学科，教授・博士（工学）
4) 豊橋技術科学大学，名誉教授・工学博士

1 序

これまでに空間構造物を対象として最適化手法を用いた形状決定の研究が数多くなされている[例えば1)]。中でもひずみエネルギーを指標とした構造形態創生手法は，高い剛性を有する曲面形状を創生し，力学的合理性を持った建物の実現に貢献してきた [2)]。このことから多くの最適化問題において，ひずみエネルギーを目的関数として様々な手法を用いた最適形状が求められている。一方で空間構造物においては，変位や荷重がある大きさに達すると，これまでとは別の平衡状態に移行し，座屈と呼ばれる不安定現象を起こす場合がある。その構造形態によっては構造材料の強度を十分発揮することなく，構造物を崩壊に至らしめる場合も少なくなく，構造物の安全性を検討する上で重要視されている [3)]。山本らは，ラチスシェルを対象に，曲げひずみエネルギーと線形座屈荷重をそれぞれ目的関数とした形状最適化を行い，両者で得られた最適形状を対象に弾塑性座屈解析を行っている [4)]。その結果, 細長比が大きい場合には弾性座屈となるため，線形座屈荷重最大化が有効であるが，細長比が小さい場合には弾塑性座屈となるため，曲げひずみエネルギー最小化が有効であることを明らかにしている。上記研究以外にも数多くの研究において座屈荷重とひずみエネルギーを目的関数とした形状最適化に関する研究が行われているが，線形座屈荷重の最大化を行い，得られた最適形状を対象としてひずみエネルギーを最小化する段階的な形状最適化を行った研究は見当たらない。

一方，近年欧米先進国で使われている信頼性設計が注目されており，日本でも空間構造物を対象とした信頼性設計に関する研究が行われ始めている [5), 6)]。信頼性設計において重要な信頼性指標は，対象とする構造物により変わると考えられるため，種々の形状の構造物を対象とした研究の蓄積が重要である。しかし，形状最適化により求められた最適形状を対象として信頼性指標を分析した研究は数少ない [7)]。

そこで本研究では, 数理計画法である逐次二次計画法を用いて単層ラチスシェルを対象とし, ひずみエネルギーのみを目的関数とした場合と, 線形座屈荷重係数とひずみエネルギーのそれぞれを目的関数として 2 段階での形状最適化を行う場合の 2 種類の最適化を行う。また，得られた最適形状を対象として信頼性解析を行うことで等分布雪荷重を受ける際の信頼性指標 β と荷重係数 γ_n, γ_s の関係を求め，信頼性の分析を行う。なお，形状最適化には Fortran と Python を併用した最適化プログラムを使用する。

2 ひずみエネルギーに関する形状最適化

2.1 単層ラチスシェル曲面の記述法

$n\times m$ 次テンソル積ベジエ曲面（以下，ベジエ曲面）の曲面形状を定義する実空間座標内の制御点ベクトルを $\boldsymbol{R}'_{\alpha,\beta}$ とし，u, v $(0\leqq u, v\leqq 1)$をパラメータとすると，ベジエ曲面 $X(u, v)$は，バーンスタイン基底関数 B_α^n および B_β^m $(\alpha=1\cdots n, \beta=1\cdots m)$を用いて式(1)で表され，パラメータ値 (u, v)により定められる。

$$\boldsymbol{X}(u,v)=\sum_{\alpha=0}^{n}\sum_{\beta=0}^{m}\boldsymbol{R}'_{\alpha,\beta}B_\alpha^n(u)B_\beta^m(v) \tag{1}$$

ここに，次数 n, m はいずれも 5 であり，$\boldsymbol{R}'_{\alpha,\beta}$ はアフィン変換行列 T と正規化された空間内の制御点ベクトル $\boldsymbol{R}_{\alpha,\beta}$ により，式(2)のように定義される。

$$\boldsymbol{R}'_{\alpha,\beta}=\boldsymbol{T}\boldsymbol{R}_{\alpha,\beta} \tag{2}$$

なお，最適化問題において，制御点ベクトルを設計変数とする場合には $\boldsymbol{R}_{\alpha,\beta}$ を用い，アフィン変換行列 T は，最適化過程において固定する。

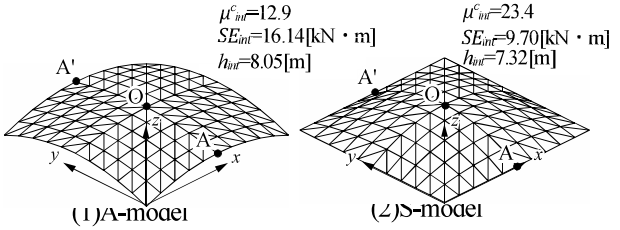


図 1 初期形状（鳥瞰図）

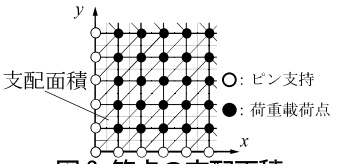


図 2 節点の支配面積

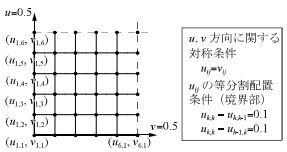


図 3 節点位置を決めるパラメータ u, v

表 1 部材諸元

部材細長比		外径	厚さ	断面積	断面二次モーメント	断面二次半径	ヤング係数	降伏応力度
格子材 λ_g	斜材 λ_b	ϕ [cm]	t [cm]	A [cm^2]	I [cm^4]	i [cm]	E [N/mm^2]	σ_y [N/mm^2]
45.4~48.2	64.2~68.2	31.85	0.69	67.5	8200	11.0	206000	300

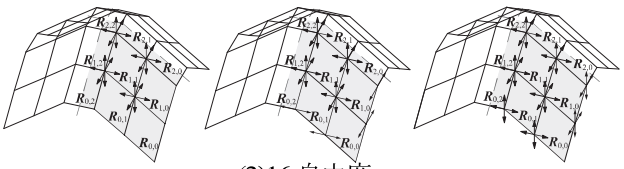
2.2 対象とする単層ラチスシェルの概要

図 1 に初期形状を示す。対象とするモデルは，境界においてアーチ形状である A-model と，境界において直線である S-model とする。また，x,y 方向に配置される部材を格子材，斜め 45 度方向に配置される部材を斜材とし，これら 2 種類の部材でラチスシェルを構成する。境界条件は全周ピン支持とし，荷重条件は図 2 に示す節点の支配面積変化を考慮した分布とする。基準荷重は式(3)に示すように，1 節点の支配面積 A_{node} と単位面積あたりの重量 p_{d0}（=1.18kN/m^2）の積として求める。

$$\boldsymbol{P}_0 = A_{node} \cdot p_{d0} \tag{3}$$

また，各初期形状におけるひずみエネルギーSE_{int}，線形座屈荷重係数 $\mu^c{}_{int}$，ライズ h_{int} を図 1 中に示す。部材諸元を表 1 に示す。構成部材はすべて円形鋼管とする。なお，部材要素は梁要素とする。

図 3 にベジエ曲面におけるパラメータ u, v の設定方法を示す。u,v は u_{ij}, v_{ij}(i,j=1…6)と表し，ラチスシェルの平面に対応するパラメータ空間に等分割して配置する。曲面は u=0.5, v=0.5 において対称とする。図 4 に制御点ベクトル $\boldsymbol{R}_{\alpha,\beta}$ の自由度を示す。最大で 9 つの制御点の座標ベクトル $\boldsymbol{R}_{\alpha,\beta}$ を設計変数として解析を行う。制御点の自由度は，12，20，S-model のみ 16 とした 3 タイプを考える。モデル名を図 5 に示す。



(1)12 自由度　(2)16 自由度 (S-model のみ)　(3)20 自由度

図 4 制御点ベクトルの自由度

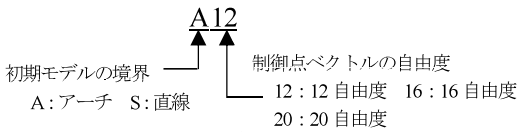


図 5 モデル名

2.3 最適化問題の定式化

本研究では，ひずみエネルギーSE を最小化，または，1 次線形座屈荷重係数を最大化する形状最適化を行う。

ひずみエネルギーSE は，i 個の成分を持つ節点変位ベクトルを d，i×i の剛性マトリクスを K とすると，式(4)で定義される。

$$SE = \frac{1}{2} d^{\mathrm{T}} K d \tag{4}$$

線形座屈荷重係数は，以下のように求める。基準荷重ベクトル P_0 を定め，荷重係数 μ をパラメータとして，載荷荷重 μP_0 を作用させる。線形剛性行列，幾何剛性行列をそれぞれ K_L，K_G とおくと，r 次座屈モード Φ_r とこれに対応する線形座屈荷重係数 μ_r は，式(5)に示す固有値問題の解である。

$$(\boldsymbol{K}_L + \mu_r \boldsymbol{K}_G)\Phi_r = 0 \tag{5}$$

線形座屈荷重は，μ^c を μ_r の正の最小値（1 次線形座屈荷重係数）とすると $\mu^c P_0$ と定義される。

2.4 形状最適化問題

2.4.1 部材細長比を制約条件としたひずみエネルギー最小化(P1)

前節で定義したひずみエネルギーを目的関数とした最適化問題 P1 を以下に示す。制約条件は各格子材細長比 λ_{g_k} の上限値 λ_{g_max}，下限値 λ_{g_min}，各斜材細長比 λ_{b_l} の上限値 λ_{b_max}，下限値 λ_{b_min}，制御点ベクトル $\boldsymbol{R}_{\alpha,\beta}$ の上限値 $\boldsymbol{R}^{max}_{\alpha,\beta}$，下限値 $\boldsymbol{R}^{min}_{\alpha,\beta}$ とする。

P1　Minimize : SE (6)

Subject to : $\lambda_{g_min} \le \lambda_{g_k} \le \lambda_{g_max} (k = 1,\ldots,N_g)$ (7)

$\lambda_{b_min} \le \lambda_{b_l} \le \lambda_{b_max} (l = 1,\ldots,N_b)$ (8)

$\boldsymbol{R}^{min}_{\alpha,\beta} \le \boldsymbol{R}_{\alpha,\beta} \le \boldsymbol{R}^{max}_{\alpha,\beta}$ (9)

Design variables : $\boldsymbol{R}_{\alpha,\beta}$ (10)

ここに，N_g, N_b は制約を考慮する格子材，斜材の数である。

2.4.2 線形座屈荷重を制約条件としたひずみエネルギー最小化(P2)

ここでは，線形座屈荷重係数 μ^c，ひずみエネルギーSE を目的関数とした 2 段階での最適化を行う。後述する P2-2 において線形座屈荷重に対する制約を設けるために，まず μ^c を最大化する形状最適化 P2-1 を行う。制約条件は各格子材細長比 λ_{g_k} の上限値 λ_{g_max}，下限値 λ_{g_min}，各斜材細長比 λ_{b_l} の上限値 λ_{b_max}，下限値 λ_{b_min}，と制御点ベクトル $\boldsymbol{R}_{\alpha,\beta}$ の上限値 $\boldsymbol{R}^{max}_{\alpha,\beta}$，下限値 $\boldsymbol{R}^{min}_{\alpha,\beta}$ とする。

P1　Minimize : SE (11)

Subject to : $\lambda_{g_min} \le \lambda_{g_k} \le \lambda_{g_max} (k = 1,\ldots,N_g)$ (12)

$\lambda_{b_min} \le \lambda_{b_l} \le \lambda_{b_max} (l = 1,\ldots,N_b)$ (13)

$\boldsymbol{R}^{min}_{\alpha,\beta} \le \boldsymbol{R}_{\alpha,\beta} \le \boldsymbol{R}^{max}_{\alpha,\beta}$ (14)

Design variables : $\boldsymbol{R}_{\alpha,\beta}$ (15)

ここに, N_g, N_b は制約を考慮する格子材, 斜材の数である。次に，P2-1 で得られた座屈荷重係数 $\mu^c_{opt(P2\text{-}1)}$ を有する最適形状を初期形状として，ひずみエネルギーを最小化する最適化問題 P2-2 を考える。制約条件は，P2-1 と同様の部材の細長比，および 1 段階目の最適化により得られた座屈荷重係数 $\mu^c_{opt(P2\text{-}1)}$ からの減少割合が一定の割合以下になることとする。

$$\text{P2-2}\quad \text{Minimize}: \quad SE \tag{16}$$

$$\text{Subject to}: \quad s\mu^c{}_{opt(P2\text{-}1)} \le \mu^c \tag{17}$$

$$\lambda_{g_min} \le \lambda_{g_k} \le \lambda_{g_max} (k = 1,\ldots,N_g) \tag{18}$$

$$\lambda_{b_min} \le \lambda_{b_l} \le \lambda_{b_max} (l = 1,\ldots,N_b) \tag{19}$$

$$\boldsymbol{R}^{min}_{\alpha,\beta} \le \boldsymbol{R}_{\alpha,\beta} \le \boldsymbol{R}^{max}_{\alpha,\beta} \tag{20}$$

$$\text{Design variables}: \boldsymbol{R}_{\alpha,\beta} \tag{21}$$

ここに，s は任意の実数である。

また P2 は，12 自由度モデルにのみ行うものとする。

2.5 最適化結果

形状最適化結果を以下に示す。最適化問題 P1，P2-1，P2-2 において，格子材細長比 λ_{g_min}=20，λ_{g_max}=120，斜材細長比 λ_{b_min}=40，λ_{b_max}=140，N_c=320 とする。また，最適化問題 P2-2 における s の値は A12 では 0.6，S12 では 0.5 とする。最適化計算には，Python の科学技術計算ライブラリ Scipy に同梱されている逐次二次計画法のソルバーである SLSQP を用いる。最適化問題 P1，P2 (P2-1，P2-2)の最適化結果をそれぞれ表 2，表 3 に，最適形状をそれぞれ図 6，図 7 に示す。座屈荷重係数 μ^c は，P2-2 で得られた最適形状では P1 と比較して, A-model で 1.28 倍, S-model で 1.24 倍となる。また P2 を行うことで，P1 の A12，S12 とほぼ等しい SE を有しながら，より大きな μ^c を持つ形状が得られる。また，P1 と P2 により，得られる最適形状は異なる。図 6(1)と図 7(a)(2)に示す A12 を例に比較すると，P1 の最適形状は P2-2 よりも歪な形状となる。P2-1 を行うことで丸みを帯びた滑らかな形状が得られ，P2-2 では P2-1 の形状を維持しつつ，μ^c の大きい形状となる。また P1，P2-2 共に，最適解の SE は初期形状の SE_{int} に比べて A-model では，約 1/11 倍，S-model では約 1/6 倍に減少する。また，制御点ベクトルの自由度が大きい A20, S20 モデルでは，初期形状と大きく異なる。

表 2　P1 最適化結果

	A12	A20	S12	S16	S20
SE [kN・m]	1.39	1.55	1.44	1.61	1.36
μ^c	42.58	44.29	35.09	56.24	42.56
h [m]	22.21	23.77	18.59	22.35	19.6

表 3　P2 最適化結果

モデル名	最適化問題	SE [kN・m]	μ^c	h [m]
A12 (s=0.6)	P2-1	2.41	91.18	22.21
	P2-2	1.55	54.7	22.33
S12 (s=0.5)	P2-1	2.75	86.7	16.59
	P2-2	1.55	43.37	19.7

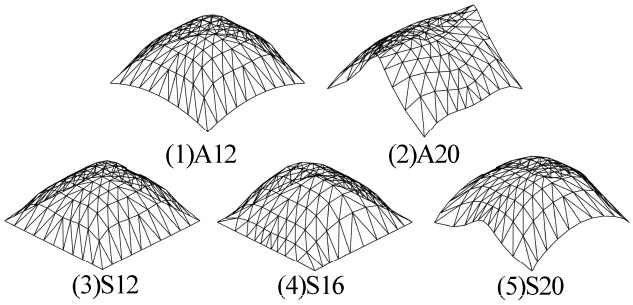


図 6 最適形状 (P1)

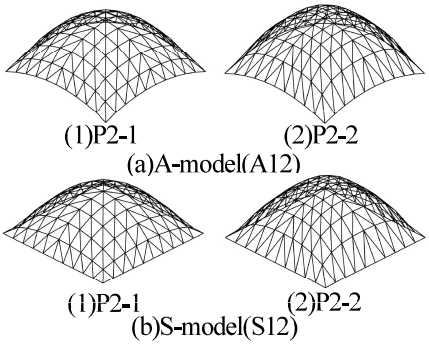


図 7 最適形状 (P2)

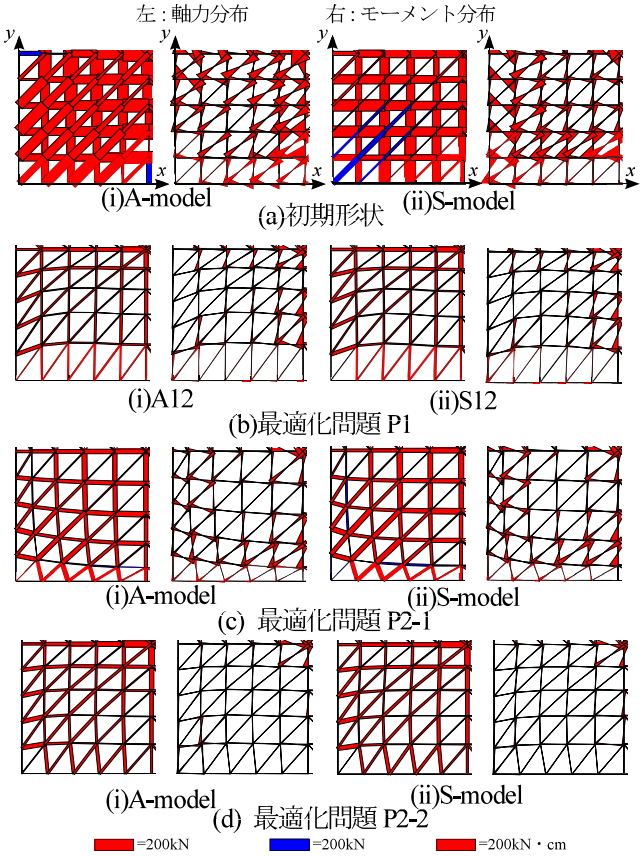


図 8 初期形状，最適形状の固定荷重下における応力図 (12 自由度モデル)

また，図 8 には A12，S12 モデルの P1，P2-1，P2-2 の最適形状の固定荷重下における応力分布図を示す。各最適形状は初期形状に比べて曲げモーメントが小さく，軸力場となっており，P2 により得られた最適形状は，頂点近傍でのモーメントが P1 による最適形状よりも増加している。

3 信頼性解析

3.1 荷重の算定

信頼性解析において対象とする荷重は，固定荷重および雪荷重とする。雪荷重は，100 年再現期間に対して積雪深 $h_{s(n)}$=0.5m と仮定し，単位積雪重量 ρ_s，公称積雪荷重 $S_{(n)}$は次式[8]より算定する。

$$\rho_s = 0.72\sqrt{h_{s(n)} / h_{ref}} + 2.32 \tag{22}$$

$$S_{(n)} = \rho_s \cdot h_{s(n)} \tag{23}$$

ここに，h_{ref}は基準積雪深であり，1m である。下添字の「(n)」は公称値を表す。

積雪荷重係数 γ_s，単一荷重係数 γ_n[6]については次式を用いて算定する。

$$\gamma_s = \frac{p_{v0(n)} - \gamma_d \cdot p_{d0(n)}}{\rho_s h_{s(n)}} \tag{24}$$

$$\gamma_n = \frac{\gamma_d \cdot p_{d0(n)} + \gamma_s \cdot \rho_s h_{s(n)}}{p_{d0(n)} + \rho_s h_{s(n)}} \tag{25}$$

ここに，$p_{v0(n)}$は単位面積当たりの終局用設計荷重，γ_dは固定荷重に関する荷重係数(=1.1)であり，$p_{d0(n)}$は固定荷重である。

p_{v0} は降伏荷重 σ_y=235[N/mm^2]を想定して設計するときに必要な耐力とし，式(26)より算定する。その際に用いる $\alpha_{cr(FEM)}$は式(27)より求める。

$$p_{v0} = (\alpha_{cr(FEM)} \cdot P_{cr(c)}) / A_{node} \tag{26}$$

$$\alpha_{cr(FEM)} = \frac{P_{cr(FEM)(235)}}{P_{cr(FEM)(300)}} \tag{27}$$

ここに，$P_{cr(c)}$は耐力の平均値，A_{node}は 1 節点の支配面積である。また，下付きの ( ) 内の文字は，降伏荷重を表す。

3.2 座屈耐力の算定

3.2.1 弾塑性座屈荷重 P_{cr} の算定

信頼性解析では，確率変数の変動性を考慮するために，確率変数を関数の変数として含む座屈荷重算定式が必要となる。そこで，弾塑性座屈荷重 P_{cr} を次式の修正ダンカレー式により設定する。

$$P_{cr} = \omega \cdot \frac{2}{\sqrt{\Lambda_s^4 + 4} + \Lambda_s^2} \cdot P_{SQ} \tag{28}$$

ここに，ω は調整係数，P_{SQ}は降伏荷重，Λ_sは次式により算定する正規化細長比である。

$$\Lambda_s = \sqrt{P_{SQ} / P_{cr}^{el}} \tag{29}$$

P_{cr} の算定式で用いる調整係数ω，降伏荷重 P_{SQ}，弾性座屈荷重 P_{cr}^{el} の算定式は，次項以降で順次誘導する。

3.2.2 調整係数 ω の算定

式(28)は近似式であるため，調整係数 ω を算定し，これを信頼性解析に用いる。最初に正解値として扱う弾塑性座屈荷重 $P_{cr(FEM)}$を幾何学的非線形性を考慮した弾塑性座屈解析により求める。また，同様に降伏荷重 $P_{SQ(FEM)}$および弾性座屈荷重$P_{cr(FEM)}^{el}$を求める。$P_{SQ(FEM)}$, $P_{cr(FEM)}^{el}$を用いて次式より正規化細長比 $\Lambda_{s(FEM)}$を求める。

$$\Lambda_{s(FEM)} = \sqrt{P_{SQ(FEM)} / P_{cr(FEM)}^{el}} \tag{30}$$

降伏荷重 $P_{SQ(FEM)}$および式(30)により求められた $\Lambda_{s(FEM)}$を用いて，式(31)に示す修正ダンカレー式により弾塑性座屈荷重 $P_{cr(D)}$を算定する。

$$P_{cr(D)} = \frac{2}{\sqrt{\Lambda_{S(FEM)}^4 + 4} + \Lambda_{S(FEM)}^2} \cdot P_{SQ(FEM)} \tag{31}$$

調整係数ωは，式(31)により求められた弾塑性座屈荷重 $P_{cr(D)}$に対する $P_{cr(FEM)}$の比であり，次式より算定する。

$$\omega = P_{cr(FEM)} / P_{cr(D)} \tag{32}$$

3.2.3 降伏荷重 P_{SQ} の定式化

P_{SQ}は式(33)のように降伏応力度 σ_y と部材断面積 A の関数として仮定する。

$$P_{SQ} = P_{SQ}(\frac{\sigma_y}{\sigma_{y(n)}}, \frac{A}{A_0}) \tag{33}$$

ここに，A_0 は設計値，A は設計値に対応する確率的性質を持つ実数値である。

全てのパラメータにおいて設計値と実数値の差が小さい場合には，式(33)を次式のように展開する。

$$P_{SQ} = P_{SQ(n)} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_{y(n)}} \cdot g \tag{34}$$

$$g = 1 + q(\frac{A}{A_0} - 1) \tag{35}$$

ここに，$P_{SQ(n)}$は降伏荷重の公称値，g はパラメータによる影響係数であり，係数 q は次式により静的弾塑性座屈解析から求める。係数 q は微少な増加量 ΔA を変化させることによって次式により計算する。

$$q = \frac{1}{P_{SQ(n)}} \left\{ P_{SQ}(1, \frac{A_0 + \Delta A}{A_0}) - P_{SQ(n)} \right\} \cdot \frac{A_0}{\Delta A} \tag{36}$$

3.2.4 線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} の定式化

P_{cr}^{el}の算定に用いる P_{cr}^{lin}は式(37)のようにヤング係数 E_s，部材断面積 A，部材細長比 λ の関数として仮定する。

$$P_{cr}^{lin} = P_{cr}^{lin}(\frac{E_s}{E_{s(n)}}, \frac{A}{A_0}, \frac{\lambda}{\lambda_0}) \tag{37}$$

ここに，λ_0は設計値である。

式(33)と同様に式(37)は，式(38), (39)のように展開される。

$$P_{cr}^{lin} = P_{cr(n)}^{lin} \cdot \frac{E_s}{E_{s(n)}} \cdot f \tag{38}$$

$$f = \frac{1 + a(\frac{A}{A_0} - 1)}{1 + b(\frac{\lambda}{\lambda_0} - 1)} \tag{39}$$

ここに，fはパラメータによる影響係数，係数a，bは1次摂動の解である。係数a，bは次式によって線形座屈解析により決定する。

$$a = \frac{1}{P_{cr(n)}^{lin}} \left\{ P_{cr(n)}^{lin}(1, \frac{A_0 + \Delta A}{A_0}, 1) - P_{cr(n)}^{lin} \right\} \cdot \frac{A_0}{\Delta A} \tag{40}$$

$$b = \left\{ \frac{P_{cr(n)}^{lin}}{P_{cr}^{lin}(1,1,\frac{\lambda_0 + \Delta\lambda}{\lambda_0})} - 1 \right\} \cdot \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \tag{41}$$

ここに，ΔA，$\Delta\lambda$は，A，λと比較して微少な増分量である。

3.2.5　弾性座屈荷重P_{cr}^{el}の算定

弾性座屈荷重P_{cr}^{el}は，式(37)により求まるP_{cr}^{lin}および弾性座屈荷重低減係数α_0を用いて次式により算定する。

$$P_{cr}^{el} = \alpha_0 P_{cr}^{lin} \tag{42}$$

本研究では，形状初期不整を考慮しないため，弾性座屈荷重低減係数α_0を$\alpha_{noimp(\mathrm{FEM})}$と見なし，式(43)により求める。

$$\alpha_{noimp(FEM)} = P_{cr(FEM)}^{el} \Big/ P_{cr(FEM)}^{lin} \tag{43}$$

表4に各モデルにおける$\alpha_{noimp(\mathrm{FEM})}$，$\omega$を示す。

3.3　信頼性解析手法の概要

破壊確率の計算には，次の性能関数Z_{pf}を用いる。

$$Z_{pf} = P_{cr} - \left(P_0 + A_{node} \cdot \rho_s h_{s(n)} \right) \tag{44}$$

ここに，P_{cr}は式(28)により求まる弾塑性座屈荷重であり，P_0は，1節点あたりの固定荷重（基準荷重）である。

AFOSM法(Advanced First-Order Second-Moment method)[9]によって，信頼性指標βが式(45)により得られ，破壊確率P_{fl}は式(46)で計算される。

$$\beta = \mu_Z / \sigma_Z \tag{45}$$

$$P_{fl} = 1 - \Phi(\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}) \tag{46}$$

ここに，μ_Z，σ_Zは，それぞれZ=0を満たす設計点における性能関数Z_{pf}の平均値，標準偏差，Φは標準正規確率分布関数である。

信頼性解析に用いる確率変数の平均値，変動係数，公称値，確率分布を表5に示す。また，係数a, b, qについては表6に示す。ただし，全ての確率変数に関して，平均値は公称値と等しいと仮定する。確率変数の確率分布は対数正規分布とする。変動係数は文献6), 8)にしたがって仮定する。また，積雪深h_sの変動係数は，0.4，0.6の2種類とする。ただし，これらの確率変数は互いに独立であるとする。

表4　低減係数$\alpha_{noimp(\mathrm{FEM})}$および調整係数

最適化問題	モデル名	$\alpha_{noimp(FEM)}$	ω
P1	A12	0.926	2.091
	A20	0.924	1.355
	S12	0.865	2.132
	S16	0.979	2.209
	S20	0.801	1.620
P2-2	A12	0.913	1.833
	S12	0.935	1.915

表5　信頼性解析に用いる確率変数の詳細

確率変数	平均値	変動係数	公称値	確率分布
σ_y (N/mm^2)	300	0.081	300	対数正規分布
λ/λ_0	1.00	0.04	1.00	
A/A_0	1.00	0.03	1.00	
a	表6	表6	表6	
b	表6	表6	表6	
q	表6	表6	表6	
E (N/mm^2)	206000	0.087	206000	
ω	表4	0.001	表4	
h_s (m)	0.5	0.4,0.6	0.5	

表6　信頼性解析に用いる係数の詳細

最適化問題	モデル名	a		b		q	
		平均値	変動係数	平均値	変動係数	平均値	変動係数
P1	A12	2.856	0.029	2.844	0.046	1.263	0.115
	A20	2.729	0.031	2.724	0.044	1.091	0.321
	S12	2.837	0.036	2.816	0.039	1.191	0.039
	S16	2.997	0.040	2.975	0.042	1.008	0.515
	S20	2.931	0.037	2.916	0.043	1.141	0.139
P2-2	A12	2.921	0.031	2.906	0.046	1.240	0.091
	S12	2.891	0.030	2.893	0.041	1.210	0.012

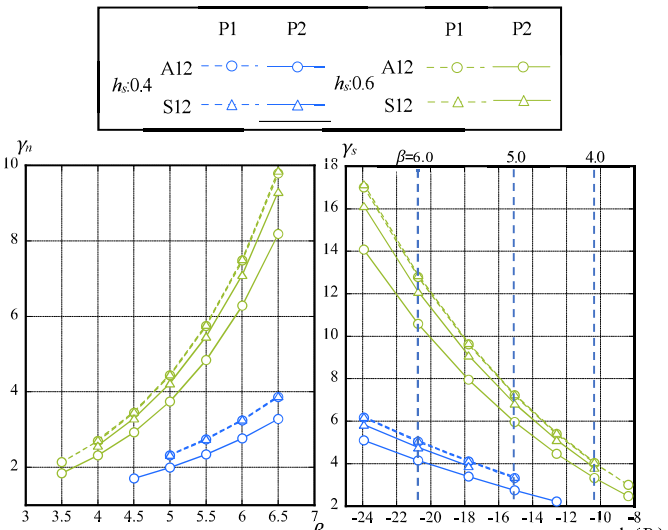


図9 単一荷重係数γ_nと信頼性指標βの関係

図10 積雪荷重係数γ_sと破壊確率P_{fl}の関係

3.4 信頼性解析結果

図 9 に単一荷重係数 γ_n と信頼性指標の関係を，図 10 に積雪荷重係数 γ_s と破壊確率の関係を示す。h_s の変動係数が小さい程，同一の β を満たすための γ_n, γ_s は小さい。また，h_s によらず，P1 よりも，P2 の最適形状の方が，同一の β を満たすために必要な γ_n, γ_s は小さい。また，変動係数が大きいほど，曲線の勾配が大きく，目標とする β によって必要な荷重係数は大きく異なる。

4 結

単層ラチスシェルを対象とし，ひずみエネルギーを単一目的関数とした形状最適化 P1 と，線形座屈荷重係数とひずみエネルギーをそれぞれ目的関数とした 2 段階での形状最適化 P2 (P2-1, P2-2)を行い，得られた最適形状を対象として信頼性解析を行った。得られた知見を以下に示す。

1) P2 を行うことで，P1 と等しいひずみエネルギー SE とより大きな μ^c を持つ最適解を得ることができる。また，P1 と P2 から得られる最適形状は異なり，2 段階で最適化を行うことで，より滑らかな曲面形状を持つ解が得られる。
2) P1 で得られる最適形状よりも，P2 で得られた最適形状における，同一の信頼性指標 β を満たすために必要な荷重係数 γ_n，γ_s は小さい。

参考文献

1) 小河利行，大崎　純，立石理恵：線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化，日本建築学会構造系論文集，第 570 号，pp.129-136，2003.8
2) 藤田慎之介，大森博司，木村俊明：ひずみエネルギー極小化された自由曲面シェル構造の座屈不安定性状，日本建築学会大会学術講演梗概集（中国），B-1 分冊，pp.761-762，2008.9
3) 山本憲司，皆川洋一，大森博司：座屈荷重を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 564 号，pp.95-102，2003.2
4) 大内紫雲，山本憲司：曲げ歪エネルギーまたは線形座屈荷重について形状最適化されたラチスシェルの弾塑性座屈耐力, 構造工学論文集, Vol.62B, pp.69-74, 2016.3
5) 加藤史郎，岩元貴幸，大屋貴徳：ラチスドームの座屈耐力に関する単一荷重係数と信頼性指標の関係の試算ー荷重係数に対する積雪荷重と初期不整の大小の影響ー，日本建築学会構造系論文集，第 83 巻，第 743 号，pp.135-145，2018.1
6) Shiro Kato，Toshimasa Yanagisawa，Shoji Nakazawa：Re-Consideration of Global Load Factor in Buckling Load Evaluation for Reticulated Spherical Domes Related to Reliability Index, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures，Vol.56, No.3，pp.199-215，2015.9
7) 杉崎友哉，臼井亮平，熊谷知彦，加藤史郎，小河利行：形状変化に伴う節点の支配面積変化を考慮して形状最適化された単層ラチスシェルの信頼性解析，日本建築学会大会学術講演梗概集（北陸），B-1 分冊，pp785-786，2019.9
8) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説（2015），2016.6
9) 星谷　勝，石井　清：構造物の信頼性設計法，鹿島出版会，2007.2

Panel-pointモデルを用いた剛体折紙の2次の微小変形メカニズムと重力を考慮した変形モード解析

早川健太郎[1)]，大崎　純[2)]
1)京都大学大学院工学研究科建築学専攻，特定助教，博士(工学)，se.hayakawa@archi.kyoto-u.ac.jp
2)京都大学大学院工学研究科建築学専攻，教授，博士(工学)，ohsaki@archi.kyoto-u.ac.jp

1　はじめに

剛体折紙は剛なパネルをヒンジで接続した，部材変形を生じずに全体形状が変化するメカニズムの一種である。その変形メカニズムを応用することで，固い素材のパネルを用いた人工衛星の太陽光パネルや可動式の日除けなどの展開・折り畳み可能な構造を実現できる[1)]。建築構造への応用例としては，平面でパネルをヒンジで接続し，プッシュアップまたは吊り上げることで屋根等の構造を施工することが考えられる。

剛体折紙の変形メカニズムは。パネルとヒンジの形状・配置にもとづく変位の幾何学的な適合条件で決定される。非線形な適合条件式を満たす変位を解析的に求めることは困難なため，適合条件式のテイラー展開にもとづく微小変形メカニズムの解析が行われる。適合条件式の1階微分から得られる1次の微小変形メカニズムは最も容易に解析可能だが，大変形を生じない変形モードを含む場合がある。特に，メカニズムの分岐点[2)]であるすべての折線が同一平面上にある平坦状態で大変形を生じうる微小変形メカニズムを得るためには，適合条件式の2階微分を用いた2次の微小変形メカニズムを考慮する必要がある[3)]。さらに，建築物のような自重を無視できないスケールの構造物では，微小変形メカニズムの解析で考慮される幾何学的な適合条件に加えて，重力等の外力の影響を考慮することも重要である[4)]。

本研究では，平坦状態の剛体折紙に重力下で誘導される変形モードを全ポテンシャルエネルギーの観点から探索し，順位付けする。解析には著者らが提案しているpanel-pinモデル[5)]を用いる。Panel-pinモデルではパネルの重心の並進と回転変位を独立変数とし，隣接するパネルの頂点変位が一致するよう変位に適合条件を課す。また，折線での折り角と頂点変位はパネル変位の関数とする。Panel-pinモデルの微小変形メカニズム解析で得られる1次の微小変形メカニズムモードを組み合わせた変位増分下で，折線に導入した回転ばねと重力による全ポテンシャルエネルギー変化量を計算し，2次の微小変形メカニズムの存在条件のもと全ポテンシャルエネルギー変化量を最小化することで大変形を生じる可能性の高い変形モードを求める。

2　Panel-pinモデルの定式化

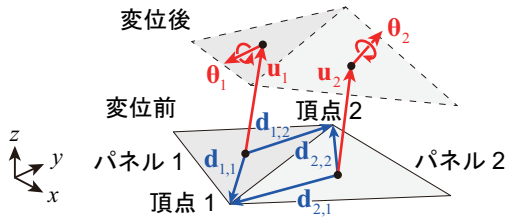


図1: 隣接パネル1, 2の変位ベクトルとパネルの重心から頂点へ向かうベクトル

Panel-pinモデル[5)]では，一般的なリンケージのようにパネルをヒンジ接合した場合ではなく，頂点でピン接合した場合の適合条件を定式化する。モデル全体のパネル数を N_p とし，パネル $i\ (=1,\ldots,N_\mathrm{p})$ の全体座標系 (x,y,z) での並進変位と回転変位ベクトルをそれぞれ $\mathbf{u}_i,\ \boldsymbol{\theta}_i \in \mathbb{R}^3$ とおく。また，変位前にパネル i の重心から頂点 $j\ (=1,\ldots,N_\mathrm{v})$ に向かうベクトルを $\mathbf{d}_{i,j} \in \mathbb{R}^3$ とおく。ただし，N_v はモデル全体の頂点数である。図 1のように，パネル1, 2が頂点1, 2を共有して接続されているとすると，パネル1, 2の変位の頂点 $j\ (=1,2)$ における適合条件式は以下のように書ける。

$$\mathbf{u}_1 + (\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_1) - \mathbf{I}_3)\,\mathbf{d}_{1,j} - \mathbf{u}_2 - (\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_2) - \mathbf{I}_3)\,\mathbf{d}_{2,j} = \mathbf{0} \tag{1}$$

ここで，$\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_i) \in \mathbb{R}^{3\times3}$ は $\boldsymbol{\theta}_i$ に関する回転行列であり，$\mathbf{I}_3$ は3次の単位行列である。

一方，図2(a)に示すように，変位前のパネル1, 2の単位法線ベクトルをそれぞれ $\mathbf{n}_1,\ \mathbf{n}_2 \in \mathbb{R}^3$, パネル1から2に向かい，パネル1, 2間の折線および $\mathbf{n}_1$ に垂直な単位ベクトルを $\mathbf{b}_1 \in \mathbb{R}^3$ として，パネル1, 2間の折線の

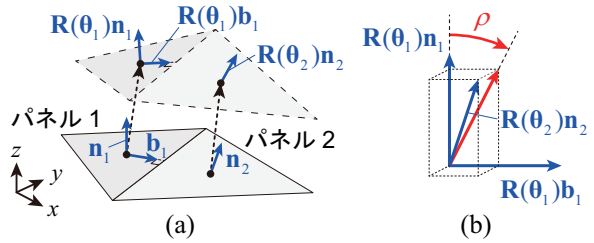


図2: (a) 変位前後のパネル1, 2の単位法線ベクトルとパネル1の参照ベクトル，(b) 折り角ρの定義

折り角 ρ を以下のように定める。

$$\begin{aligned}\rho &= \mathrm{atan2}(p,\, q)\\ p &= \langle \mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_2)\mathbf{n}_2,\, \mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_1)\mathbf{b}_1\rangle\\ q &= \langle \mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_2)\mathbf{n}_2,\, \mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_1)\mathbf{n}_1\rangle\end{aligned} \tag{2}$$

ただし，$\langle\cdot,\cdot\rangle$ はベクトルの内積を表し，$\mathrm{atan2}(\cdot,\cdot)$ は2つの引数をとる逆正接関数である。ρ は，式(1)の左辺が $\mathbf{0}$ のとき，$\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_1)\mathbf{n}_1$ と $\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_2)\mathbf{n}_2$ のなす角であり，$\mathbf{0}$ でないとき，図2(b)に示すように $\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_1)\mathbf{n}_1$ と $\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_1)\mathbf{b}_1$ で張られる平面に $\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_2)\mathbf{n}_2$ を投影したベクトルと $\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_1)\mathbf{n}_1$ とのなす角である。

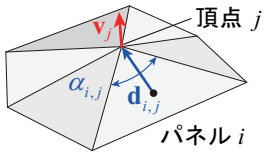


図3: 頂点jの変位を定めるパネルの内角とベクトル

さらに，頂点 j $(=1,\ldots,N_\mathrm{v})$ の周りのパネルの集合を $\mathcal{I}_j$ とし，図3に示すように，パネル $i\in\mathcal{I}_j$ の頂点 j における内角を $\alpha_{i,j}$として，頂点 j の並進変位 $\mathbf{v}_j\in\mathbb{R}^3$ を以下のように定める。

$$\mathbf{v}_j = \frac{1}{\sum_{i\in\mathcal{I}_j}\alpha_{i,j}}\sum_{i\in\mathcal{I}_j}\alpha_{i,j}\left\{\mathbf{u}_i + (\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}_i)-\mathbf{I}_3)\,\mathbf{d}_{i,j}\right\} \tag{3}$$

Panel-pinモデル全体の適合条件として，すべての折線の端部頂点における式(1)とともに，式(3)で定義される頂点変位の拘束条件を考慮する。本稿では，頂点変位ベクトル $\mathbf{v}_j$ の 第 k 成分 $v_{j,k}$ の拘束条件

$$v_{j,k} = 0 \tag{4}$$

に加えて，c_j, $c_{\bar{j}}$ を非ゼロの係数として次式の頂点間の相対変位の拘束条件を考慮する。

$$\begin{aligned}&c_j v_{j,k} - c_{\bar{j}} v_{\bar{j},\bar{k}} = 0\\ &(\{j,k\},\,\{\bar{j},\bar{k}\}\in\mathcal{J}_\mathrm{d};\ \{j,k\}\neq\{\bar{j},\bar{k}\})\end{aligned} \tag{5}$$

ここで，$\mathcal{J}_\mathrm{d}$ は相対変位の拘束を課す頂点と変位ベクトル成分のインデックスの組の集合である。例題に示すように，式(5)は複数の頂点が平行移動するレール上でローラー支持されている条件等を表せる。ここで，全パネルの変位ベクトル $\mathbf{u}_i$, $\boldsymbol{\theta}_i$ $(i=1,\ldots,N_\mathrm{p})$ をまとめた一般化変位ベクトルを $\mathbf{X}\in\mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}}$, 式(1), (4), (5)の左辺をすべての適合条件に関してまとめた非適合量ベクトルを $\mathbf{X}$ の関数として $\mathbf{C}(\mathbf{X})\in\mathbb{R}^{6N_\mathrm{c}+N_\mathrm{d}}$ とおく（N_c, N_d はそれぞれ折線数と頂点変位の拘束条件数）。このとき，panel-pinモデル全体の適合条件式は以下のように表せる。

$$\mathbf{C}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \tag{6}$$

3 微小変形メカニズム

非適合量ベクトル $\mathbf{C}(\mathbf{X})$ の第 i 成分を $C_i(\mathbf{X})$ $(i=1,\ldots,6N_\mathrm{c}+N_\mathrm{d})$, 一般化変位ベクトル $\mathbf{X}$ の第 j 成分を X_j $(j=1,\ldots,6N_\mathrm{p})$ とおき，(i,j) 成分が $\partial C_i(\mathbf{0})/\partial X_j$ の行列を $\boldsymbol{\Gamma}_1\in\mathbb{R}^{(6N_\mathrm{c}+N_\mathrm{d})\times 6N_\mathrm{p}}$ とする。$\boldsymbol{\Gamma}_1$ は適合行列とよばれ，式(6)の1階微分より，変位前 $\mathbf{X}=\mathbf{0}$ での1次の微小変形メカニズムは次式を満たすベクトル $\mathbf{X}'\in\mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}}$ で表される[5,6]。

$$\boldsymbol{\Gamma}_1\mathbf{X}' = \mathbf{0} \tag{7}$$

式(7)を満たす $\mathbf{X}'$ は，$\boldsymbol{\Gamma}_1$ の零空間の基底ベクトルである不安定次数 $N_\mathrm{f} = 6N_\mathrm{p} - \mathrm{rank}\boldsymbol{\Gamma}_1$ 個の微小変形メカニズムモード $\boldsymbol{\eta}_1,\ldots,\boldsymbol{\eta}_{N_\mathrm{f}}\in\mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}}$ とモード係数 $a_1\ldots,a_{N_\mathrm{f}}$ を用いて以下のように表せる。

$$\begin{aligned}&\mathbf{X}' = a_1\boldsymbol{\eta}_1+\cdots+a_{N_\mathrm{f}}\boldsymbol{\eta}_{N_\mathrm{f}} = \mathbf{H}\mathbf{a}\\ &\mathbf{H} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_1 & \cdots & \boldsymbol{\eta}_{N_\mathrm{f}}\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}\times N_\mathrm{f}}\\ &\mathbf{a} = \begin{pmatrix}a_1 & \cdots & a_{N_\mathrm{f}}\end{pmatrix}^\mathsf{T}\in\mathbb{R}^{N_\mathrm{f}}\end{aligned} \tag{8}$$

次に，$\mathbf{X}'$ の第 k 成分を X'_k $(k=1,\ldots,6N_\mathrm{p})$ とおき，$\boldsymbol{\Gamma}_2\in\mathbb{R}^{(6N_\mathrm{c}+N_\mathrm{d})\times 6N_\mathrm{p}}$ を (i,j) 成分が

$$[\Gamma_2]_{i,j} = \sum_{k=1}^{6N_\mathrm{p}}\frac{\partial^2 C_i(\mathbf{0})}{\partial X_j\partial X_k}X'_k$$

の行列とする。このとき，式(6)の2階微分より，式(7)

を満たす $\mathbf{X}'$ に対して，変位前 $\mathbf{X}=\mathbf{0}$ での2次の微小変形メカニズムは次式を満たすベクトル $\mathbf{X}'' \in \mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}}$ で表される[5,6]。

$$\mathbf{\Gamma}_1\mathbf{X}'' + \mathbf{\Gamma}_2\mathbf{X}' = \mathbf{0} \tag{9}$$

式(9)を満たす $\mathbf{X}''$ が存在する必要十分条件は，$\mathbf{\Gamma}_2\mathbf{X}'$ が $\mathbf{\Gamma}_1$の左零空間と直交することである。左零空間の基底ベクトルである不静定次数 $N_\mathrm{s} = 6N_\mathrm{c}+N_\mathrm{d}-\mathrm{rank}\mathbf{\Gamma}_1$ 個の自己釣合モードを $\boldsymbol{\zeta}_1, \ldots, \boldsymbol{\zeta}_{N_\mathrm{s}} \in \mathbb{R}^{6N_\mathrm{c}+N_\mathrm{d}}$, $\boldsymbol{\zeta}_i$ の第 j 成分を $\zeta_{i,j}$ $(i=1,\ldots,N_\mathrm{s};\ j=1,\ldots,6N_\mathrm{c}+N_\mathrm{d})$ とおき，行列 $\mathbf{\Omega}_i \in \mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}\times 6N_\mathrm{p}}$ の (k,l) 成分を

$$[\Omega_i]_{k,l} = \sum_{j=1}^{6N_\mathrm{c}+N_\mathrm{d}} \frac{\partial^2 C_j(\mathbf{0})}{\partial X_k \partial X_l}\zeta_{i,j}$$

とすると，式(9)を満たす $\mathbf{X}''$ の存在条件はすべての $i=1,\ldots,N_\mathrm{s}$ に対して次式が成り立つことである。

$$\boldsymbol{\zeta}_i^\mathsf{T}\mathbf{\Gamma}_2\mathbf{X}' = \mathbf{X}'^\mathsf{T}\mathbf{\Omega}_i\mathbf{X}' = \mathbf{a}^\mathsf{T}\mathbf{H}^\mathsf{T}\mathbf{\Omega}_i\mathbf{H}\mathbf{a} = 0 \quad (i=1,\ldots,N_\mathrm{s}) \tag{10}$$

式(10)は $\mathbf{a}$ の成分に関する連立2次方程式であるが，$a_j a_k$ $(1 \le j,k \le N_\mathrm{f})$ をそれぞれ独立変数とみなせば，N_s 個の式からなる $N_\mathrm{f}(N_\mathrm{f}+1)/2$ 元連立1次方程式とみなせる。これらの1次方程式には線形独立でないものが含まれ，式(10)が冗長な場合がある。そこで，掃き出し法などで線形独立な式のみを抽出し，方程式の数を削減する。削減後の式数を N_q, $\mathbf{\Omega}_1, \ldots, \mathbf{\Omega}_{N_\mathrm{s}}$ と $\mathbf{H}$ により決定される削減後の $\mathbf{a}$ の2次形式の行列を $\mathbf{Q}_i \in \mathbb{R}^{N_\mathrm{f}\times N_\mathrm{f}}$ $(i=1,\ldots,N_\mathrm{q})$ として，2次の微小変形メカニズムの存在条件式を以下のように表す。

$$\mathbf{a}^\mathsf{T}\mathbf{Q}_i\mathbf{a} = 0 \quad (i=1,\ldots,N_\mathrm{q}) \tag{11}$$

4 全ポテンシャルエネルギー最小化による変形モード探索

パネルに作用する重力と折線に導入した回転ばねによる全ポテンシャルエネルギーを考える。パネル i の重心の並進変位ベクトル $\mathbf{u}_i$ $(i=1,\ldots,N_\mathrm{p})$ の z 方向成分を $\mathbf{X}$ の関数として $u_{i,3}(\mathbf{X})$ と表し，重力によるポテンシャルエネルギーを定義するためのパネル重量と参照高さをそれぞれ w_i, $\bar{u}_{i,3}$ とおく。また，折線 j の折り角を $\mathbf{X}$ の関数として $\rho_j(\mathbf{X})$ $(j=1,\ldots,N_\mathrm{c})$ と表し，$\rho_j(\mathbf{X})$ の初期値を $\bar{\rho}_j$, 折線 j の回転ばねの回転剛性を K_j とおく。このとき，panel-pinモデルの変位 $\mathbf{X}$ での全ポテンシャルエネルギー $\Pi(\mathbf{X})$ は以下のように書ける。

$$\Pi(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{N_\mathrm{p}} w_i\left(u_{i,3}(\mathbf{X}) - \bar{u}_{i,3}\right) + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N_\mathrm{c}} K_j\left(\rho_j(\mathbf{X}) - \bar{\rho}_j\right)^2 \tag{12}$$

$\mathbf{X}=\mathbf{0}$ から1次の微小変形メカニズム $\mathbf{X}'$ 方向に変位が進行したときの全ポテンシャルエネルギーの変化量 $\Delta\Pi$ は，第 k $(=1,\ldots,6N_\mathrm{p})$ 成分が

$$\frac{\partial\Pi(\mathbf{0})}{\partial X_k} = \sum_{i=1}^{N_\mathrm{p}} w_i\frac{\partial u_{i,3}(\mathbf{0})}{\partial X_k} + \sum_{j=1}^{N_\mathrm{c}} K_j\frac{\partial\rho_j(\mathbf{0})}{\partial X_k}$$

であるベクトルを $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}}$ として以下のようになる。

$$\Delta\Pi = \mathbf{P}^\mathsf{T}\mathbf{X}' = \mathbf{P}^\mathsf{T}\mathbf{H}\mathbf{a} \tag{13}$$

本稿では，モード係数ベクトル $\mathbf{a}$ を変数とし，2次の微小変形メカニズムの存在条件(11)のもとで式(13)で計算される全ポテンシャルエネルギー変化量 $\Delta\Pi$ を最小化する以下の最適化問題を解くことで，大変形が生じる可能性が高く重力下で誘導されやすい微小変形メカニズムモードを求める。

$$\begin{aligned} \text{min.}\quad & \Delta\Pi(\mathbf{a}) = \mathbf{P}^\mathsf{T}\mathbf{H}\mathbf{a} \\ \text{s.t.}\quad & \|\mathbf{a}\|^2 = \varepsilon^2 \\ & \mathbf{a}^\mathsf{T}\mathbf{Q}_i\mathbf{a} = 0 \quad (i=1,\ldots,N_\mathrm{q}) \end{aligned} \tag{14}$$

なお，$\varepsilon > 0$ は $\mathbf{a}$ のノルムである。

2次の微小変形メカニズムの存在条件を満たす変形モードは複数存在し得る。よって，微小変形メカニズムモードを各列とする行列 $\mathbf{H}$ から最適化問題(14)を解いて得られた変形モードを順次削除しつつ，最適化問題(14)を繰り返し解くことで複数の変形モードを求める。ここで，t (≥ 1) 回目の最適化問題(14)を解く際に用いる $\mathbf{H}$ を

$$\mathbf{H}^{(t)} = \left[\boldsymbol{\eta}_1^{(t)} \ \cdots \ \boldsymbol{\eta}_{N_\mathrm{f}-t+1}^{(t)}\right] \in \mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}\times(N_\mathrm{f}-t+1)}$$

とおき，解を $\tilde{\mathbf{a}}^{(t)} \in \mathbb{R}^{N_\mathrm{f}-t+1}$, 対応する変形モードを

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(t)} = \frac{\mathbf{H}^{(t)}\tilde{\mathbf{a}}^{(t)}}{\|\mathbf{H}^{(t)}\tilde{\mathbf{a}}^{(t)}\|} \in \mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}}$$

とする。このとき，$\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(t)}$ と各列が直交するよう，$\mathbf{H}^{(t)}$ の各列を修正した行列 $\tilde{\mathbf{H}}^{(t)} \in \mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}\times(N_\mathrm{f}-t+1)}$ を以下のように定める。

$$\tilde{\mathbf{H}}^{(t)} = \left[\cdots \ \boldsymbol{\eta}_i^{(t)} - \langle \boldsymbol{\eta}_i^{(t)}, \tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(t)} \rangle \tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(t)} \ \cdots \right]$$

$\tilde{\mathbf{H}}^{(t)}$ の右特異ベクトルのうち，非ゼロの特異値に対応する $N_\mathrm{f}-t$ 個のベクトルを各列とする行列を $\mathbf{H}^{(t+1)} \in \mathbb{R}^{6N_\mathrm{p}\times(N_\mathrm{f}-t)}$ とおくと，$\mathbf{H}^{(t+1)}$ の各列は $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(1)}, \ldots, \tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(t)}$ とあわせて1次の微小変形メカニズムの空間（適合行列 $\boldsymbol{\Gamma}_1$ の零空間）の正規直交基底をなす。したがって，上記のように $\mathbf{H}^{(t)}$ を更新し，あわせて $\mathbf{Q}_i$ $(i = 1, \ldots, N_\mathrm{q})$ を更新しながら最適化問題(14)を繰り返し解き，可能な限り多くの $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(t)}$ を求めることで，2次の微小変形メカニズムが存在する1次の微小変形メカニズムモードを全ポテンシャルエネルギー減少量が大きい順に得る。

5 数値例題

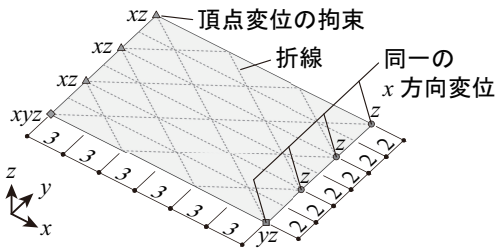


図4: 解析例初期形状

図4に示す文献[5]と同様の xy 平面上の平坦な折線パターンの解析を行う。図中に示す頂点の各軸方向の変位を式(4)により拘束するとともに，右端の4頂点は y 軸と平行かつ x 軸方向に動くレールで拘束されているものとして式(5)により x 方向変位を同一とする。なお，単位は重要ではないため省略する。

5.1 解析初期の微小変形メカニズムモード$\mathbf{H}^{(1)}$の導出

パネル数，頂点数，折線数はそれぞれ $N_\mathrm{p} = 42, N_\mathrm{v} = 31, N_\mathrm{c} = 54$ であり，適合行列 $\boldsymbol{\Gamma}_1$ のサイズは 341×252 である。$\mathrm{rank}\boldsymbol{\Gamma}_1 = 229$ より，不安定次数と不静定次数はそれぞれ $N_\mathrm{f} = 23, N_\mathrm{s} = 112$ である。

ここで，$\boldsymbol{\Gamma}_1$ の非ゼロの特異値を $\sigma_1, \ldots, \sigma_{229}$ として，$\boldsymbol{\Gamma}_1$ を以下のように特異値分解する。

$$\boldsymbol{\Gamma}_1 = \bar{\mathbf{Z}}\boldsymbol{\Sigma}\bar{\mathbf{H}}$$

ここで，

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathrm{diag}(\sigma_1, \ldots, \sigma_{229}) & \mathbf{O}_{229\times23} \\ \mathbf{O}_{112\times229} & \mathbf{O}_{112\times23} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{341\times252}$$

$$\bar{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\zeta}}_1 \ \cdots \ \bar{\boldsymbol{\zeta}}_{341} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{341\times341}$$

$$\bar{\mathbf{H}} = [\bar{\boldsymbol{\eta}}_1 \ \cdots \ \bar{\boldsymbol{\eta}}_{252}] \in \mathbb{R}^{252\times252}$$

である。このとき，$\bar{\boldsymbol{\zeta}}_{230}, \ldots, \bar{\boldsymbol{\zeta}}_{341}$ が式(10)中の自己釣合モード $\boldsymbol{\zeta}_i$ に対応する[6]。一方，$\bar{\boldsymbol{\eta}}_{230}, \ldots, \bar{\boldsymbol{\eta}}_{252}$ は微小変形メカニズムモードに対応するが[6]，これらとは異なる，折線の回転ばねによるpanel-pinモデル全体の剛性を反映した文献[5]に示す微小変形メカニズムモードを用いて変形モード探索初期の $\mathbf{H}^{(1)}$ を定める。

$\bar{\mathbf{H}}_\mathrm{f} = [\bar{\boldsymbol{\eta}}_{230} \ \cdots \ \bar{\boldsymbol{\eta}}_{252}] \in \mathbb{R}^{252\times23}$ とおき，$\partial\rho_i(\mathbf{0})/\partial X_j$ $(i = 1, \ldots, 54;\ j = 1, \ldots, 252)$ を (i, j) 成分とする行列を $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{54\times252}$，$(i, i)$ 成分が折線 i に導入した回転ばねの回転剛性 K_i である対角行列を $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{54\times54}$ とする。このとき，変位を1次の微小変形メカニズムに制約したpanel-pinモデル全体の剛性行列は $\bar{\mathbf{H}}_\mathrm{f}^\mathsf{T}\mathbf{F}^\mathsf{T}\mathbf{K}\mathbf{F}\bar{\mathbf{H}}_\mathrm{f} \in \mathbb{R}^{23\times23}$ と表せ，その i $(= 1, \ldots, 23)$ 番目に小さい固有値に対応する固有ベクトルを $\mathbf{w}_i \in \mathbb{R}^{23}$ とおくと，$\bar{\mathbf{H}}_\mathrm{f}\mathbf{w}_i$ はpanel-pinモデルの i 番目に剛性が小さい微小変形メカニズムモードである。よって，本稿では $\mathbf{H}^{(1)}$ を i $(= 1, \ldots, 23)$ 列目が $\bar{\mathbf{H}}_\mathrm{f}\mathbf{w}_i$ の行列とする。

5.2 2次の微小変形メカニズムの存在条件を考慮した微小変形メカニズムモードの探索

前節で求めた23個の微小変形メカニズムモードと112個の自己釣合モードから得られる2次の微小変形メカニズムの存在条件式は $N_\mathrm{q} = 19$ 個あり，2次の微小変形メカニズムが存在する1次の微小変形メカニズムモードが4節の手法で少なくとも4個得られると期待される。制約条件中の行列 $\mathbf{Q}_i$ $(i = 1, \ldots, N_\mathrm{s})$ は一般に不定値で最適化問題(14)は非凸であり，大域的最適解を求めることは容易ではない。さらに，平坦な剛体折紙はメカニズムの分岐点であり，制約条件の解空間には $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ を経由しないと互いに行き来できない部分が存在するため，初期値に解が依存する可能性が高い。そこで，釣合経路の分岐を生じる座屈荷重の推定手法[7]と同様に確率的な手法で近似的に全ポテンシャルエネルギー変化量を最小化する変形モードを求める。ここでは，変形モード探索の各回で $\mathbf{a}$ の初期値をランダムに変え，最適化問題(14)を同一の $\mathbf{H}^{(t)}$ に対して複数回解く。試

行錯誤の結果，t 個目の変形モード探索での初期値は $\mathbf{a}_{\mathrm{rand}} \in \mathbb{R}^{N_{\mathrm{f}}-t+1}$ を各成分が0以上1未満の乱数であるベクトルとして以下のように設定する。

$$\mathbf{a} = \frac{\varepsilon}{10}\left(-\frac{\mathbf{H}^{(t)\mathsf{T}}\mathbf{P}}{\|\mathbf{H}^{(t)\mathsf{T}}\mathbf{P}\|} + \frac{\mathbf{a}_{\mathrm{rand}}}{\|\mathbf{a}_{\mathrm{rand}}\|}\right) \tag{15}$$

$-\varepsilon\mathbf{H}^{\mathsf{T}}\mathbf{P}/\|\mathbf{H}^{\mathsf{T}}\mathbf{P}\|$ はノルム制約以外の制約条件を課さない場合の最適化問題(14)の大域的最適解である。式(15)で定義される初期値は最適化問題(14)のノルム制約を満たさないが，後述する本稿の解析条件下では収束解が得られやすかったため，この初期値を採用する。

解析には Python によるプログラムを使用し，固有値解析と特異値分解には NumPy の linalg より eig と svd を用いる。また，最適化問題(14)は，SciPy の optimize.minimize で利用可能な SLSQP で解く。$\mathbf{a}$ の初期値は変形モード探索の各回で2000個生成し，目的関数が最小の解を $\tilde{\mathbf{a}}^{(t)}$ とする。パネルの重量は単位面積当たり20，折線の回転ばねの回転剛性は折線の単位長さ当たり10とし，$\mathbf{a}$ のノルムは $\varepsilon = 10^{-2}$ とする。

表 1: 5回の試行における最小目的関数値

試行	$\Delta\Pi^{(1)}$	$\Delta\Pi^{(2)}$	$\Delta\Pi^{(3)}$	$\Delta\Pi^{(4)}$
1	−6.556	−0.274	−0.175	−0.115
2	−6.556	−0.274	−0.176	−0.140
3	−6.556	−0.274	−0.169	−0.112
4	−6.556	−0.274	−0.177	−0.133
5	−6.556	−0.274	−0.173	−0.141

表 2: $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(t)}$ の各試行間での内積の値

試行	$\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(1)}$	$\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(2)}$	$\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(3)}$	$\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(4)}$
1と2	1.000	0.491	0.622	−0.247
1と3	1.000	0.491	0.626	0.372
1と4	1.000	1.000	0.704	0.112
1と5	1.000	0.491	0.817	0.178
2と3	1.000	1.000	0.581	−0.044
2と4	1.000	0.491	0.290	0.086
2と5	1.000	1.000	0.852	0.037
3と4	1.000	0.491	0.481	0.209
3と5	1.000	1.000	0.597	0.770
4と5	1.000	0.491	0.488	−0.041

5回の変形モード探索における最適化問題(14)の最小目的関数値 $\Delta\Pi^{(t)} = \mathbf{P}^{\mathsf{T}}\mathbf{H}^{(t)}\tilde{\mathbf{a}}^{(t)}$ を表1に示す。なお，2次の微小変形メカニズムの存在条件を考慮しない場合，$\Delta\Pi^{(1)}$ の最小値は −6.570 である。いずれの試行でも4個の変形モードが得られ，$t = 1, 2$ 個目の変形モード探索での最小目的関数値はほぼ同一であった。また，2次の微小変形メカニズムの存在条件により $\Delta\Pi^{(1)}$ は −6.570 よりもやや大きい値となった。さらに，得られた変形モードの類似度を微小変形メカニズムモードベクトル $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(t)}$ $(t = 1, \ldots, 4)$ の各試行間の内積の値として表2に示す。$\|\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(t)}\| = 1$ より，内積の値が1に近いほどモードベクトルの向きが近い。表2より，1個目の変形モードはほぼ同一であり，2個目の変形モードは試行1と4および試行2, 3, 5でほぼ同一である。一方，3個目以降のモードベクトルの向きは試行により異なる。これは，平坦状態がメカニズムの分岐点であることに起因して異なる分岐経路の解が得られているためであると考えられる，また，表1に示す全ポテンシャルエネルギー減少量の和が最小である試行2で得られた変形モードを変位を5倍に拡大して図5に示す。

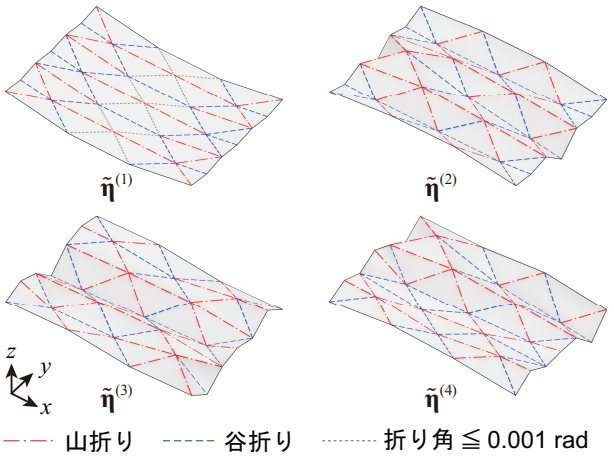


図5: 解析例変形モード

5.3 得られた変形モードの検証

1次の微小変形メカニズムを表すベクトルを

$$\mathbf{X}' = a_1\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(1)} + \cdots + a_4\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(4)} + \mathbf{H}^{(5)}\mathbf{b} \quad (\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{19})$$

として，式(10)を整理すると，$a_1, \ldots, a_4$ の2乗の項が存在しない19個の2次方程式が得られた。ここで，$\mathbf{H}^{(5)} \in \mathbb{R}^{252\times 19}$ は各列が $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(1)}, \ldots, \tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(4)}$ と直交する微小変形メカニズムモードの行列である。特に，$\mathbf{b} = \mathbf{0}$ とすると，式(10)はいずれの試行においても

$$a_1a_2 = a_1a_3 = a_1a_4 = a_2a_3 = a_2a_4 = a_3a_4 = 0$$

となり，非ゼロの $a_1, \ldots, a_4$ がただ1つ，すなわち，$\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(1)}, \ldots, \tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(4)}$ が2次の微小変形メカニズムの存在条件に関して直交していることを示している。しかし，実

際には $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ の式(10)の解が存在し得るため，図6に示す文献[5]の大変形解析結果との比較においてはこの限りではない。図7に示すように，各経路で $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(1)}$ の係数と $\boldsymbol{\Gamma}_1$ の行空間に含まれる高次モードの係数が他の係数より大きく，全ポテンシャルエネルギーを最も減少させる微小変形メカニズムモードの向きに変形が進行しているものの，$\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(2)}, \tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(3)}, \tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(4)}$ とその他の微小変形メカニズムモードの係数も0でなく，特に経路3では $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(2)}$ の係数も $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{(1)}$ の係数と同等の大きさである。

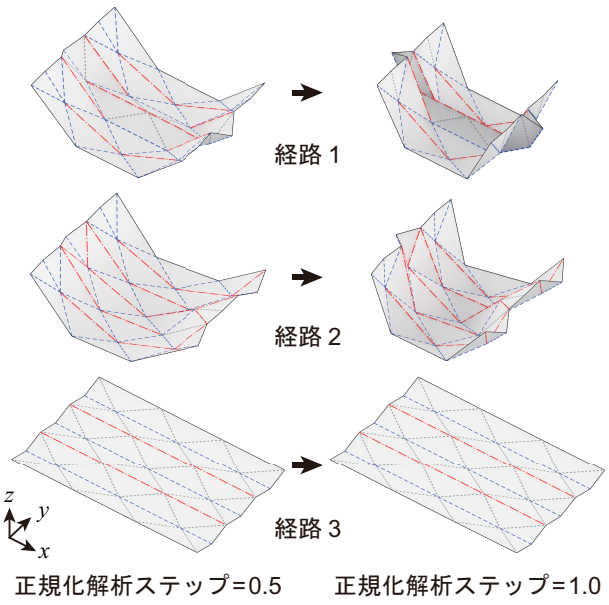


図6: 文献[5]における大変形解析結果

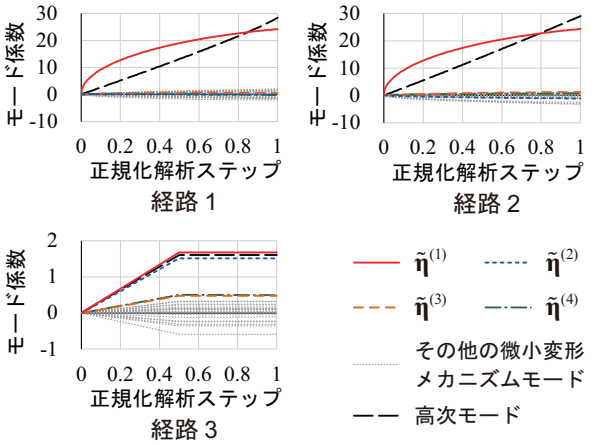


図7: 大変形解析における各モード係数の値

6 まとめ

本稿では，panel-pinモデルで剛体折紙をモデル化し，2次の微小変形メカニズムの存在条件下で，微小変形メカニズムモードの係数の線形関数で近似した全ポテンシャルエネルギー変化量を最小化することで，重力下で誘導される大変形を生じる可能性が高い変形モードを得る手法を提案した。平坦な剛体折紙でのメカニズムの分岐現象により，全ポテンシャルエネルギー変化量の大域的最小解を得ることが容易ではないため，本稿では確率的手法を用いて近似解を求めた。数値例題では，本手法で得られる変形モードの2次の微小変形メカニズムの存在条件に関する直交性を示し，大変形解析結果との比較を行った。

謝辞： 本研究は JST CREST JPMJCR1911 および JSPS 科研費 JP23K19160 の助成を得た。

参考文献

1) M. Meloni et al., Engineering origami: A Comprehensive review of recent applications, design methods, and tools, Adv. Sci., Vol.8 (13), Paper No. 2000636, 2021

2) P. Kumar and S. Pellegrino, Computation of kinematic paths and bifurcation points, Int. J. Solids Struct., Vol.37 (46), pp.7003–7027, 2000

3) J. Cai et al., Mobility and kinematic bifurcation analysis of origami plate structures, J. Mech. Robot., Vol.15 (6), Paper No. 061015, 2023

4) T. Zhang et al., A folding analysis method for origami based on the frame with kinematic indeterminacy, Int. J. Mech. Sci., Vol.146–147, pp.234–248, 2018

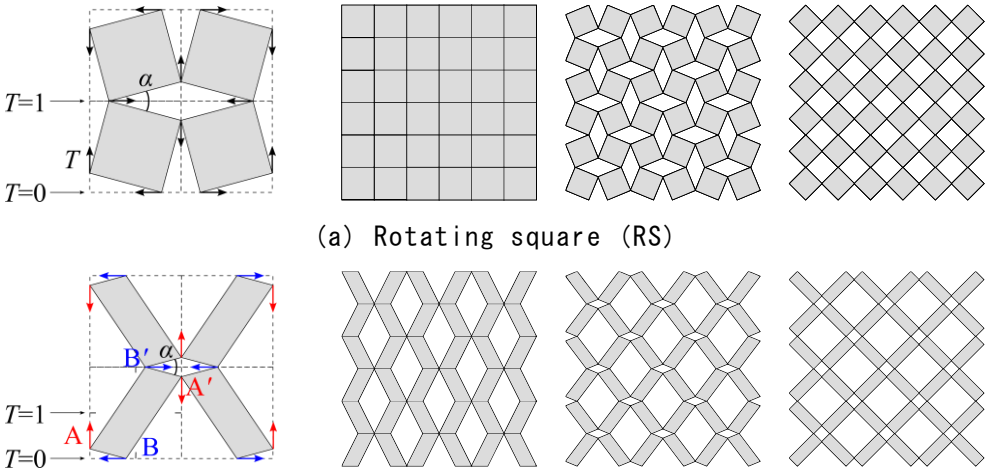
5) K. Hayakawa and M. Ohsaki, Panel-pin model for kinematic and equilibrium analysis of rigid origami, in Proc. IASS symposium 2023, pp.1728–1740, 2023

6) R. Watada and M. Ohsaki, Series expansion method for determination of order of 3-dimensional bar-joint mechanism with arbitrarily inclined hinges, Int. J. Solids Struct., Vol.141–142, pp.78–85, 2018

7) K. Ikeda and M. Ohsaki, Generalized sensitivity and probabilistic analysis of buckling loads of structures, Int. J. of Non-Linear Mech., Vol.42, pp.733–743, 2007

回転四辺形のメッシュを格子形状とするグリッドシェルの面外変形特性

堺 雄亮 [1)]
1)ソニーコンピュータサイエンス研究所 - 京都リサーチ，アソシエートリサーチャー，博士(工学)
Yusuke.C.Sakai@sony.com



(a) Rotating square (RS)

(b) Rotating parallelogram (RP)

図 1　回転四辺形と形状パラメータ.

1 はじめに

ベンディングアクティブ・グリッドシェルは，柔軟な梁で構成される格子状平板を面外へ大変形させて得られる曲面である．数多くの形状設計法や解析法が存在するが，多様な曲面を生成するための合理的な設計・施工法の探求が長年続けられている．Naboni *et al.* [1]は，負のポアソン比を持つ構造を格子状平板とすることで，単純な施工法では生成しにくいガウス曲率が正の椀型曲面を生成している．しかし，負のポアソン比を持つ格子状平板は多方向に剛性が小さいため変形の自由度が大きく，意図しない曲面に変形しやすい．

回転四辺形は，四辺形の剛体ユニットとそれらの頂点をヒンジ等の回転機構で接続したメカニズムである[2]．回転四辺形には，図 1 に示す Rotating square（RS）や Rotating parallelogram（RP）等が存在する[3–5]．材料の削減と軽量化を目的として，RS の剛体部を除いたメッシュ（輪郭線）の形状を用いた柔な骨組構造（以下，骨組 RS と呼ぶ）の力学特性が検証されている[6, 7]．骨組化した回転四辺形の軽量性と部材の弾性変形を活用すれば，平面から曲面に柔軟に変形するベンディングアクティブ・グリッドシェルを生成できると考えられるが，その面外変形に対する力学特性は未だ不明な点が多い．

また，弾性変形可能な梁とシザーズ構造の特性を併せた構造は，幾何学的に性質のよい曲面を生成できる[8–11]．Schikore *et al.* [8]は，細長い弾性梁の 2 方向の曲げとねじりのうち一つの変形を抑制した場合に得られる変形後曲面を幾何学的に分類している．とくに，部材断面の弱軸が曲面の法線方向に沿う場合，負曲率曲面にのみ変形するアシンプトティック・グリッドシェルが生成され，部材の変形形状は曲面の漸近線（法曲率がゼロ）に一致する[9]．しかし，これらの構造で生成できる曲面は負のガウス曲率を有するものに限定される．これに対して Nishimoto and Tachi [10]は，部材の強軸を法線方向に沿わせて得られる測地線グリッドシェルを対象に，変形の自由度を拘束しつつ多様な曲面を生成する手法を提案している．Schling *et al.* [9]や Mesnil *et al.* [11]は，アシンプトティック・グリッドシェルと測地線グリッドシェルの特性を併せた構造を提案している．これらの研究では，シザーズ構造を得るために部材間の接合部にヒンジ等の回転機構を付加している．しかし，シザーズ構造をはじめとする従来のメカニズムの多くは，摩擦による回転機構の動作精度の低下や機構の付加に伴う重量の増加，煩雑な組立て作業の発生などの問題が生じる[12]．これらの問題を回避するために，本研究では一体化成型可能なコンプライアントメカニズムとして製作されるグリッドシェルを対象とする．

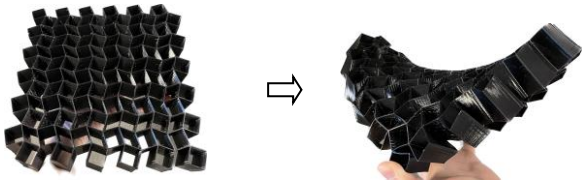


図 2　格子状平板の変形.

本研究では，回転四辺形のメッシュに基づくグリッドシェルを提案し，有限要素解析を用いてその力学特性を調べる．図 2 に示すように，提案する構造は平面から曲面へと柔軟に変形する．格子状平板の変形自由度は，固有値解析で求めたモードごとの剛性の異方性で評価する．また，大変形解析により格子状平板が低次のモードで変形することを例証する．さらに，回転四辺形の幾何的な性質を活用し，正と負のガウス曲率が混合した曲面を生成する．

2　格子状平板の設計

実際の回転四辺形では，変形過程でメカニズム全体のサイズが変わる．ここでは，図 1 のように格子状平板の全体サイズを変えず四辺形の縮尺を変化させる．

2.1　RS の形状設計

RS は図 1(a)に示すように，鏡映対称な正方形が直交格子状に配置されたパターンを持つ．いま，図 1(a)の左のように辺を点線で表した直交格子は正方形の頂点の軌跡を表す．パラメータ $T\,(0\le T\le 1)$は各頂点の軌跡上の移動距離を正規化した量を表し，$0<T<1$ のとき RS の形状が得られ，$T=0,1$ のときに正方形ユニットが直交格子に一致する．また，四辺形ユニット間の角度α(deg)はパラメータ Tを用いて次式で表される．

$$\alpha = 2\arctan\left(\frac{T}{1-T}\right)\times\frac{180}{\pi}\quad (0\le T<1). \tag{1}$$

四辺形ユニットが正方形であるという対称性により，空隙に相当する菱形はすべて合同である．

2.2　RP の形状設計

図 1(b)に示す RP は，RS の形状の派生として設計できる．RS の設計と同様にして，点線で示した直交格子の辺を四辺形の頂点の軌跡とする．いま，図 1(b)の左のように四辺形の頂点のうち対角にある 2 つを一組として考える．軌跡における頂点 A と A'の位置はパラメータ T を用いて $0.5T,\ (0\le T<1)$で表現し，頂点 B と B'の位置は $0.5(1+T),\ (0\le T<1)$で表す．これにより，平行四辺形のユニットで構成される RP の形状が得られる．このとき角度αは式(1)で計算できる．RP において空隙に相当する菱形は 2 種類である．

2.3　骨組化した回転四辺形の設計

回転四辺形の骨組化は，剛体部分（図 1 内の灰色の箇所）を除去して残るメッシュ上に弾性梁を配置することで実現する．節点は梁間の接合部とし，ヒンジ等の回転機構を付与せず剛に接続する．曲げ剛性に異方性を与えるために，部材は幅 t_b，せい t_hの長方形断面とする．部材の材料にはガラス繊維補強ポリマーを想定し，ヤング係数を 25 GPa，ポアソン比を 0.221 とする．

3　格子状平板の弾性変形モードに対する剛性の比較

文献[13]に従い，骨組化した回転四辺形の格子状平板に対して固有値解析を実行し，面外変形モードの剛性を比較する．

3.1　固有値解析

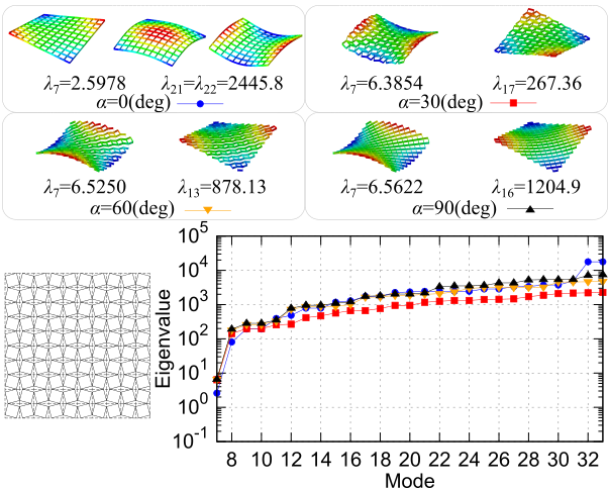
格子状平板の固有値問題は，剛性行列 K と質量行列 M を用いて以下の形式で書ける．

$$\mathrm{K}\,\mathbf{v}_i = \lambda_i\,\mathrm{M}\,\mathbf{v}_i\,. \tag{2}$$

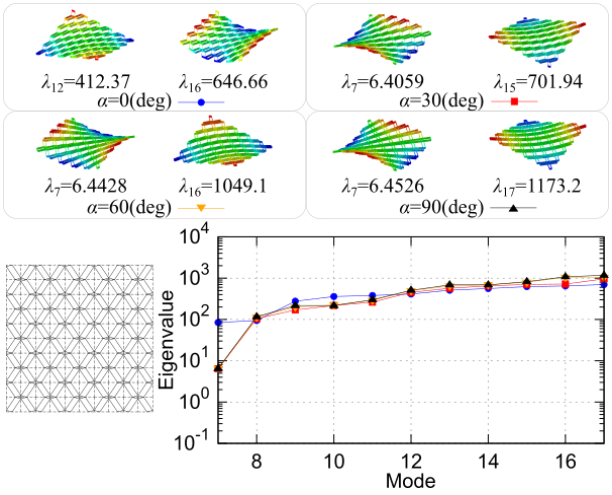
λ_iおよび $\boldsymbol{v}_i$はそれぞれ i 次の固有値と固有ベクトルを表す．同一の格子状平板の各固有モードを比較するとき，質量行列 M の成分は変化しないためλ_iは剛性行列 K の成分に比例することが式(2)より明らかである．すなわち，ある格子状平板について 2 つの固有モードを考えると，平板は固有値が小さい低次のモードの形状に変形しやすく，固有値の大きいモードには変形しにくい．また，同一の格子状平板では，固有モード間の固有値の比が大きいほど剛性の比が大きくなり，低次のモードから高次のモードへと変形しにくい．このような特性を示す構造は変形の自由度が十分に拘束されており，設計者の意図しない変形モードへの推移が起きにくい点で有利である．

境界に拘束を付与しない固有値問題を考える．この場合，1 次から 6 次までの固有モードは固有値の大きさがゼロあるいはほとんどゼロの剛体モードに相当し，興味の対象外である．ここでは，7 次以降の弾性モードに着目する．

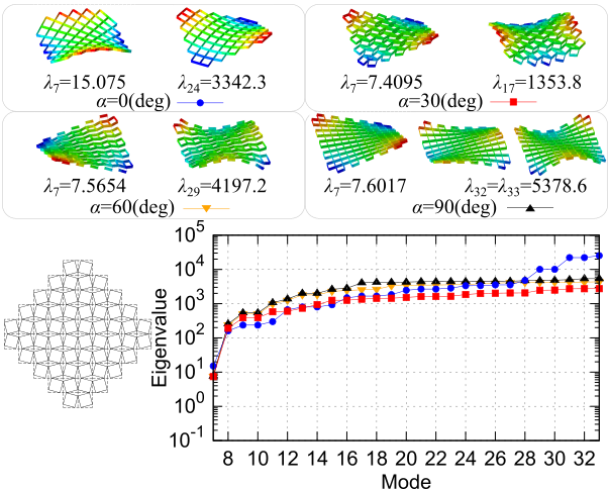
格子状平板の固有モードには，平板の面内方向で変形が生じるモードと面外にたわみを生じるモードの 2 種類が存在する．本稿では前者を面内変形モード，後者を面外変形モードと呼ぶ．モデルごとの面外変形モード間の固有値の比を比較し，変形の自由度を考察する．解析には Abaqus Ver. 2022 [14]を使用し，固有値問題の解法には Lanczos 法を用いる．



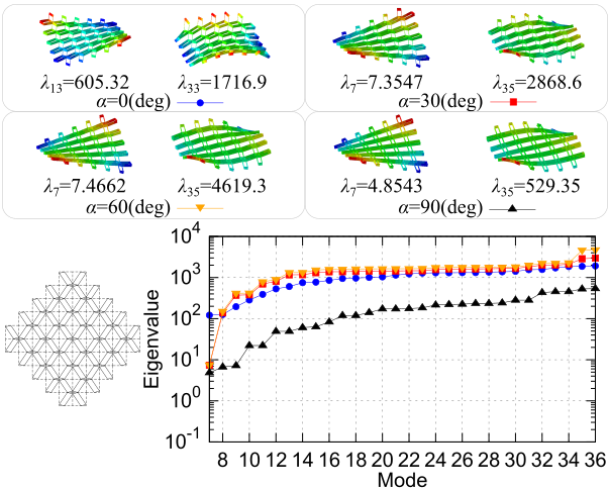
(a) 境界 A，骨組 RS



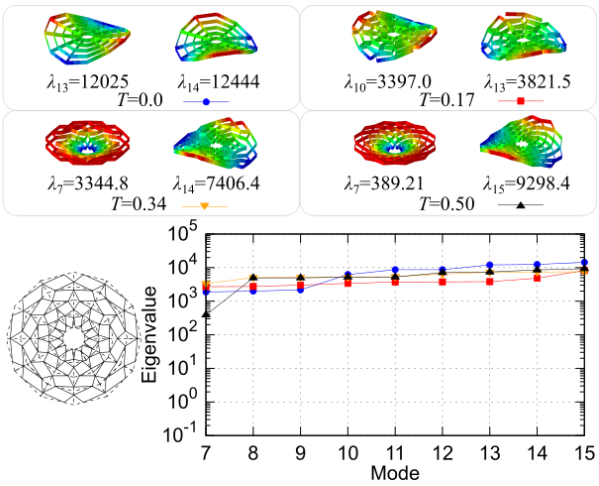
(b) 境界 A，骨組 RP



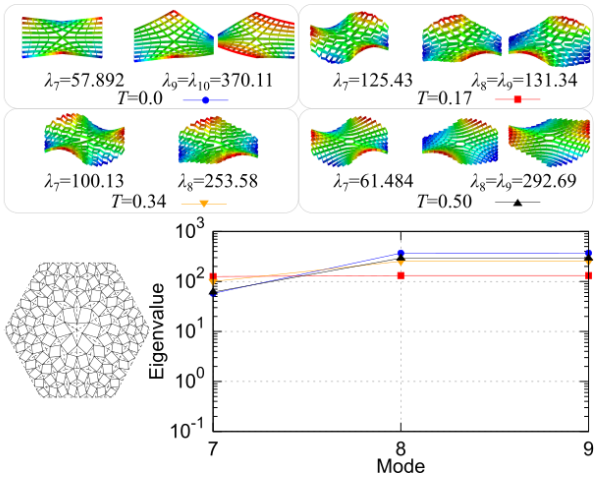
(c) 境界 B，骨組 RS



(d) 境界 B，骨組 RP



(e) 円盤型境界，骨組 RS



(f) 六角形境界，骨組 RS

図 3　格子状平板の面外変形モードの比較.

3.2　面外変形モードの比較

図 3 の各図において，モデルごとの面外変形モードの形状とその固有値を示している．上段には低次の固有値をもつ面外変形モードを順に 2 つ抽出している．なお，これらの抽出されたモード間ではすべて面内変形モードが生じている．曲面のコントアは z 方向の変位を表す．下段の右には，横軸をモードの次数，縦軸を固有値としたグラフを示す．下段の左には，モデルの境界とユニット分割（点線）および四辺形メッシュ（実線）の例を示す．ここでは 4 種類の境界を考える．まず，図 3(a), (b)で

示す 10×10 の四辺形ユニットを元にして生成される矩形境界を境界 A とする．図 3(c), (d)の境界 B は境界 A の四隅に位置する 40 ユニットを除去したものである．図 3(e)は円盤型境界とよび，12×4 の矩形境界の平板を内径 0.5 (m)，外形 2.5 (m)の円盤に写像したものである．円周方向に 12 ユニット，半径方向に 4 ユニットが配置される．図 3(f)の境界は，正六角形を Catmull-Clark subdivision によりメッシュ分割した六角形境界である．また，すべてのモデルの部材の断面幅を t_b=0.10 (m)，断面せいを t_h=0.30 (m)とする．この設定により，変形前の状態では弱軸が格子状平板の法線に一致し，部材の面外方向の曲げ変形が抑制されて変形の自由度を下げられる．

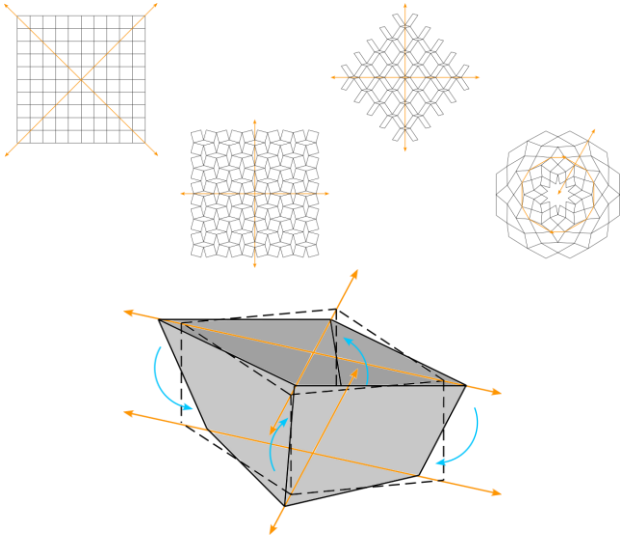


図 4　格子状平板の空隙の対角線と変形性状.

図 4 内の橙色の矢印は菱形の空隙の対角線であり，これに沿って空隙が拡大・縮小する．図 4 の上段では，一部のモデルの菱形の空隙（右端の例では写像前は菱形であった空隙）に対角線を描いている．図 4 の下段は 4 つの部材で構成される菱形の空隙の拡大図であり，変形過程を模式的に描いている．図内の点線と実線はそれぞれ変形前後の部材の輪郭線である．このとき，2 部材の交点において青の矢印のような曲げ変形が起きる．この変形が菱形の空隙に伝播することで平板全体の面外変形モードが定まる．

図 3(a)–(c)と(f)の結果に共通して，α=0°あるいは T=0 のモデルはα=30°, 60°, 90° (T=0.17, 0.34, 0.50)とはトポロジーが異なる特異な例であり，最も低次の面外変形モードの形状が他のパラメータのモデルのものと異なる．これは図 4 で示すように，格子状平板内の菱形の空隙の対角線の経路に起因する．図 3(d)ではα=0°のモデルは他のαのモデルと同じねじれ形状の面外変形モードを示し，図 3(e)では T=0.0 と 0.17 のモデルの面外変形モードの形状はともに鞍型である．これらの変形性状も空隙の対角線の経路が原因で生じていると考えられる．

図 3(a)と(c)より，骨組 RS をメッシュにもつ平板は境界 A, B のいずれの場合でもすべてのαについて，7 次モードが最も低次の面外変形モードである．一方，図 3(b)と(d)からは，骨組 RP のメッシュの平板は境界 A, B の両者においてα=0°のモデルで最も低次の面外変形モードが 7 次でないことが確認できる．また，図 3(e)の円盤型境界の平板だとα=30°, 60°のモデルは最も低次の面外変形モードが 7 次ではなく，図 3(f)の六角形型では図 3(a)および(c)の場合と同様の結果である．

表 1　低次の面外変形モード間の固有値の比 r_α

境界	骨組	$r_{0(T=0)}$	$r_{30(T=0.17)}$	$r_{60(T=0.34)}$	$r_{90(T=0.50)}$
A	RS	941.49	41.871	134.58	183.61
A	RP	1.5682	109.58	162.83	181.82
B	RS	221.71	182.711	554.79	707.55
B	RP	2.8364	390.04	618.69	109.05
円盤	RS	1.0348	1.1250	2.2143	23.890
六角形	RS	6.3931	1.0471	2.5325	4.7604

各モデルについて，面外変形モードの次数の低い順に 1 つ目と 2 つ目の固有値間の比を r_αとする．表 1 では，図 3(a)–(f)に対応するモデルごとの r_αの値を示す．例えば，図 3(a)の境界 A をもつ骨組 RS の格子状平板について，α=0°のモデルでは 1 つ目の面外変形モードは 7 次であり固有値はλ_7=2.5978，2 つ目の面外変形モードは 21 次および 22 次であり固有値は λ_{21} (=λ_{22}) = 2445.8 である．これらの比は r_0 (= 2445.8 / 2.5978) = 941.49 として求められる．すなわち，これら 2 つの面外変形モードを比較したとき，2 番目に次数の低いモードは最も低次のモードより 941.49 倍の大きさの剛性をもつ．したがって，r_αの値が大きいほど変形の自由度が小さくなり，変形後の曲面が一意に定まりやすい．

境界 A と B で比較すると，骨組 RS および RP のいずれにおいても平均して境界 B の平板の方が r_αの値が大きい．また，骨組 RS の境界 A, B 間で比較すると，両者ともにα=30°, 60°, 90°の順に r_αが増大し，特異なケースであるα=0°は例外であることがわかる．骨組 RP では，α=0°, 30°, 60°の順に増大しており，骨組 RS とは異なる傾向が確認される．

円盤型境界と六角形境界の平板と境界 A と B の平板の相違点として，7 次モードと 8 次以降の固有値の比が比較的小さいことが挙げられる．表 1 を見ると，これら

のモデルの r_αはいずれも 100 未満である．とくに六角形境界の平板は，2 番目に次数の低い面外変形モードが 8 次あるいは 9 次であり，この傾向は顕著である．これらの格子状平板は意図しない曲面に変形しやすい．

4　大変形解析による曲面の生成

幾何学的非線形性を考慮した大変形解析により，骨組 RS および骨組 RP を用いたグリッドシェルの曲面を生成する．大変形解析には固有値解析と同じく Abaqus Ver. 2022 を用いる．

4.1　大変形解析の概要

格子状平板は，境界への強制変位の作用で変形させる．時刻パラメータ τ を 0 から 1 の範囲で 0.01 ずつ増加させて釣合い状態を得る．このとき，強制変位と同時に各部材に自重を鉛直下向きに作用させて自重の影響を加味した最終形状を求める．

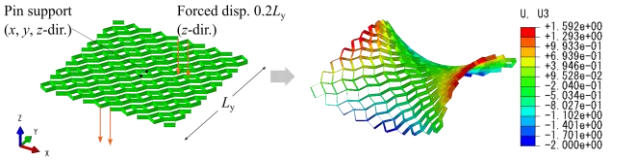
4.2　格子状平板の大変形形状

5 つの格子状平板: (1) 境界 A で α=60°の骨組 RS，(2) 境界 B で α=60°の骨組 RP，(3) 円盤型境界で T=0.10 の骨組 RS，(4) 円盤型境界で T=0.40 の骨組 RS，(5)六角形境界で T=0.25 の骨組 RS の大変形形状を求める．

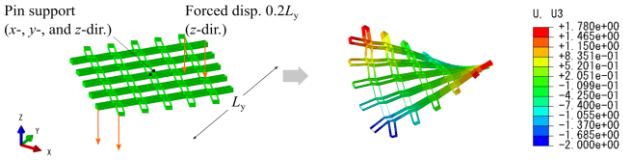
図 5(a)と(b)はそれぞれ境界 A と B のモデルの変形前後の形状である．変形前（左図）の黒色のマーカーは x, y, z 方向のピン支持を表し，橙色の矢印は強制変位の方向を表し，すべて鉛直下向きである．平板の中央に位置する 2 つの接合部をピンで支持する．強制変位の大きさは，格子状平板の y 方向スパンの 20%とする．変形後の曲面（右図）より，2 例ともそれぞれの 7 次モードで変形していることがわかる．

図 5(c), (d)は円盤型境界の例であり，それぞれ T=0.10 と 0.40 のモデルである．モデル中央の 12 個の接合部をピン支持とし，図内の 4 つの接合部に対して鉛直上向きの強制変位を与える．T=0.10 のモデルでは鞍型に近い曲面が得られ，T=0.40 のモデルでは錐型の曲面が得られる．これらの結果は前節で示したパラメータ T の値と面外変形モードとの関係に一致しており，いずれも最も低い次数のモードの曲面が得られる．

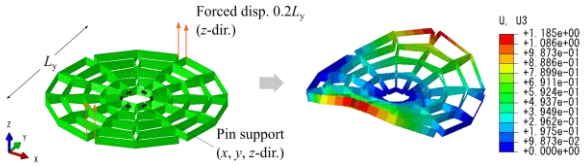
図 5(e)は六角形境界をもつ T=0.25 の格子状平板の大変形形状である．中央の 3 つの接合部をピンで支持し，6 つの接合部に鉛直上向きの強制変位を与えて生成される．格子状平板は，シュワルツ P 曲面の一部を抽出した形状に類似した 7 次モードの曲面へと変形している．



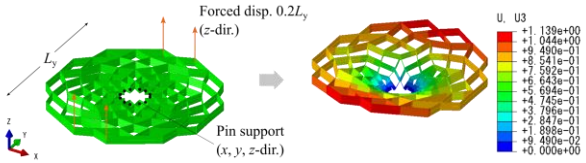
(a) 境界 A，α=60°の骨組 RS



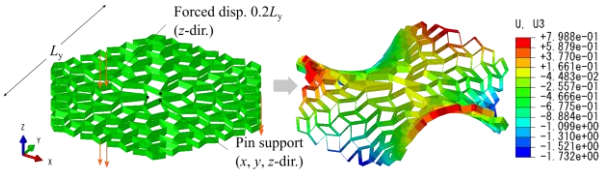
(b) 境界 B，α=60°の骨組 RP



(c) 円盤型境界，T=0.10 の骨組 RS

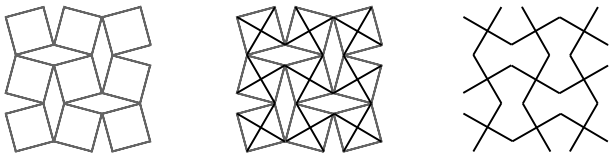


(d) 円盤型境界，T=0.40 の骨組 RS



(e) 六角形境界，T=0.25 の骨組 RS

図 5　格子状平板の大変形形状．



RS　　RS の対角線

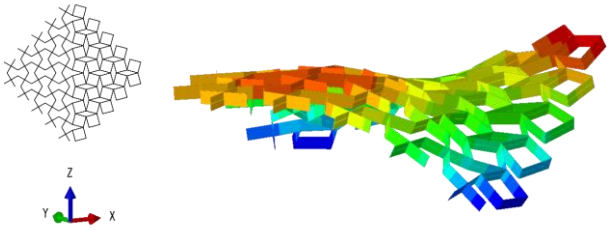
図 6　回転四辺形の双対形状による格子の操作

4.3　回転四辺形の対角線を格子とする平板の変形

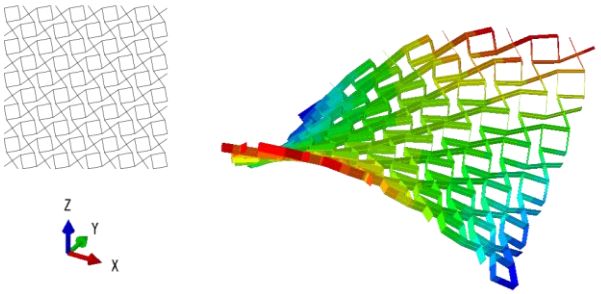
図 6 のように，回転四辺形の対角線を結び，それを格子とする平板を生成する．図 6 の右は，オーゼティック構造の性質を持つことが知られている．元の骨組 RS や骨組 RP と組み合わせることで，ポアソン比が正の領域（四辺形）と負の領域（対角線）を一つの平板上に任意に配置することができる．

図 7 は四辺形と対角線の格子を混合させた曲面の例である．曲面のコントアは z 方向の変位を表す．図 7(a)は，

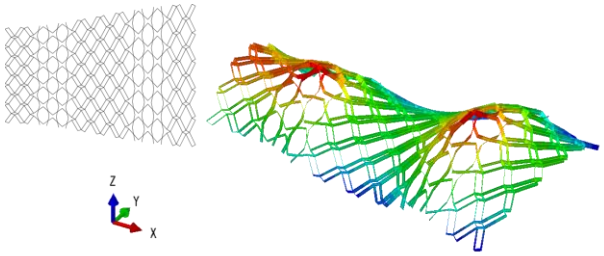
平板全体の半分が骨組 RS で残り半分が対角線の格子状平板から生成される曲面である．骨組 RS ではガウス曲率が負，対角線では正であることがわかる．図 7(b)は，四辺形と対角線を交互に配置して得た曲面であり，ねじれ型と鞍型が混合したような形状に変形する．図 7(c)は，台形状の平板に対角線を局所的に導入して得た曲面であり，鞍型と椀型の領域が交互に分布している．



(a) 領域ごとにガウス曲率の正負が異なる曲面



(b) 四辺形と対角線が交互に配置された曲面



(c) 局所的に対角線を配置した曲面

図 7　四辺形と対角線を混合させた格子をもつ曲面

5　まとめ

回転四辺形のメッシュを格子形状とするベンディングアクティブ・グリッドシェルの面外変形特性を調べた．

固有値解析により，格子形状の対称性と梁の面外曲げ変形の抑制により，平板の面外剛性に異方性が生じることを確認した．矩形境界をもつ骨組 RS と骨組 RP は $T=0$ ($\alpha=0^\circ$)の特異な場合を除くほとんどのモデルで面外変形モードが 7 次の固有モードとして得られ，変形の自由度が拘束されることがわかった．一方，円盤型境界と六角形境界の骨組 RS の格子は面外変形モード間の固有値の比が小さく，意図しない形状に変形してしまう可能性がある．

大変形解析により，格子状平板から曲面を生成した．境界条件に依存するが，検証したモデルはすべて最も次数の低い面外変形モードに変形する．さらに，格子状平板の一部を回転四辺形の対角線とすることで，領域ごとにガウス曲率の正負が異なる曲面や，ねじれ型と鞍型の中間的な曲面を生成できることを例示した．四辺形の幾何的な特性を利用することで，面外の変形自由度をある程度抑えつつガウス曲率が負の曲面に限定されないさまざまな曲面を生成できる．ただし，オーゼティック構造となる格子の剛性は大きくないため，平板全体の変形自由度が増大する点は課題である．

参考文献

1) Naboni, R., Sartori, S., and Mirante, L.: Adaptive-curvature structures with auxetic materials, Advanced Materials Research, 1149, pp. 53–63, 2018.
2) Grima, J.N., Alderson, A., and Evans, K.E.: Auxetic behaviour from rotating rigid units, Physica Status Solidi (b), 242(3), pp. 561–575, 2005.
3) Grima, J.N. and Evans, K.E.: Auxetic behaviour from rotating squares, Journal of Materials Science Letters, 19, pp. 1563–1565, 2000.
4) Attard, D., Manicaro, E., and Grima, J.N.: On rotating rigid parallelograms and their potential for exhibiting auxetic behaviour, Physica Status Solidi (b), 246(9), pp. 2033–2044, 2009.
5) Zheng, Y., Niloy, I., Celli, P., Tobasco, I., and Plucinsky, P.: Continuum field theory for the deformations of planar kirigami, Physical Review Letters, 128, 208003, 2022.
6) Chen, M., Huang, J., Jiang, W., and Fu, M.: Elastic properties of lightweight rotating square structures, Materials Today Communications, 33, 104256, 2022.
7) Mizzi, L. and Spaggiari, A.: Lightweight mechanical metamaterials designed using hierarchical truss elements, Smart Materials and Structure, 29(10), 105036, 2020.
8) Schikore, J., Schling, E., Oberbichler, T., and Bauer, A.M.: Kinetics and design of semi-compliant grid mechanisms, In Proceedings of Advances in Architectural geometry 2021, pp. 108–129, 2021.
9) Schling, E., Wang, H., Hoyer, S., and Pottmann, H.: Designing asymptotic geodesic hybrid gridshells, Computer-Aided Design, 152, 103378, 2022.
10) Nishimoto, S. and Tomohiro, T. : Transformable surface mechanisms by assembly of geodesic grid mechanisms, In Proceedings of the Advances in Architectural Geometry 2023, pp. 221–234, 2023.
11) Mesnil, R. and Baverel, O.: Pseudo-geodesic gridshells, Engineering Structures, 279, 115558, 2023.
12) Howell, L.L.: Compliant Mechanisms, Wiley, 2001.
13) Filipov, E.T., Tachi, T., and Paulino, G.H.: Origami tubes assembled into stiff, yet reconfigurable structures and metamaterials, Proceedings of the National Academy of Sciences, 112(40), pp. 12321–12326, 2015.
14) Dassault Systems.: Abaqus 2022 User's Manual, 2022.

ハサミムシの後翅の展開を用いた立体構造物の設計

北島千朔 [1)], 斉藤一哉 [2)], 末廣香織 [3)]
1) 九州大学大学院人間環境学府空間システム専攻 , 博士後期課程 , 修士 (工学), kitajima.chisaki.218@s.kyushu-u.ac.jp
2) 九州大学大学院芸術工学研究院 , 准教授 , 博士 (工学), k-saito@design.kyushu-u.ac.jp
3) 九州大学大学院人間環境学研究院 , 教授 , 修士 (工学), suehiro@arch.kyushu-u.ac.jp

図1 ハサミムシの後翅

1. はじめに

折り紙は日本の伝統的な遊び・創作活動であるが、近年では大きな構造物をコンパクトに折りたたむことができる技術として、航空宇宙といった工学分野を始め、医療、芸術などの様々な分野で応用されている [1]。

建築分野においても、展開可能な構造は施工性や運搬性能を向上させることができる利点 [2] がある。特に、変形を伴わない剛体面で接続される剛体折紙は硬い材料でも折りたたむことができ、材料の厚みによる干渉が起こらないように設計することでスケールの大きな建築物などへの応用可能性がある [3]。

一方で、展開構造の機構の設計は複雑であるため、本研究では生物模倣 (バイオミメティクス) 工学の観点から自然界の生存戦略や原理から特質を学び、人工物に応用する手法 [4] を採用した。特に、自然界に既に存在する展開構造の一つである昆虫の翅の折りたたみ方に着目した。

昆虫の翅の折りたたみは種によって様々 [5] であり、昆虫の翅と折り紙の四価頂点の折りたたみの関係 [6] についても研究されている。

実際に昆虫の翅を模倣して屋根架構に応用した事例 [7] もあり、建築構造物としての応用可能性は十分にある。本研究では、昆虫の中でもハサミムシの後翅 (図 1) の展開の仕組み [8] に着目し、建築物へ応用可能な設計手法の開発を目的とする。

本稿の構成は以下の通りである。2 章でハサミムシとその後翅の展開図に関する概要の説明を行う。3 章で従来の設計ツールとの相違点について整理する。4 章でシミュレーションを用いた展開図設計手法の説明と空間構造の提案を行う。5 章で本稿で提案する手法から作成した模型による検証を行う。

2.　ハサミムシの後翅と展開図設計法

2. 1 ハサミムシについて

ハサミムシはハサミムシ目の総称であり、名前の通り尾毛が発達した角質の鋏を尾端に持つ昆虫である。

平地の枯葉の堆積地や朽ち木の中に住むヒゲジロハサミムシ (Anisolabella marginalis) などは翅を持たないが、山地の林床に住むエゾハサミムシ (Eparchus yezoensis) などの種は翅を持つ。

後翅は薄くて大きく、静止時には折りたたんで前翅と呼ばれる短くて革質な翅の下にしまい込む。折り紙と関連した研究 [9] も行われており、飛翔時 (図 2) には折りたたまれた状態から弾性ヒンジのような機構を使っ

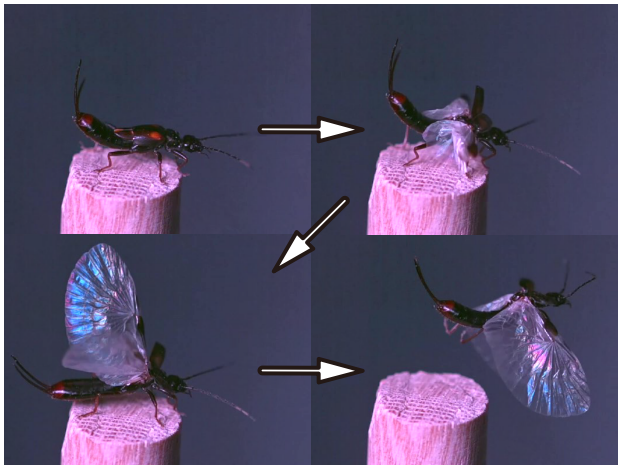


図2　ハサミムシの飛翔の様子

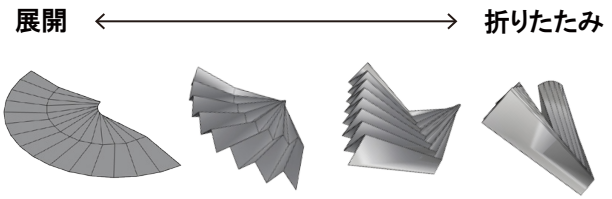


図3　ハサミムシの後翅の折りたたみ

て展開状態で形状を安定させる [10]。

ハサミムシの後翅の折りたたみの特徴は、扇のように両側から折りたたまれて細くなりながら真ん中の部分で二つ折りをすることができる点である (図 3)。

ハサミムシの後翅は昆虫の中でも最もコンパクトに折りたたむことが可能であり、Forficula auricularia などの種によっては折りたたみ前後で面積比が 1/10 以下になることが知られている [11]。

本研究では、ハサミムシの後翅の折りたたみ方を空間構造の設計に応用する。

次節より、平面的な展開図の設計手順の説明を行う。

2. 2 ハサミムシの後翅と展開図設計法

著者らは、これらのハサミムシの後翅の複雑な折りたたみパターンに見られる幾何学的なルールを明らかにし、Rhinoceros+Grasshopper [12] を用いて展開後の扇子の形状を様々な形にカスタマイズできる設計ツールを作成した [13]。この設計ツールで変更可能なパラメータは以下の通りである (図 4)。

1. Basic elements: 4点(O,A,M,N)で構成されており、点の位置関係を操作することで展開図を作図する。
2. Hub Radius: 扇の要に該当する中心の円の大きさを変更する。
3. Rib angle: 中心Oから放射状に広がる各リブの角度を変更する。
4. Modify angles: 中心に近い頂部側と端部側との角度を変更する。
5. Outer Radius: 中心Oから端部までの円の半径の大きさを変更する。
6. Rib Number: 中心Oから放射状に広がるリブの数を変更する。

これらのパラメータの組み合わせることで、展開 (Crease pattern) と折りたたみの状態 (Folding state) を確認・出力できる。

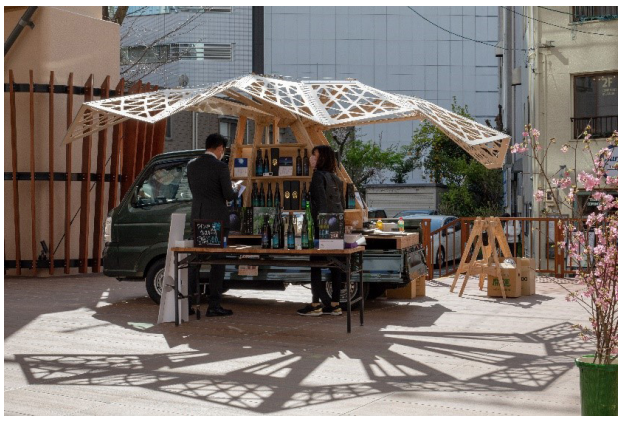


図5　平面的な展開による屋根［14］

しかし、従来の展開図設計ツールの応用は 2 次元的な屋根としての平坦な状態の設計に留まっていた (図 5) [14]。

次章より、展開図及びツールの一部を修正し、立体形状の設計に応用するための手法について述べる。

3.　展開図の違い

3. 1 平坦可折条件

2 章で示した展開図の作図方法から、平坦折りが可

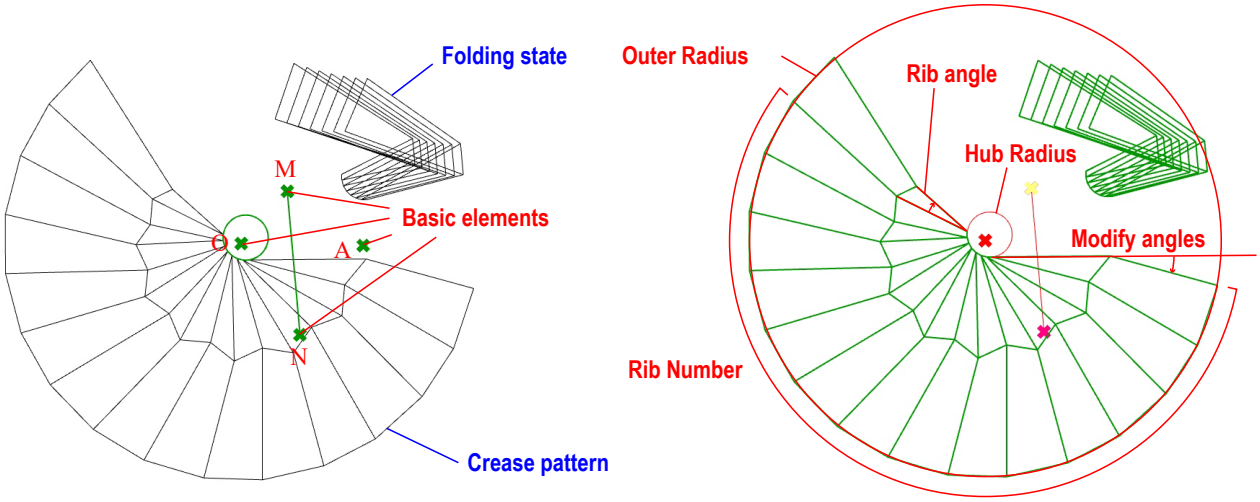


図4 展開図の設定パラメータ

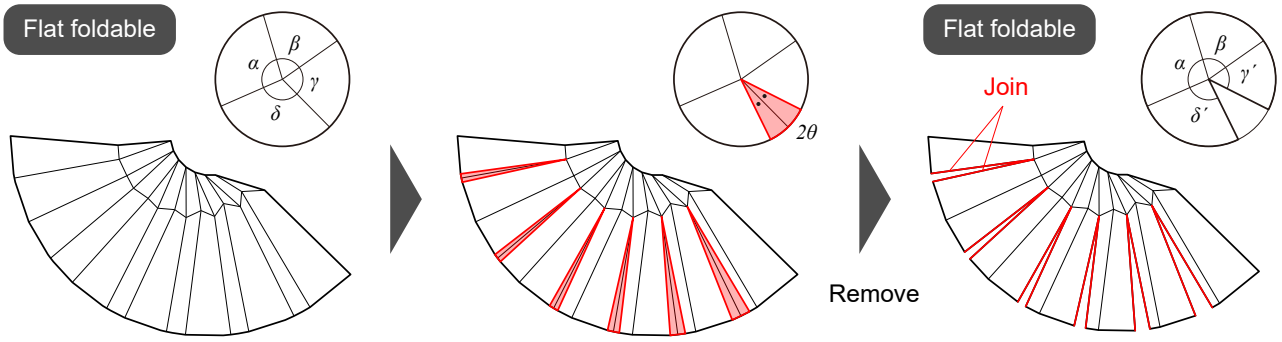


図6 平坦可折条件を保つまま展開図を修正

能となる条件 (以下、平坦可折条件とする) を満たした状態で折り線を修正する (図 6)。

内角をそれぞれ α , β , γ , δ とすると、四価の頂点の平坦可折条件を満たすには以下の式を満たす必要がある。

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta \qquad (1)$$

このとき、隣り合う内角からそれぞれある角度 θ ずつだけ展開図の一部を切り取り、切り取った境界部分同士を一致させると、以下の式となる。

$$\gamma - \theta = \gamma' \qquad (2)$$

$$\delta - \theta = \delta' \qquad (3)$$

これより、平坦折りが可能な条件を満たした状態で立体形状へ展開可能な展開図を作成することができる。

ここでの四価頂点は

$$\alpha + \gamma' + \beta + \delta' < 360^\circ \qquad (4)$$

であるため、元々の平坦な状態で展開できずに立体形状となるかつ平坦可折条件(1)を満たす。

3. 2 折りたたみモード

2 章で示した従来の研究による折り線図と本研究で用いる折り線図の折りたたみモードは異なる (図 7)。

従来の折り線図では、折りたたみ時に頂部側と端部側で重なった面が境目の折り線で二つに折りたたまれるため、厚みを考慮すると外側の面になるほど大きく折り線をオフセットする必要がある。

本研究で用いた折り線図は頂部側が内側に折り込まれる形になるため、すべて同じ厚さによる処理で折りたたむことが可能である。

また、折りたたみ (展開) 途中の状態で固定することで、本研究で提案する立体形状を成立させることができる。

4. シミュレーション3Dモデル

2 章及び 3 章までの展開図の設計法を基に、立体形状の検討のための 3D モデルの作成とその折りたたみシミュレーションを行った。本研究では、設計ツールとして Rhinoceros+Grasshopper とそのプラグインである Kangaroo2[15] を用いている。

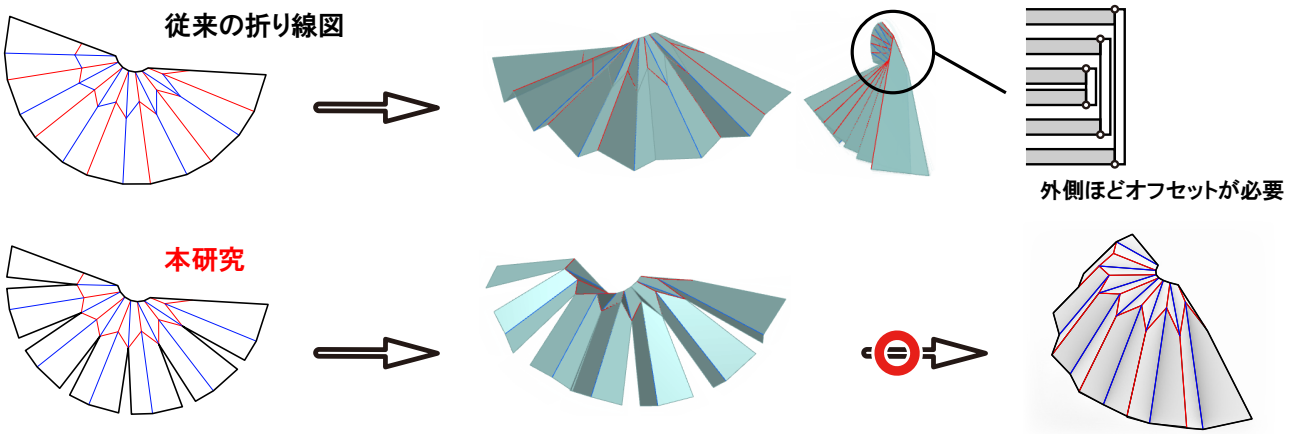


図7 折りたたみモードの違い

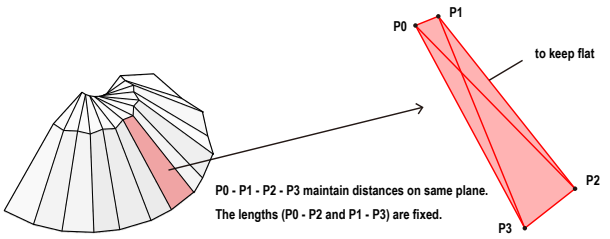


図8 シミュレーションの設定条件

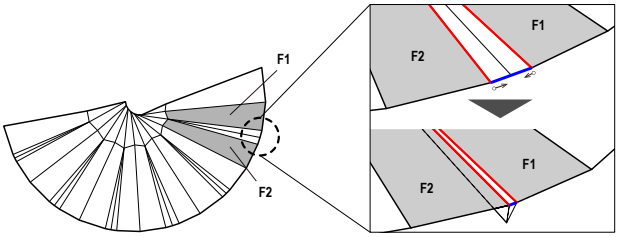


図9 切り取った境界部同士を一致させる様子

4. 1 展開図の作成とシミュレーション

2 章で述べた従来の展開図設計ツールを基に、展開図の基準となる点とパラメータを変化させて基本の展開図を作成する。3 章の平坦可折条件を保った状態にするために、各接点から端部側へ任意の角度 2 θ だけ開いた部分を切り取る。

次に、切り取って生じた境界線同士をくっつけた時に出来上がる立体形状を確認するために Kangaroo2 によるシミュレーションを行った (図 8)。

該当部	Goals 名称	拘束 (Strength)
各面の周辺	Length	1×10^{8}
各面の対角線	Angle	1×10^{8}
切り取った端点	Length	1×10^{7}
各面の頂点	Coplaner	1×10^{10}
頂部の基準点	Anchor	1×10^{4}

※Solver は標準のものを使用している。

表1 各コンポーネントとその設定条件

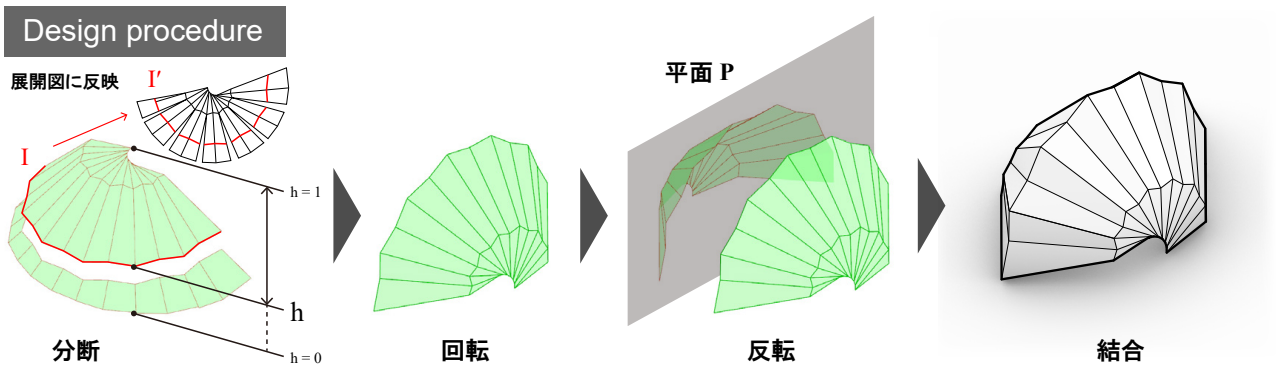


図11 立体形状の作成

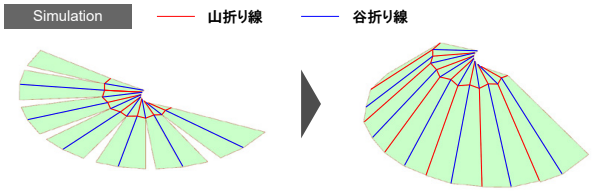


図10 立体形状のシミュレーションの様子

各面の周辺と対角線をそれぞれ「直線ばね」に変換し、トラスモデルとした。また、各面の内角が変化しないために、それぞれの隣り合う二辺から「ばねヒンジ」に変換した。

切り取った各境界部分を一致させるために、図 9 に示す点 a,b のように各端部の点が一致するような拘束条件を加えた。また、境界条件として頂部側の頂点のうち 1 点の変位を拘束し、折りたたみモードを指定するために最端部の各点に鉛直荷重 (Goals 名称 :Load) を設定した。

各設定条件に対応するコンポーネントと相対的な拘束する力 (Strength) の大きさを表 1 に示す。

上記の条件から折りたたみのシミュレーションを行い、基本の展開図から切り取った各境界部分をつなぎ合わせて立体形状となる様子を図 10 に示す。

4. 2 最終形状の検討

本節では、ハサミムシの後翅の展開図を建築分野へ応用するために、空間構造としての最終的な形状の検討及び提案を行う。

4.1節のシミュレーションによって得られた形状に対して、最下端から最上端までの位置を高さ h (0 < h < 1) として設定し、ある任意の高さ h の位置での水平面 P と立体形状との交差線 l を算出する。このときの交差線 I と対応する展開図上の線 I’ を展開図に追加する。

シミュレーション後の形状を交差線 l で分割し、水平面 P に対して鏡像反転したものとつなぎ合わせる (図

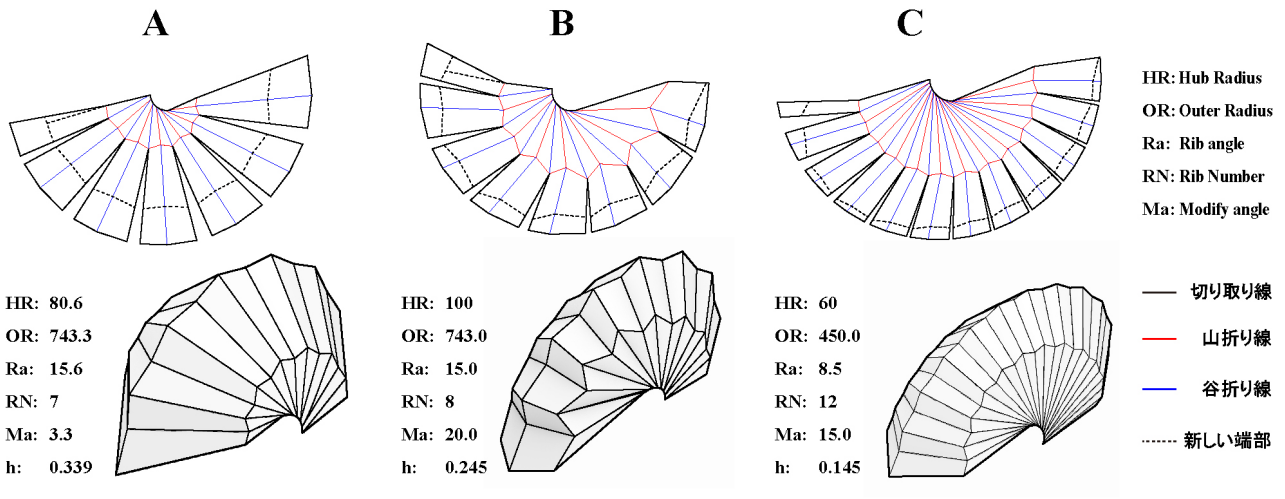


図12　各パラメータを変化させたときの形状の違い

11)。最後に、立体形状にした際に展開図の頂部側の部分が地面と接するようにし、端部側の地面と干渉している交差線を算出して展開図上で線を追加する。

基本の展開図のパラメータ (図 4) 及び高さ h、展開図の切り取り角度θを様々に変化させたときの 3 つの形状の違い (A,B,C) を図 12 に示す。

5. 模型による検討

図 13 に示す通り、4 章までの内容から設計した展開図 (図 12 の A) を基に模型を作成し、形状を検討した。

本章で検討する形態は人力で施工・展開可能な規模の仮設テントを想定している。

模型の縮尺は 1/25 であり、材料は厚口のトレーシングペーパー (112g/ ㎡) を使用している。

図 14 に示す模型より、頂部側と端部側をつなぐ山折りの部分がヒンジを用いたリンク機構として駆動することで全体が展開可能であることを確認した。

全体としては鏡像反転した形態を反対側にも同様に展開し、境界部をジッパーなどを用いてつなぎ合わせる。この際につなぎ合わせた境界部分が折りたたみ可能な条件を満たさなくなり、展開時の角度を固定した状態で形態を成立させることができる。

その他の構成部材として、図 14 の展開開始時に地面と接する面を固定するために打ち込むアンカー、図 13

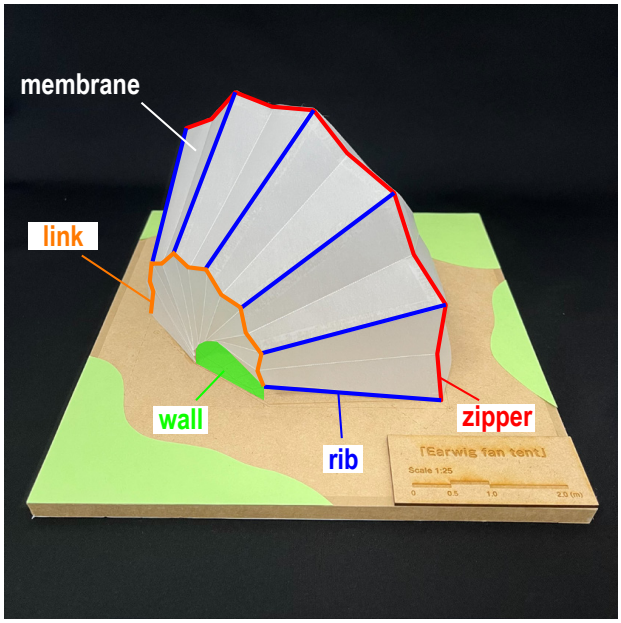


図13　模型の構成要素のイメージ

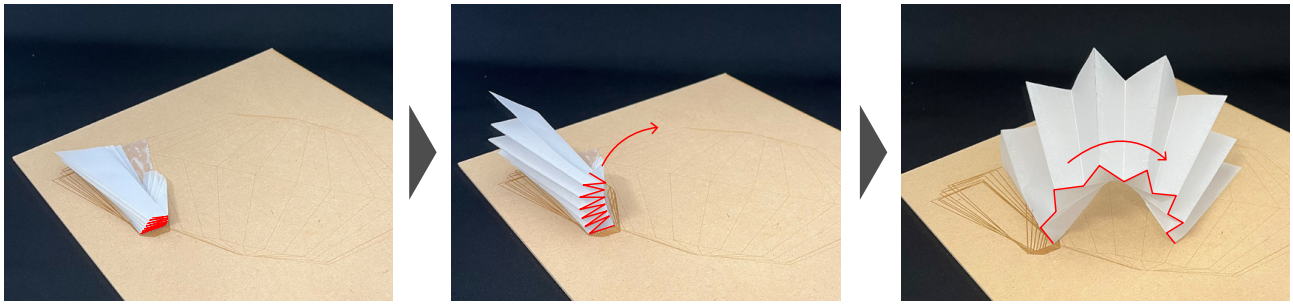


図14　模型の展開の様子

の青線部にフレーム、側面の緑の部分に壁を設けることを想定している。

6. まとめ

本研究では、平坦な状態での展開までの基本的なハサミムシの後翅の展開図設計法から、平坦折りが可能な条件を保ちつつ展開図の一部を切り取ることで、立体形状を設計するための手法を提案した。

新しく作成した展開図から立体形状を検討するための折りたたみシミュレーションを行い、空間構造として用いるための形状の提案を行った。その際に、コンピュータ上で検討した立体形状から展開図を再度修正し、設計を行えるようにした。

また、本研究で提案する手法を用いてパラメータを変更して形状をいくつか検討し、そのうちの一つとして作成した展開図から縮尺 1/25 のサイズの模型の製作を行った。模型の製作による検証を行うことで、展開可能な立体形状の設計に有効であることを確認した。

しかし、本研究は幾何学的な条件にのみ着目した設計に留まっており、実寸大での建設を前提とした材料を用いた力学的な条件を考慮した検討には至っていない。加えて、模型による検討はトレーシングペーパーによる薄い素材による検証に留まっており、ヒンジ部分に生じる厚みの影響を考慮した設計までは行えていないため、今後の課題とする。

謝辞:

本研究はJST FOREST (課題番号 JPMJFR203E4)の助成を受けてなされている。また、第一著者はJST次世代研究者挑戦的研究プログラム (JPMJSP2136)の助成を受けている。ここに記して謝意を表す。

参考文献

1) M. Meloni, J. Cai, Q. Zhang, D. S. Lee, M. Li, M. Ruijun, T. Parashkevov, and J. Feng, Engineering origami: A comprehensive review of recent applications, design methods, and tools, Advanced Science, Vol.8, No.2000636, 2021.
2) E. Rivas-Adrover, “Deployable Structures (Small architecture series)”, Laurence King Publishing, 2015
3) T. Tachi, “Rigid-Foldable Thick Origami”, Origami 5, Eds. P. WangIverson, R. J. Lang, M. Yim, A K Peters/CRC Press, pp. 253-264, 2011
4) F. P. Otto 著, 岩村和夫 訳, “自然な構造体”, 1982 (1986 訳本) 鹿島出版会
5) K. Saito, S. Yamamoto, M. Maruyama, Y. Okabe, “Asymmetric hindwing foldings in rove beetles”, Proceedings of the National Academy of Sciences, Vol.111, No.46, pp.16349-16352, 2014.
6) F. Haas, R. J. Wootton, “Two Basic Mechanisms in Insect Wing Folding”. Proceedings: Biological Sciences, Vol.263, No.1377, pp. 1651-1658, 1996.
7) A. Körner, L. Born, O. Bucklin, S. Suzuki, L. Vasey, G. T. Gresser, A. Menges, J. Knippers,” Integrative design and fabrication methodology for bio-inspired folding mechanisms for architectural applications”. Computer-Aided Design Vol. 133, No. 102988, 2021
8) F. Haas, J. Kukalová-Peck, "Dermaptera hindwing structure and folding: New evidence for familial, ordinal and superordinal relationships within Neoptera (Insecta)". Eur. J. Entomol. Vol.98, pp.445–509, 2001.
9) S. Rojas, K. S. Riley, A. F. Arrieta, “Multistable bioinspired origami with reprogrammable self-folding”. Journal of the royal society interface, Vol.19, No.195, 2022.
10) J. A. Faber, A. F. Arrieta, A. R. Studart, "Bioinspired spring origami". Science, Vol.359, pp.1386–1391, 2018.
11) F. Haas, S. Gorb, R. J. Wootton, Elastic joints in dermapteran hind wings: Materials and wing folding. Arthropod Struct. Dev. Vol.29, pp.137–146, 2000.
12) McNeel, R. Grasshopper (2014). https://www.grasshopper3d.com/. Accessed 12 October 2023
13) K. Saito, R. Pérez-de la Fuente, K. Arimoto, Z. You, “Earwig fan designing: Biomimetic and evolutionary biology applications”, Proceedings of the National Academy of Sciences, Vol. 117, No.30, pp. 17622-17626, 2020
14) S. Nakamoto, R. Shibata, “OSAKEMUSHI”, 2021
15) Daniel Piker, https://github.com/Dan-Piker/K2Goals

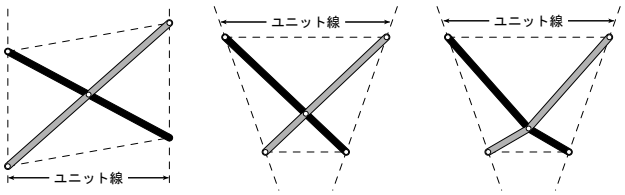
平行四辺形型の複合シザーズユニットによる自由曲面の構成

山浦健士朗 [1)]，津田勢太 [2)]
1) 岡山県立大学大学院デザイン学研究科デザイン工学専攻，大学院生
2) 岡山県立大学デザイン学部建築学科，教授，博士(工学)，tsuda@dgn.oka-pu.ac.jp

1 序

展開構造システムの1種であるシザーズ機構は，2本の棒材の中間点をピボット接合したX型のシザーズを単ユニットとし，複数の単ユニットを棒材端部でヒンジ接合して組み合わせることで様々な形態を構成することができる。マストや橋のような軸方向に伸縮タイプや屋根やアンテナのような面状に伸縮するタイプに分けられる[1]。単ユニットは自由度1であり，変形を拘束しあうことがないよう適切に連結していくことで自由度1の展開構造物を構築できる。本稿は，面伸縮タイプで自由度1となる新たな構成方法を提案することを目的とする。

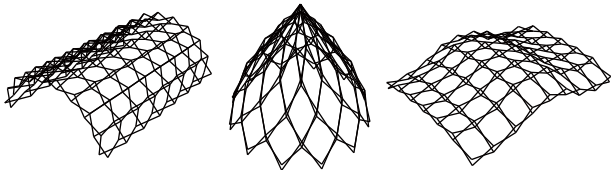
単ユニットは主に図1の3タイプがあり，棒材端部の上下のヒンジを結ぶ線はユニット線と呼ばれる。タイプ1はユニット線が平行となり平行四辺形（長方形を含む）を形成するため，連結した場合にすべてのユニット線が同一方向を向き，収縮時にコンパクトな束になるという特徴がある。タイプ2と3は，左右のユニット線が平行でなく交わって台形を形成するため，連結して曲面を形作ることに有利である。ただし，連結ユニット間の変形適合性を満たすための制約が高いため，規則性のある幾何形状は構成できるが，任意の自由曲面をつくることは難しい。



1. 平行四辺形型　　2. 台形型（直線棒材）　　3. 台形型（屈折棒材）

図1　主な単ユニットの構成

タイプ1と2を組み合わせた円筒形（図2a）は，自由度1となる曲面形状として最もよく利用されている。タイプ1のみを使ってできる形状としては平板型が一般的であるが，特定の規則性をもたせてユニット配置することで図2b,cのような曲面形状を，自由度1で構築することも可能である[2]。



a. 円筒　　b. 菱形ラメラ　　c. 長方形グリッド

図2　平行四辺形型の単ユニットを用いた曲面構成例

より多様で自由な曲面形状を作るために，棒材中間点に追加の回転自由度を挿入する方法[3]や，単ユニット同士の接合部に追加ヒンジを挿入する方法[2]が提案されているが，機構全体の自由度が増えるため変形制御は難しくなる。また，不安定な機構ではなく，部材の弾性変形を利用した展開構造という方法も提案されている[2, 4]。

上記の背景のもと，本稿ではタイプ1の単ユニットを複数組み合わせたXX型の複合ユニットを用いることで，自由度1で，任意の自由曲面をつくるための構成方法を提案する。筆者らは，3次元曲線状に軸伸縮する機構として，タイプ1の長方形型の複合ユニットとタイプ2を組み合わせた構成手法を提案したが[5]，本稿ではこれを発展し，タイプ1の平行四辺形型の複合ユニットを面的に連結することで自由曲面を形作る。この複合ユニットを用いた機構の構成手法も提案されているが[6, 7]，任意の自由曲面を形成するための具体的な構成手法についてはいまだ提案されていない。

本稿で提案する具体的な機構生成手順としては，ターゲット形状とする厚み0の任意曲面をメッシュ分割した後，多角形メッシュの各辺に一定の高さを与えることで平行四辺形の集合をつくる。それぞれの平行四辺形面内に，一定の法則性で複合ユニットを配置することで，自由度1で，収納時にはコンパクトな束となる機構となる。次節以降で，詳細な構成手法について述べる。

2 平行四辺形型の複合ユニット

2.1 複合ユニット

本稿で定義する複合ユニットとは，2以上の単ユニッ

トを対称性を有するように平面的に接続して構成されるシザーズであり，図 3 にその例を示す。シザーズ部材は，外形が長方形の場合は 2 軸対称，外形が台形の場合は 1 軸対称，外形が平行四辺形の場合は点対称となるよう配置したものである。本稿で扱う複合ユニットは，ユニット線が平行となる平行四辺形型である（長方形型は平行四辺形型の一種）。

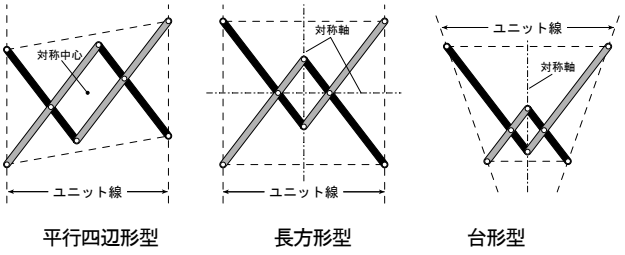


図 3　複合ユニットの例

2.2　平行四辺形型の複合ユニット

1 節で述べたように，生成する機構の全体形状を平行四辺形の集合により作っていく。平行四辺形型の複合ユニットを点対称となるよう部材配置するには，図 4 に示す 3 つの構成パターンが存在する。展開状態を表す指標として，図に示す部材の立ち上がり角度 θ を定義するが，いずれのパターンの部材配置であっても，ユニットを構成する 4 本の部材の θ が同一であることが本稿で扱う複合ユニットの重要な特徴である。

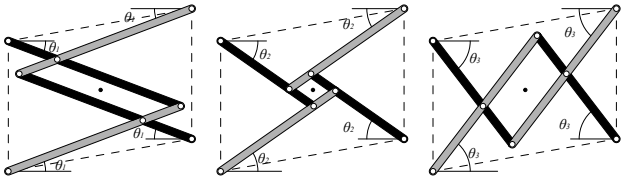


図 4　平行四辺形型の複合ユニットのパターン

部材を配置する平行四辺形の高さ h，幅 w，斜角 α とすると（図 5），θ が取りうる範囲は $\alpha<\theta\leqq 90^\circ$ であり，$\tan\theta$ が式(1)の範囲の場合は横型，式(2)の範囲の場合は風車型，式(3)の範囲の場合は縦型となる。

$$\frac{h}{2\cdot w}\leq \tan\theta < \frac{h}{w}-\tan\alpha \tag{1}$$

$$\frac{h}{w}-\tan\alpha < \tan\theta < \frac{h}{w}+\tan\alpha \tag{2}$$

$$\frac{h}{w}+\tan\alpha < \tan\theta \leq \frac{h+\sqrt{h^2+w^2\cdot(\tan\alpha)^2}}{w} \tag{3}$$

平行四辺形および θ を定めれば，構成部材の AC 間の長さ a，BC 間の長さ b，CD 間の長さ c は，式(4)～(6)によって算出される。なお c が負の場合は横型であり，この場合は c の絶対値が CD 間の長さを示す。

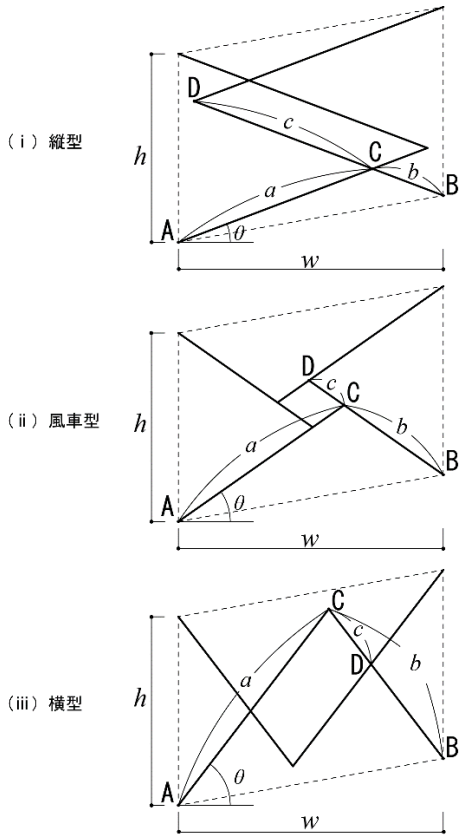


図 5　構成部材の長さ

$$a=\frac{w}{2\cdot\sin\theta}\cdot(\tan\theta+\tan\alpha) \tag{4}$$

$$b=\frac{w}{2\cdot\sin\theta}\cdot(\tan\theta-\tan\alpha) \tag{5}$$

$$c=\frac{h-w\cdot(\tan\theta-\tan\alpha)}{2\cdot\sin\theta} \tag{6}$$

なお，$\tan\theta$ が式(7)，(8)の場合は複合ユニットの構成は図 6 のように，部材が 3 本となるとともに自由度が 2 と増えてしまうが，後述するように，連結する周囲が自由度 1 のシザーズ機構の場合は，全体としては自由度 1 の機構となる。

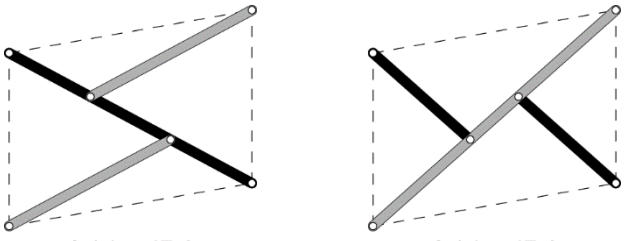


図 6　自由度 2 の複合ユニット

$$\tan\theta = \frac{h}{w} - \tan\alpha \tag{7}$$

$$\tan\theta = \frac{h}{w} + \tan\alpha \tag{8}$$

また，$\tan\theta$ が式(1)の下限値を下回る場合や式(3)の上限値を上回る場合であっても，構成する単ユニット数を増やし，3 以上の単ユニットからなる複合ユニットも構成できる（図 7）。

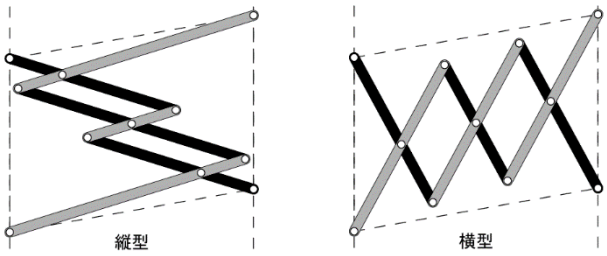


図 7　3 個の単ユニットによる複合ユニット

3 立体モデュール

3.1　複合ユニット間の関係

前節では，あるひとつの平行四辺形を対象に，任意の部材立ち上がり角度 θ を設定することで，複合ユニットを構成する方法について述べた。本節では，形状が異なる複数の平行四辺形が連結された場合の部材配置について説明する。

平行四辺形の形状が異なっていても，指定した θ により複合ユニットは構成できるので，対象とするすべての平行四辺形の θ を同一とすることも可能である。なお本稿では，複合ユニットを横方向に連結した曲面機構を生成するので，ユニット高さ h は全ての複合ユニットで同じ値である。図 8 には，高さ h が同一であるが，幅 w，斜角 α が異なる平行四辺形に，すべて同じ $\theta = 45°$ で部材配置した複合ユニットの例を示す。

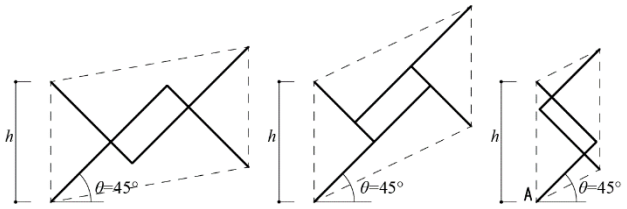


図 8　異なる平行四辺形への部材配置の例（θ は同一）

θ が全部材同一であることから，平行四辺形の高さ h，幅 w は，図 5 で定義した距離 a，b，c を用いて下式によって算出される。

$$h = 2 \cdot (b + c) \cdot \sin\theta \tag{9}$$

$$w = (a + b) \cdot \cos\theta \tag{10}$$

式(9)より，h と θ が同一であるような構成であれば，すべての複合ユニットの b+c の値が等しくなる。これは Escrig が示したシザーズ機構の折り畳みに関する制約条件[1]を満たしていることを意味する。また，式(10)より各複合ユニットの幅 w の比はあらゆる展開過程で一定である。θ が取りうる範囲の下限値は全ユニットの α の最小値であり，上限値は 90° である。

3.2　立体モデュールの構成

前節までに述べた方法で複合ユニットを配置した平行四辺形を側面とする角柱を立体モデュールと呼ぶ。角柱の上下面は空隙であり，すべての側面のユニット線は鉛直方向に向ける。

図 9 は，複合ユニット 3 面による三角柱モデュールの部材構成と展開過程を示す。各面を平面的に表示した図であり，点 A と点 A'および点 B と点 B'はそれぞれ同一高さにある。

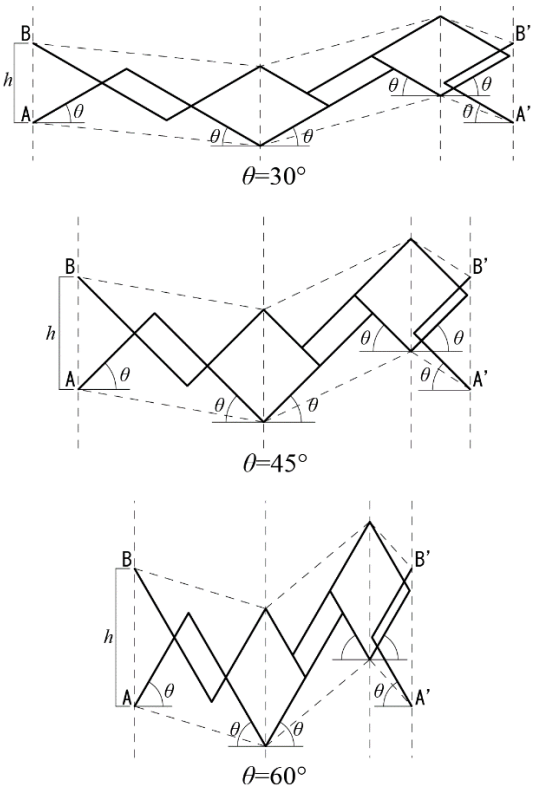


図 9　立体モデュールの展開

立体モデュールの上下面（空隙面）の外形線を，水平面（全ユニット線に直交する平面）に投影した多角形の各辺長さは式(10)によって算出される。あらゆる展開過程（部材立ち上がり角度 θ）において，各辺の長さ比は一定であることから，この多角形は常に相似となる。各

面の幅 w が全て同じ長さとなるよう設定した場合には，常に正三角形を維持する。図 10，11 に，射影が正三角形の場合と不等辺三角形の場合の立体モデュールの展開過程と，射影された三角形の変化を示す。

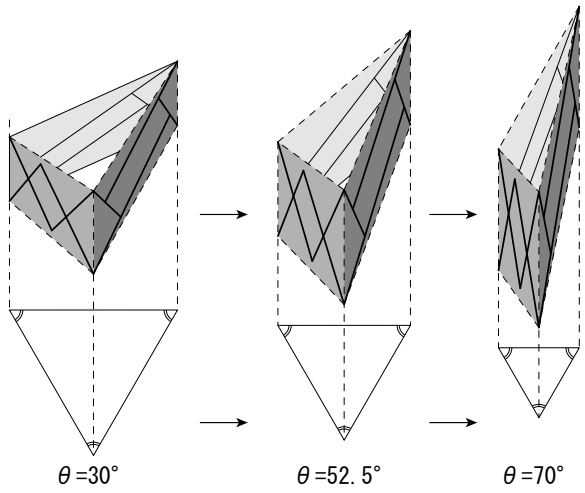


図 10　射影が正三角形となる立体モデュール

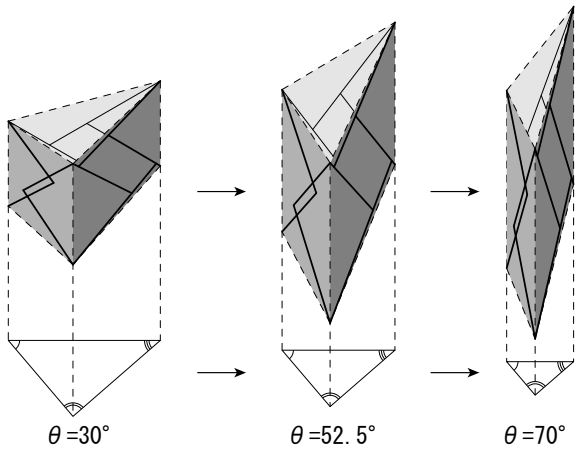


図 11　射影が不等辺三角形となる立体モデュール

3.3　複合ユニット同士を接続するジョイント

前節までの説明では，部材は線で，交点は点で表現しているが，実際には部材やヒンジには大きさがあり，また各面のヒンジ回転軸の向きが異なることから，不整合や干渉することなく展開することが可能な接合ジョイントが必要である。

3.2 節で述べたように，θ が同一となるよう部材配置すれば，投影した多角形は相似を維持するため，その内角は変化しない。したがって，隣り合う複合ユニット平面間の角度は一定であり，ここに変形追従のための回転ヒンジを追加する必要はない。また，射影が正三角形の場合は各辺の長さが常に同じであるから，図 12 に示すように，交点からヒンジ位置までの水平距離 p を各面とも同一とし，残りの幅 $w-2p$，高さ h の平行四辺形に θ が同一となる複合シザーズを配置すれば良い。

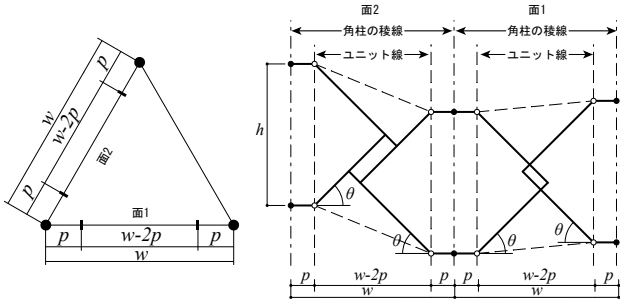


図 12　射影が正三角形の場合の接合部

立体モデュールの射影が不等辺三角形となる場合には，交点からヒンジまでの水平距離を一定とすると，交点間距離（ヒンジとシザーズ部を含めた長さ）の比が展開時に変化し不整合が生じるため，各辺の長さ比に応じたヒンジ距離を設ける必要がある[7]。つまり，面 1 と面 2 を射影した辺長 w_1，w_2 の比が $R_{12}=w_1/w_2$ の場合，それぞれの面のヒンジ距離 p_1，p_2 の比 p_1/p_2 も R_{12} に設定する（図 13）。そのうえで，残りの幅 w_1-2p_1 および w_2-2p_2 で高さ h の平行四辺形に θ が同一となる複合ユニットを配置すれば，式(11)に示すように，複合ユニット部分のみの射影長さが β 倍になった場合にも交点間長さの比は常に R_{12} と一定となるため，相似な不等辺三角形を維持して展開することができる。

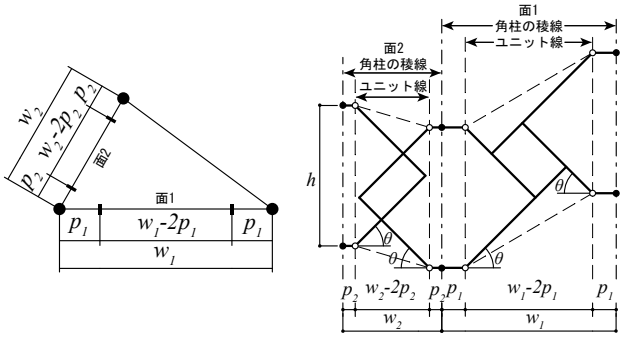


図 13　射影が不等辺三角形の場合の接合部

$$\frac{\beta(w_1-2p_1)+2p_1}{\beta(w_2-2p_2)+2p_2}=R_{12} \qquad (11)$$

4　立体モデュールの連結による自由曲面の構成

4.1　立体モデュールの接続

前節で示した立体モデュールは，別の立体モデュールと共通の複合ユニットを介して面接続することで連結していくことができる（図 14）。

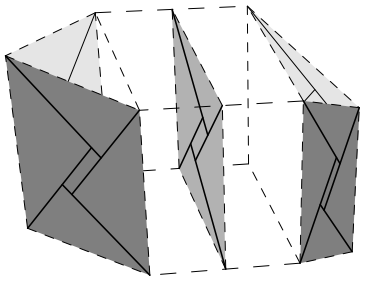


図 14　立体モデュール同士の接続

複数の立体モデュールを接続して拡張していくことで，連続した曲面を構成することができる。また，平行四辺形のパラメータ（幅 w や斜角 α）を調整することで，曲面の傾きを調整できる。

このように連結して拡張していく場合も，全ての複合ユニットの θ が同じとするよう部材長さ（a,b,c）を決定することで，射影するすべての多角形は常に相似（つまり内角が一定）となる。したがって，複合ユニットの端部が集結する接合部に追加のヒンジは不要であり，図 15 に示すような簡易な接合部とすることができる。この接合部は自由度を増やすものではないので，機構全体を自由度 1 で展開することが可能である。

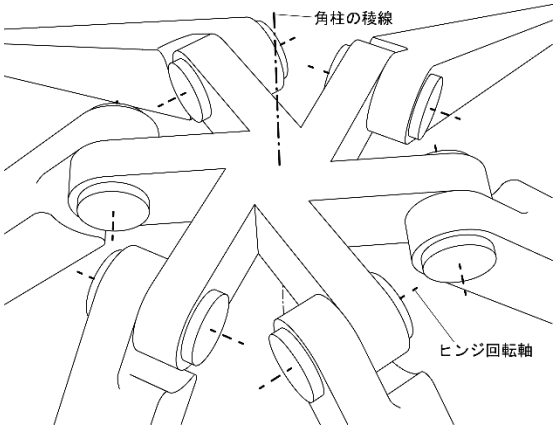


図 15　接合ジョイント

4.2　自由曲面の構成手法

前節で示したように，立体モデュール同士を接続して拡張していくことで曲面を構成することもできるが，逆に任意の自由曲面をターゲット形状とし，その曲面を形成するための立体モデュールを算出していくいことも可能である。

図 16 はその例を示す。ターゲット曲面をメッシュ分割することで，それぞれの複合ユニットの幅 w 及び斜角 α が決定される。このメッシュ全体の各辺に一定の高さ h を割り当て，その状態における θ を定めれば，式(4)～(6)より，すべての複合ユニットの構成要素の長さ（a,b,c）が決定する。このようにして形成されたシザーズ機構は，θ が 90° で最もコンパクトな束に縮小され（実際には，部材やヒンジの大きさがあるため 90° より手前の束が限界となる），部材構成の算出時に設定した θ のときに求める曲面形状となる。なお部材配置を設定するときの θ は，すべての平行四辺形面の斜角 α の最大値より大きくする必要がある。図 17 は，図 16 のターゲット曲面において $\theta=30°$ として作成した立体シザーズ機構とその展開過程を示す。ただし，図が煩雑になるため全体形状は平行四辺形で表し，一部モデュールのみ複合ユニットの部材構成を図左側に表現している。

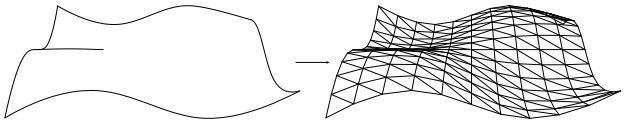


図 16　曲面のメッシュ分割

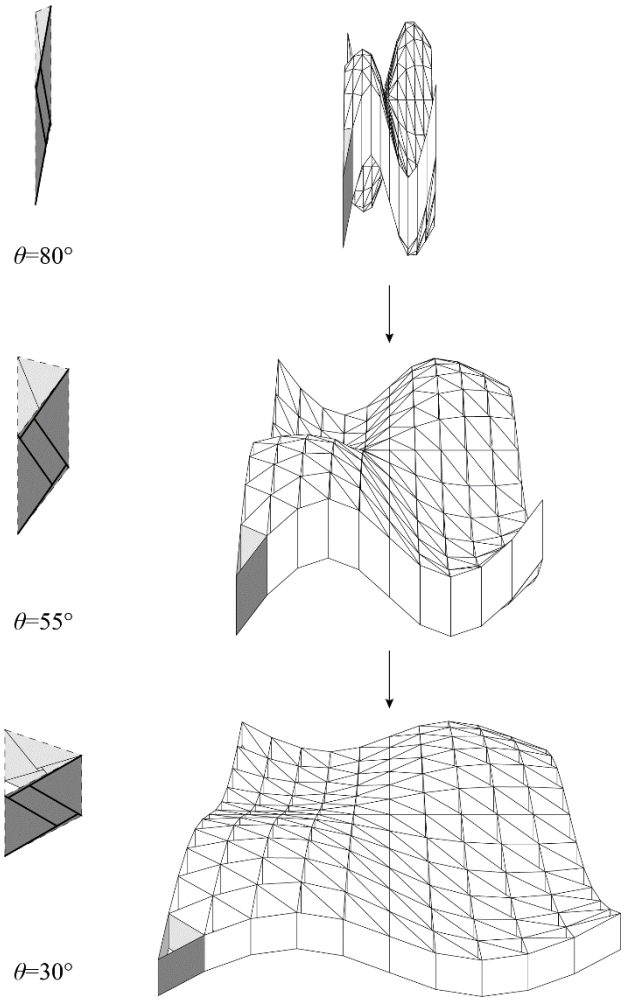


図 17　立体シザーズ機構の展開過程

4.3　自由曲面の構成例

図 18 に Félix Candela によるソチミルコのレストランの屋根をターゲットとして，本手法を用いて作成した立体シザーズ機構の構成とその展開過程を示す。

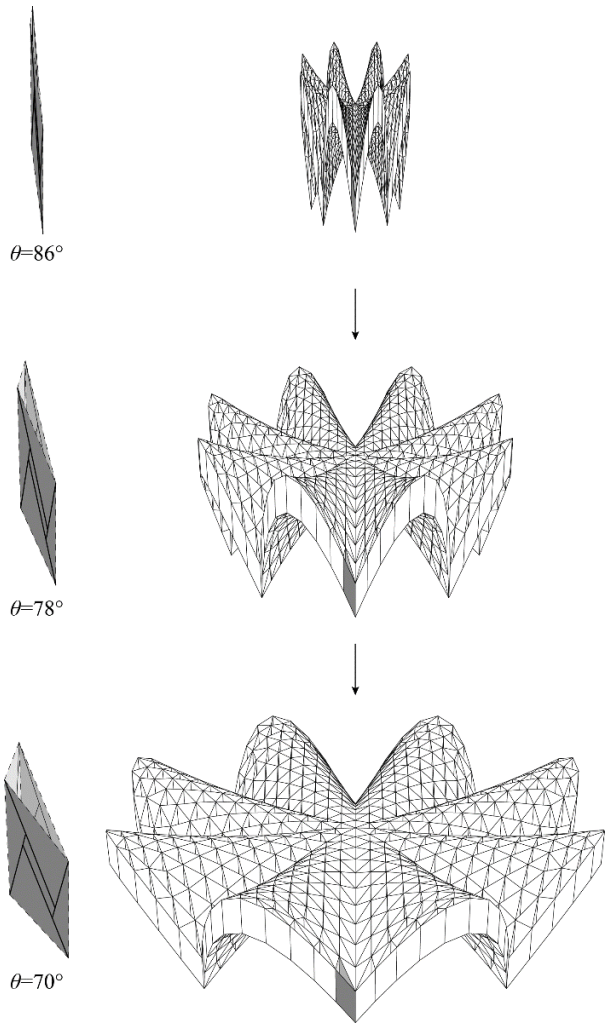


図 18　HP 曲面の構成

5 まとめと今後の研究方針

X 型の単ユニットを複数組み合わせた平行四辺形型の複合ユニットの構成方法を提示するとともに，それらで構成した多角柱の立体モデュールを連結して拡張していくことで，任意の自由曲面を形成する手法を示した。

立体モデュールを形成する平行四辺形型の複合ユニットの部材立ち上がり角度 θ は全て同一であり，側面を形成する平行四辺形のうち最も大きい斜角 α より大きな値で θ を設定する必要がある。 θ の値は曲面を形成する全ての立体モデュールで共通するため，起伏の大きい曲面を構成する場合には，3 以上の単ユニットからなる複合ユニットを用いる必要性がでてくる。2 個の単ユニットからなる複合ユニットのみで曲面を構成する場合には，形成可能な曲面形状に制約があるため，その条件について明確にしていく必要がある。

本稿の例では，曲面を三角形メッシュ分割し，そこから複合ユニットを配置する手法を述べたが，四角形以上のメッシュ分割も可能である。また，曲面をメッシュ分割して投影された多角形は様々な形状となり，多種の接合ジョイントが必要となる。接合ジョイントを同一なものとするには，最初に平面上に多角形メッシュを作成し，それを曲面に投影していくという方法も考えられる。メッシュ分割の手法についても検討していく予定である。

本稿では複合ユニット同士を接続する部材端部の接合ジョイントについて示したが，複合ユニットを構成する部材同士のピボット接合においても工夫が必要である。4 本の構成部材を 4 層に分けて接続することで，部材同士が干渉することなく展開することができるが，横型と縦型の複合シザーズが共存する立体モデュールではどちらかのヒンジ位置で干渉し，展開もしくは収縮が制限されてしまう。そのため縦型，横型の両者に適応した接合方法の検討が必要である。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 19K04714 の助成を受けたものです。

参考文献

1) Escrig, F., Expandable space structures, Space Struct., vol. 1, pp. 79–91, 1985
2) Roovers, K. and De Temmerman, N., Deployable scissor grids consisting of translational units, Int. J. Solids and Struct., pp. 45–61, 2017
3) Akgun, Y., Gantes, C., Sobek, W., Korkmaz, K., Kalochairetis, K., A novel adaptive spatial scissor-hinge structural mechanism for convertible roofs, Eng. Struct., vol. 33, 1365–1376, 2011
4) 川口健一, 佐藤拓人, シザーズ骨組みを用いた展開式球形シェルターの製作に関する基礎的研究, 日本建築学会技術報告集, 第 50 号, pp.53–56, 2016
5) Tsuda, S., Kohno, J., Nakahara, Y., Ohsaki, M., Composition of curvilinearly extendable tubular scissor mechanisms, Int. J. Solids and Struct., vol. 250, 2022
6) Rosenberg, D., Indeterminate architecture: Scissor-pair transformable structures, Delft school of design journal (Digitally-driven architecture), vol. 6, pp. 19-39, 2010
7) You, Z., Deployable structure of curved profile for space antennas, J. Aerosp. Eng., vol. 13(4), pp. 139–143, 2000

多段階最適化を用いた超高層制振構造の耐震設計

武居秀樹 [1)]，浜田英明 [2)]
1)日本設計，主管／法政大学デザイン工学研究科，博士後期課程，修士(工学)，takei-hi@nihonsekkei.co.jp
2)法政大学デザイン工学部建築学科，教授，博士(工学)

1 はじめに

解析技術，建築材料および施工技術などの進歩により，超高層建築物の数は増加してきている。機能維持やBCPの観点から建物に要求される設計目標も多様化してきており，建物用途や発注者の要求に応じた各地震動レベルに対して耐震性能を定める性能設計 [1),2)]が望まれている。耐震性能向上を目的として，制振構造を採用する超高層建築物（以下，超高層制振構造）では，装置配置として全層分散配置（建物全体を変形させる）や下層集中配置（一部の層を集中的に変形させる）など様々あり [3)]，その配置は構造計画だけでなく建築計画にも大きな影響を及ぼすため，設計実務現場では設計初期段階から複数のケーススタディが求められる。装置の最適配置は，装置が取付く架構特性に起因するため，装置配置のケーススタディに先立って架構のケーススタディも必要となる。このように，設計実務現場では超高層制振構造の性能設計に有用な最適化手法の提案が求められている。

2 多段階最適化を用いた耐震設計法

武居ら [4)]はNormal-Tri-Linearモデルの復元力特性を持つ多質点系モデルを用いて，稀に発生する（以下Lv1）地震動および極めて稀に発生する（以下Lv2）地震動の同時最適化を行っている。

本稿では，復元力特性を指定した質点系モデルに対して，各層の制振装置諸元の最適化を行う。また，最適化で得られた制振装置配置での応答層せん断力分布より定められる設計層せん断力に対して，指定した復元力特性を得るための骨組モデルの断面最適化を行う。本稿では断面最適化の過程で，断面寸法の変化が建物層重量へ与える影響を無視できない架構を想定しており，CFT柱を有する鉄骨造，鉄筋コンクリート造および鉄骨鉄筋コンクリート造へ適用可能な手法を提案する。

本稿では，文献4の弾塑性領域を対象とする復元力特性の最適化および本稿で行う最適化を併せた一連の手順を総称して「多段階最適化」と呼称する。Fig.1に多段階最適化の手順を示す。

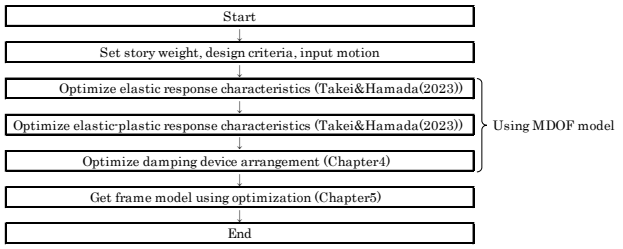


Fig.1 Design flow using multiple step optimization

3 解析対象建物

3.1 建物概要

解析対象建物は文献4と同じ地上25階，地下1階，高さ約100mの鉄骨造（一部CFT）の事務所ビルとする。制振装置はFig.2に赤塗で示すように，YB通りのX2-3間およびY4-5間に配置可能であるとする。なお，地下階は耐震壁が多く配置されて層剛性が地上階と比較して大きく，かつLv2地震動に対しても耐震壁は降伏を許容しない設計が一般的であるため，地下階が地上階の応答特性に与える影響は小さいと判断して本稿では最適化の対象外とする。また，本稿では最適化の対象はX方向のみを取り扱う。

3.2 復元力特性の定義

4章で取り扱う質点系モデルは，各層がFig.3に示すNormal-Tri-Linearモデルの復元力特性を持つ多質点系モデルを取り扱う。図内の各諸元の定義は以下の通りとする。なお，$\bar{}$付き諸元は設計クライテリアによる制約条件であることを示す。

i: 質点（剛性の場合，質点下部に取付く層間バネ）番号
${}_iK_1$: 第1剛性，${}_iK_2$: 第2剛性，${}_iK_3$: 第3剛性
${}_iQ_1$: 第1折れ点層せん断力，${}_iQ_2$: 第2折れ点層せん断力
${}_i\theta_1$: ${}_iQ_1$時の層間変形角，${}_i\theta_2$: ${}_iQ_2$時の層間変形角
${}_iQ_{Lv1}$: 稀に発生する（以下Lv1）地震動入力時の最大応答層せん断力
${}_iQ_{Lv2}$: 極めて稀に発生する（以下Lv2）地震動入力時の最大応答層せん断力
${}_i\bar{\theta}_{Lv1}$: ${}_iQ_{Lv1}$時の応答層間変形角
${}_i\bar{\theta}_{Lv2}$: ${}_iQ_{Lv2}$時の応答層間変形角

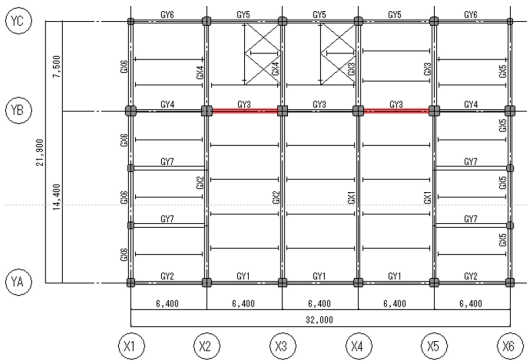


Fig.2 Framing plan (10F)

本稿ではLv2地震動で架構の塑性化を許容する鉄骨造（一部CFT）の超高層制振構造を想定し，復元力特性は以下の3点を想定する。

・第1折れ点：層に属する部材のいずれかが全塑性モーメントに達した時点（$_iQ_1$および$_i\theta_1$）

・第2折れ点：層に属する概ねの部材が全塑性モーメントに達した時点（$_iQ_2$および$_i\theta_2$）

・Lv2応答時：Lv2地震動による最大応答値（$_iQ_{Lv2}$および$_i\bar{\theta}_{Lv2}$）

なお，各層の崩壊系は最下階柱脚と最上階柱頭を除いて，梁崩壊先行型となっていることを想定する。

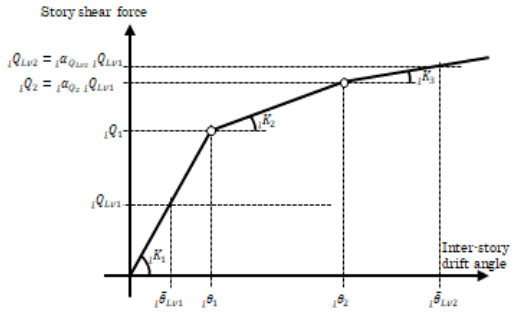


Fig.3 Story skeleton characteristics

3.3 設計地震動と設計クライテリア

本稿で考慮する設計地震動はTable1に示す観測波3波および告示波3波とし，各地震動レベルに対応する耐震設計クライテリアをTable2に示す。表内には4，5章で後述する最適化問題における制約条件との対応を示す。

Table1 Input seismic motion

Name	Lv1		Lv2		Duration
	Maximum acceleration (m/sec²)	Maximum velocity (m/sec)	Maximum acceleration (m/sec²)	Maximum velocity (m/sec)	(sec)
El Centro NS	2.554	0.250	5.108	0.500	53.8
Taft EW	2.483	0.250	4.966	0.500	54.4
Hachinohe NS	1.667	0.250	3.334	0.500	51.0
Notification※(Random)	0.744	0.100	3.720	0.501	120.0
Notification※(Hachinohe)	0.787	0.113	3.933	0.566	234.0
Notification※(Kobe)	0.758	0.102	3.789	0.512	120.0

※Waves are fitted for the target spectrum confirmed Japanese standard.

Table2 Seismic design criteria

Analysis method	Constraint		Design criteria			
			Lv1		Lv2	
Time history response analysis	Inter-story drift angle		1/200	Chapter 4	1/125	Chapter 4
	Story ductility		1/200	Chapter 4	2.00	Chapter 4
Static analysis	Inter-story drift angle		1/167	Chapter 5	–	
	Rigidity		0.60	Chapter 5	–	
	Eccentricity		0.15	Chapter 5	–	
	Stress ratio	Column	0.96	Chapter 5	–	
		Girder	1.20	Chapter 5	–	
	Ductility	Column	–		4.00	Chapter 5
		Girder	–		4.00	Chapter 5
	Q_u / Q_{un}		–		1.00	Chapter 5

Q_u : Horizontal load bearing capacity

Q_{un} : Necessary ultimate horizontal resistant force

4 制振装置諸元の最適化

4.1 最適化問題の定式化

4章の最適化は制振装置配置の最適化を対象とするため，設計変数には，式(1)およびFig.4に示すように質点iの階に存在する複数基の制振装置を1つに集約した制振装置諸元を表す整数$_iN$を取り扱う。目的関数には，Lv1およびLv2地震動における最大応答層せん断力（制振装置の負担分は除く）から求まるベースシア係数: f_1,f_2および制振装置コストf_3を考慮する。制約条件には，Lv1およびLv2地震動における最大応答層間変形角: g_1, g_2および Lv2地震動における層の塑性率g_3を考慮する。

$$\text{minimize } \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{x}) = C_{b\,Lv1}(\boldsymbol{x}) \\ f_2(\boldsymbol{x}) = C_{b\,Lv2}(\boldsymbol{x}) \\ f_3(\boldsymbol{x}) = C(\boldsymbol{x}) \end{cases}$$

$$\text{subject to } \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} g_1(\boldsymbol{x}) = \max_i({}_i\theta_{Lv1}(\boldsymbol{x}) - {}_i\bar{\theta}_{Lv1}, 0) \le 0 \\ g_2(\boldsymbol{x}) = \max_i({}_i\theta_{Lv2}(\boldsymbol{x}) - {}_i\bar{\theta}_{Lv2}, 0) \le 0 \\ g_3(\boldsymbol{x}) = \max_i({}_i\mu_{Lv2}(\boldsymbol{x}) - {}_i\bar{\mu}_{Lv2}, 0) \le 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{x} = \{{}_iN\}, x_j \epsilon \mathbb{N}$$

ここに

$C_{b\,Lv1}(\boldsymbol{x})$: Lv1地震動時のベースシア係数

$_i\theta_{Lv1}(\boldsymbol{x})$: Lv1地震動時の質点$i$の最大応答層間変形角

$_i\bar{\theta}_{Lv1}$: Lv1地震動時の質点iの層間変形角制限値

$C_{b\,Lv2}(\boldsymbol{x})$: Lv2地震動時のベースシア係数

$_i\theta_{Lv2}(\boldsymbol{x})$: Lv2地震動時の質点$i$の最大応答層間変形角

$_i\bar{\theta}_{Lv2}$: Lv2地震動時の質点iの層間変形角制限値

$_i\mu_{Lv2}(\boldsymbol{x})$: Lv2地震動入力時の質点$i$の最大塑性率

$_i\bar{\mu}_{Lv2}$: Lv2地震動入力時の質点iの塑性率制限値

$C(\boldsymbol{x})$: 制振装置の合計コスト

4.2 解析モデル

各質点の偏心は無視（質量中心とバネの位置は同じ）し，質点系モデルには立体曲げせん断棒モデルを用いる。各質点の自由度にはせん断変形（δ_X）および曲げ変形

Table3　Specifications of MDOF system model

Mass number i	Floor	h_i (m)	B_i (m)	m_i (kN)	${}_iI_{\theta Y}$ (10^9 kNcm^2)	$E_iI_{\theta Y}$ (10^{14} kNcm^2)	${}_iQ_{Ai}$ (kN)	${}_i\theta_{Lv1}h_i$ (cm)	${}_iK_{Ai}$ (kN/cm)	${}_iK_{eq}$ (kN/cm)	${}_iK_S$ (kN/cm)
1	25F	4.00	32.00	8,675	7.40	2.62	3,102	2.00	1,551	971	1,551
2	24F	4.00	32.00	6,321	5.39	3.67	4,391	2.00	2,196	1,650	2,196
3	23F	4.00	32.00	6,321	5.39	4.67	5,511	2.00	2,756	2,301	2,756
4	22F	4.00	32.00	6,321	5.39	5.49	6,522	2.00	3,261	2,923	3,261
5	21F	4.00	32.00	6,331	5.40	6.10	7,451	2.00	3,725	3,518	3,725
6	20F	4.00	32.00	6,324	5.40	6.63	8,310	2.00	4,155	4,084	4,155
7	19F	4.00	32.00	6,324	5.40	6.93	9,110	2.00	4,555	4,622	4,622
8	18F	4.00	32.00	6,324	5.40	7.07	9,856	2.00	4,928	5,132	5,132
9	17F	4.00	32.00	6,359	5.43	6.55	10,557	2.00	5,278	5,616	5,616
10	16F	4.00	32.00	6,334	5.41	6.51	11,208	2.00	5,604	6,069	6,069
11	15F	4.00	32.00	6,334	5.41	6.44	11,816	2.00	5,908	6,495	6,495
12	14F	4.00	32.00	6,334	5.41	6.37	12,381	2.00	6,191	6,891	6,891
13	13F	4.00	32.00	6,461	5.51	7.70	12,916	2.00	6,458	7,267	7,267
14	12F	4.00	32.00	6,658	5.68	7.66	13,425	2.00	6,712	7,625	7,625
15	11F	4.00	32.00	6,659	5.68	7.61	13,891	2.00	6,946	7,953	7,953
16	10F	4.00	32.00	6,660	5.68	7.56	14,317	2.00	7,158	8,251	8,251
17	9F	4.00	32.00	6,571	5.61	6.88	14,697	2.00	7,348	8,516	8,516
18	8F	4.00	32.00	6,470	5.52	6.79	15,033	2.00	7,516	8,747	8,747
19	7F	4.00	32.00	6,470	5.52	6.79	15,332	2.00	7,666	8,950	8,950
20	6F	4.00	32.00	6,526	5.57	6.98	15,597	2.00	7,799	9,125	9,125
21	5F	4.00	32.00	6,613	5.64	6.93	15,829	2.00	7,914	9,273	9,273
22	4F	4.00	32.00	6,614	5.64	6.87	16,023	2.00	8,011	9,392	9,392
23	3F	4.00	32.00	6,591	5.62	6.65	16,179	2.00	8,090	9,480	9,480
24	2F	4.00	32.00	6,557	5.60	6.58	16,299	2.00	8,149	9,539	9,539
25	1F	4.75	32.00	6,687	5.71	7.02	16,384	2.38	6,899	9,569	9,569

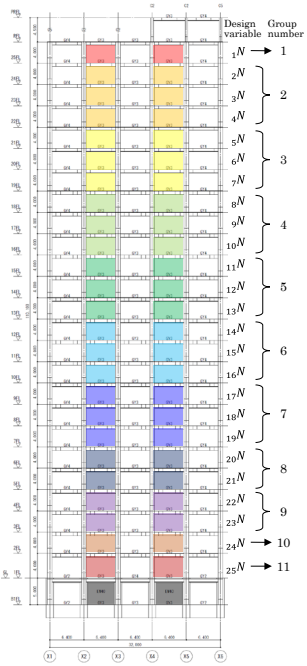


Fig.4　Design variables of optimization

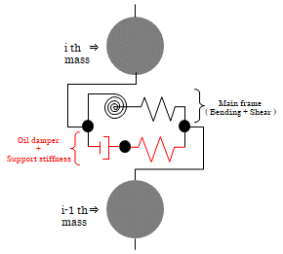


Fig.5　Damper model

Table4　Damper specifications of design variables

Group number	Design variable value	Dashpot C_i [kN/cm·s]	Dashpot C_2 [kN/cm·s]	Dashpot F_r [kN]	Linear spring K_1 [kN/cm]	Cost coffiient ×10^6
1	1	—	—	—	—	0
	2	127.5	5.3	933	90.7	10
	3	255.0	10.6	1,866	90.7	20
	4	446.3	18.6	3,265	90.7	36
	5	637.5	26.5	4,665	90.7	51
2	6	—	—	—	—	0
	7	147.4	6.1	1,003	334.5	10
	8	294.8	12.3	2,006	334.5	20
	9	516.0	21.5	3,510	334.5	36
	10	737.1	30.7	5,014	334.5	51
3	11	—	—	—	—	0
	12	169.9	7.1	1,077	540.0	10
	13	339.9	14.1	2,154	540.0	20
	14	594.8	24.7	3,770	540.0	36
	15	849.7	35.3	5,386	540.0	51
4	16	—	—	—	—	0
	17	176.3	7.3	1,097	594.2	10
	18	352.6	14.7	2,195	594.2	20
	19	617.1	25.7	3,841	594.2	36
	20	881.5	36.7	5,487	594.2	51
5	21	—	—	—	—	0
	22	179.9	7.5	1,108	648.8	10
	23	359.8	15.0	2,216	648.8	20
	24	629.7	26.2	3,879	648.8	36
	25	899.5	37.4	5,541	648.8	51
6	26	—	—	—	—	0
	27	184.2	7.7	1,121	724.9	10
	28	368.3	15.3	2,243	724.9	20
	29	644.6	26.8	3,925	724.9	36
	30	920.8	38.3	5,607	724.9	51
7	31	—	—	—	—	0
	32	192.5	8.0	1,146	832.0	10
	33	384.9	16.0	2,292	832.0	20
	34	673.6	28.0	4,012	832.0	36
	35	962.3	40.0	5,731	832.0	51
8	36	—	—	—	—	0
	37	199.9	8.3	1,168	935.2	10
	38	399.7	16.6	2,336	935.2	20
	39	699.5	29.1	4,088	935.2	36
	40	999.3	41.6	5,840	935.2	51
9	41	—	—	—	—	0
	42	208.1	8.7	1,192	1,045.8	10
	43	416.3	17.3	2,384	1,045.8	20
	44	728.4	30.3	4,172	1,045.8	36
	45	1,040.6	43.3	5,960	1,045.8	51
10	46	—	—	—	—	0
	47	224.6	9.3	1,239	1,188.5	10
	48	449.1	18.7	2,477	1,188.5	20
	49	785.9	32.7	4,335	1,188.5	36
	50	1,122.8	46.7	6,193	1,188.5	51
11	51	—	—	—	—	0
	52	317.9	13.2	1,473	1,516.0	10
	53	635.7	26.4	2,946	1,516.0	20
	54	1,112.5	46.3	5,156	1,516.0	36
	55	1,589.3	66.1	7,365	1,516.0	51

（θ_Y）を考慮する。水平方向力作用時の柱軸伸縮により生じる各層の曲げ変形に対する剛性（$E_iI_{\theta Y}$）は，各層で平面保持の仮定が成立するとして，文献 4 と同様の方法により算出する。超高層建築物等では柱断面（柱軸剛性）は長期軸力から決まることが多いため，本稿の最適化では$E_iI_{\theta Y}$を一律とし，予め Ai 分布の一次設計用層せん断力を作用させた骨組モデルの静的応力解析結果（柱軸力および軸変形）を用いて算出する。解析対象建物の質点系モデル諸元を Table3 に示す。減衰は瞬間剛性比例型の内部粘性減衰を考慮し，減衰定数は 1 次モードに対して 2%とする。時刻歴応答解析の数値積分は New-mark-β 法（β=1/4）とする。時刻歴応答解析には NRESP-3D[5]を採用する。入力地震動には Table1 の地震動を採用する。

本稿では取り扱う制振装置はオイルダンパーのみを対象とし，オイルダンパーの減衰に関する諸元をバイリニア型の速度-復元力特性のダッシュポット要素に，装置剛性および装置の取り付き剛性（周辺架構の局部変形などによる装置の効きの効果を含む）を表す弾性軸ばね要素を直列で繋いだ Maxwell モデルにて取り扱う（Fig.5）。

4. 3　最適化諸元

設計変数は文献 6 の方法により評価した制振装置の効きを示す諸元の値が，類似する複数階を 1 グループとして，設計変数を 11 変数へ縮約する（Fig.4）。各設計変数が取り得る制振装置諸元およびコスト算定用係数を Table4 に示す。なお，Table4 に示すように，設計変数には制振装置なしの値を含む。架構の復元力特性は，文献 4 の提案手法によって得られた，Lv2 地震動に対する変形一様性指標の最適解およびベースシア係数の最適解（初期剛性分布は両者とも同じ値）を採用し，それぞれに対して式(1)の最適化を行う。比較検討のため，文献 4 の復元力特性に対する最適化問題および式(1)の制振装置諸元の最適化問題の同時最適化を行う。復元力特性の設計変数は，文献 4 と同様に連結する複数質点を 1 グループとする 7 グループへまとめ，設計変数を縮約する。

最適化手法には応答曲面法[7]を採用し，応答曲面アルゴリズムには SVD・RBF・Kriging の 3 手法を採用し，各ステップでの採用アルゴリズムは各目的関数および各制約条件に対して，最も予測精度の高いものとする。仮想探索の空間充填アルゴリズムには Sobol，仮想最適化には多目的遺伝的アルゴリズムの MOGA-Ⅱを用いる。仮想探索と仮想最適化の比率は 0.5, 初期解は一様乱数で生成した 200 個体，探索ステップは 50 回（合計 10,000 個体を探索）とする。最適化処理には最適化支援ツールの modeFRONTIER（応答曲面法を用いた最適化アルゴリズムの FAST を採用）を使用する。

4. 4　最適化結果

Table5 に各最適化における許容解の数，式(1)における各目的関数最小個体の固有周期および目的関数値を，

Fig.6～8 にf_1とf_3の関係およびf_2とf_3の関係を示す。

Table5 より，式(1)の最適化と比較して同時最適化の最適解は，架構の固有周期が長く，Lv1 および Lv2 地震動に対する架構の負担層せん断力係数（f_1およびf_2）の小さな解が得られている。一方で，制振装置コスト（f_3）は同時最適化の方が値の大きな解が得られている。これは，同時最適化では架構剛性を柔らかくすることでオイルダンパーの負担せん断力を増やすことで，結果として架構の負担層せん断力が小さくなる解が得られているためであると考えられる。そのため，Fig.9 に示すように，制振装置を除いた架構の時刻歴応答解析結果では，架構のみの最適化問題における制約条件を満足していない。

また，Fig.6～8 より，架構の負担層せん断力係数と制振装置コストにはトレードオフの関係があり，全てのケースにおいて制振装置コストが大きくなり過ぎる（オイルダンパーを入れ過ぎる）と架構の負担層せん断力係数が大きくなることが分かる。これは文献 8 の 1 質点系モデルを用いた概略設計の傾向と同様である。また，第三段階最適化はf_1-f_3およびf_2-f_3の解空間において，同時最適化と比較して広い範囲の許容解が得られていることが分かる。Fig.6 および Fig.7 より，同じ初期剛性分布を持つ架構でも，復元力特性が異なることで制振装置に対する傾向が異なることが分かる。これは，最適化手法を用いることで，文献 8 の提案手法（多質点系のダンパー量を主架構剛性に比例して分配する方法）では得られない制振装置配置の取得が可能である可能性を示している。

以上より，本手法は設計者の指定する架構特性に対して，多様な制振装置配置を得ることで性能設計に寄与できると考えられる。

5 架構特性算定用の断面最適化

5.1 最適化問題の定式化

設計変数には，式(2)に示すように柱および大梁の断面諸元を表す整数$_NC_i$および$_NGY_i$を取り扱う。目的関数には，鉄骨総重量：f_4，各階の目標復元力特性の初期剛性に対する骨組モデルの初期剛性の適合度評価指標：f_5（以下，初期剛性適合度）および各階の目標復元力特性の履歴吸収エネルギーに対する骨組モデルの履歴吸収エネルギーの適合度評価指標：f_6（以下，履歴 E 適合度）を取り扱う。Fig.10 に示すように，f_5は弾性応答特性へのフィッティングを，f_6は弾塑性応答特性へのフィッティングを意図した目的関数である。本研究では，CFT 柱を採用する鉄骨造など，部材断面寸法が層重量へ与える影響を無視できない架構への適用を想定しており，f_5には層

Table5　Summery of optimization

Case name	Number of feasible solutions	Minimum function	ID	Natural period [sec]	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
eq(1) (Min.$f_1(x)$of frame opt.)	2753	$f_1(x)$	2821	3.189	0.068	0.134	3.978×10^5
		$f_2(x)$	5215	3.189	0.070	0.133	3.978×10^5
		$f_3(x)$	2847	3.189	0.080	0.145	1.734×10^5
eq(1) (Min.$f_2(x)$of frame opt.)	2850	$f_1(x)$	9192	3.189	0.068	0.125	4.896×10^5
		$f_2(x)$	1758	3.189	0.068	0.124	4.896×10^5
		$f_3(x)$	2186	3.189	0.079	0.144	2.040×10^5
Simultaneous optimization	2290	$f_1(x)$	7050	3.281	0.057	0.112	3.876×10^5
		$f_2(x)$	7701	3.278	0.059	0.109	3.570×10^5
		$f_3(x)$	7539	3.281	0.061	0.112	2.958×10^5

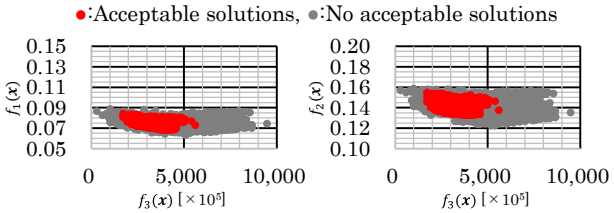


Fig.6　Result of eq(1) (Min. Frame disp. opt.)

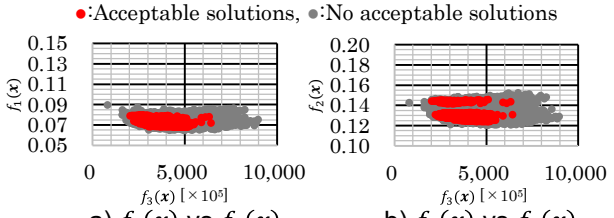


Fig.7　Result of eq(1) (Min. Frame Cb opt.)

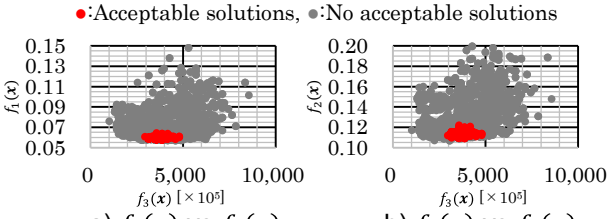


Fig.8　Result of simultaneous optimization

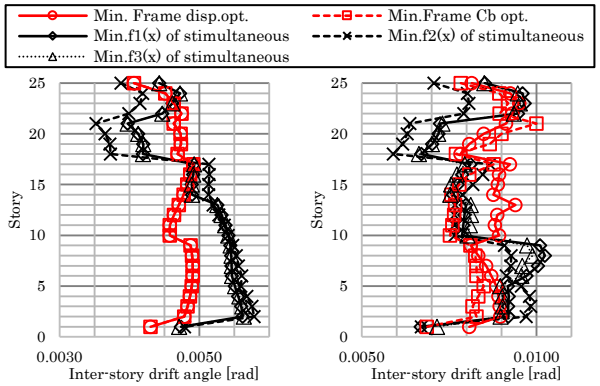


Fig.9　Response result of strip frame

層剛性を該当層が支持する総重量で割った値を，f_6には層せん断力係数と層間変形角での履歴面積を採用する。制約条件には，一次設計を対象として最大層間変形角，剛性率，偏心率，柱の断面検定比および大梁の断面検定比を，二次設計を対象として必要保有水平耐力に対する保有水平耐力，柱および大梁の最大塑性率を取り扱う。

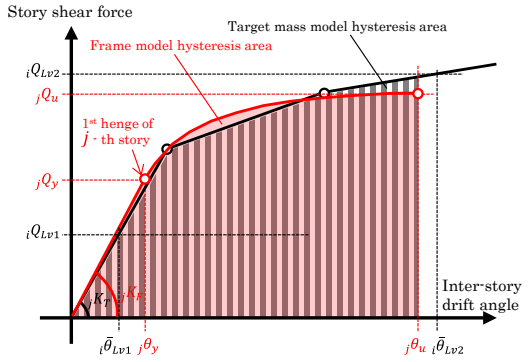


Fig.10　Story skeleton characteristics of target and frame

$$\text{minimize } \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} f_4(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{o} A(x_i) \cdot L_i \cdot \gamma \\ f_5(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} \left(\dfrac{{}_j\overline{K_F(\boldsymbol{x})} - {}_j\overline{K_T(\boldsymbol{x})}}{{}_j\overline{K_T(\boldsymbol{x})}} \right)^2 {}_jw_K(\boldsymbol{x}) \\ f_6(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} \left(\dfrac{{}_jE_F(\boldsymbol{x}) - {}_jE_T(\boldsymbol{x})}{{}_jE_T(\boldsymbol{x})} \right)^2 {}_jw_E(\boldsymbol{x}) \end{cases}$$

$$\text{subject to } \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} g_4(\boldsymbol{x}) = \max_j({}_jR(\boldsymbol{x}) - {}_jR_{\lim}, 0) \le 0 \\ g_5(\boldsymbol{x}) = \max_j({}_jR_e(\boldsymbol{x}) - {}_jRe_{\lim}, 0) \le 0 \\ g_6(\boldsymbol{x}) = \min_j({}_jR_S(\boldsymbol{x}) - {}_jRs_{\lim}, 0) \le 0 \\ g_7(\boldsymbol{x}) = \max_i({}_cS_i(\boldsymbol{x}) - {}_cS_{\lim}, 0) \le 0 \\ g_8(\boldsymbol{x}) = \max_i({}_gS_i(\boldsymbol{x}) - {}_gS_{\lim}, 0) \le 0 \\ g_9(\boldsymbol{x}) = \min_j({}_jQ_u(\boldsymbol{x}) - {}_jQ_{un}, 0) \le 0 \\ g_{10}(\boldsymbol{x}) = \max_i({}_cP_i(\boldsymbol{x}) - {}_cP_{\lim}, 0) \le 0 \\ g_{11}(\boldsymbol{x}) = \max_i({}_gP_i(\boldsymbol{x}) - {}_gP_{\lim}, 0) \le 0 \\ \boldsymbol{x} = \{{}_NC_k, {}_NGY_k\}, x_i \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (2)$$

ここに

o：部材数，$A(x_i)$：部材iの断面積，L_i：部材iの材長

γ：比重

${}_j\overline{K_F(\boldsymbol{x})}$：骨組モデルにおける目標復元力特性の質点$j$該当階（以下$j$階）の初期層剛性を，$j$階より上の総重量で基準化した値

${}_j\overline{K_T}$：目標復元力特性の質点jの初期層剛性を，質点jより上の総重量で基準階した値

${}_jw_K$：f_5算出時の質点jの重み

${}_jE_F(\boldsymbol{x})$：骨組モデルj階の静的増分解析における保有水平耐力までの層せん断力係数-層間変形角の履歴面積

${}_jE_T(\boldsymbol{x})$：目標復元力特性の質点jの層せん断力係数-層間変形角の履歴面積（${}_jE_F(\boldsymbol{x})$算出における保有水平耐力時の層間変形角までの範囲）

${}_jw_E(\boldsymbol{x})$：f_6算出時の質点jの重み

${}_jR(\boldsymbol{x})$：j階の層間変形角

${}_jR_{\lim}$：j階の層間変形角の制限値

${}_jR_e(\boldsymbol{x})$：j階の偏心率，${}_jRe_{\lim}$：j階の偏心率の制限値

${}_jR_s(\boldsymbol{x})$：j階の剛性率，${}_jRs_{\lim}$：j階の剛性率の制限値

${}_cS_i(\boldsymbol{x})$：柱部材iの断面検定比

${}_cS_{\lim}$：柱の断面検定比の制限値

${}_gS_i(\boldsymbol{x})$：大梁部材iの断面検定比

${}_gS_{\lim}$：大梁の断面検定比の制限値

${}_jQ_u(\boldsymbol{x})$：j階の保有水平耐力

${}_jQ_{un}$：j階の必要保有水平耐力

${}_cP_i(\boldsymbol{x})$：柱部材iの塑性率

${}_cP_{\lim}$：柱の塑性率の制限値

${}_gP_i(\boldsymbol{x})$：大梁部材iの塑性率

${}_gP_{\lim}$：大梁の塑性率の制限値

${}_NC_k$：柱符号C_kの第N節※の柱断面

${}_NGY_k$：Y 通り方向の梁符号GY_kの第N節※の大梁断面

※第N節：鉄骨の建て方順序を考慮した製作単位

5.2　解析モデル

柱および大梁を三次元梁要素，耐震壁を壁柱，側柱および壁梁からなるエレメント置換要素によりモデル化する。RC 部材および CFT 部材が取付く節点には剛域を考慮する。大梁はスラブによる合成効果を剛性倍率にて考慮する。各階は剛床仮定が成立するため質量中心位置で X 方向，Y 方向および Z 軸周りの自由度を，各節点位置で Z 方向，X 軸周りおよび Y 軸周りの自由度を考慮する。本稿では制振装置にオイルダンパーを採用しているため，静的応力解析において一次設計および二次設計の層せん断力時の制振装置負担せん断力を表現する等価な軸ばねモデルへの置換は煩雑であることから，制振装置は骨組モデルから省略する。制振装置の影響は，設計層せん断力と制約条件の緩和により考慮する。目標復元力特性には式(1)のf_2最小個体を採用する。最適化過程では断面変更による固定荷重の変動を考慮し，上述の設計層せん断力係数を用いて設計層せん断力を算出する。偏心率の算定対象には地下および塔屋による重量偏心の大きい 25 階は除く。大梁の断面検定には許容曲げ応力度の低減は考慮せず，柱の許容圧縮応力度算定時の座屈長は部材長を用いる。静的応力解析，断面検定および静的増分解析には一貫構造計算プログラムの NASCA[5]を採用する。

5.3　解析結果

Table6 に各最適化における許容解の数，式(2)における各目的関数最小個体の固有周期，目的関数値および式(3)による評価値を，Fig.11 に固有周期とf_5の関係，Fig.12 にf_5とf_6の関係を示す。式(3)のf_7は後述するように，f_5とf_6の両特性を鑑みた評価関数である。

$$f_7(x) = \sqrt{\left(\frac{f_7(x)}{\max_p f_7(x) - \min_p f_7(x)}\right)^2 + \left(\frac{f_8(x)}{\max_p f_8(x) - \min_p f_8(x)}\right)^2} \quad (3)$$

ここに

p：式(2)における制約条件を満たす許容解の数

Table6 より，鉄骨総重量は各目的関数最小個体で 2.5%，固有周期で 3.8%の差異があることが分かる。Fig.11 より，f_5は目標復元力特性の固有周期である 3.189 秒付近で最小値を取っているため，断面変更に伴う重量変動に追従できている。Fig.12 より，f_5とf_6は全体的に正の相関があることが分かる。以上より，式(3)の評価により初期剛性および履歴面積が目標復元力特性に近い骨組モデルの探索が可能であると考えられる。

Table6　Summery of section optimization

Case name	Number of feasible solutions	Minimum function	ID	Natural period [sec]	$f_4(x)$	$f_5(x)$	$f_6(x)$	eq(3)
Section optimization (Min.$f_2(x)$of chapter 4)	4336	$f_4(x)$	9243	3.319	2.510	0.0035	0.0045	0.390
		$f_5(x)$	8995	3.195	2.573	0.0010	0.0051	0.227
		$f_6(x)$	9442	3.263	2.524	0.0017	0.0029	0.204
		eq(3)	8670	3.233	2.542	0.0013	0.0036	0.192

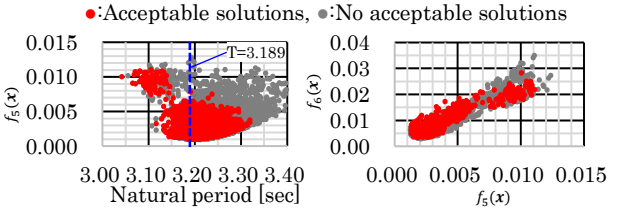


Fig.11　Natural period vs $f_5(x)$　　Fig.12　$f_5(x)$ vs $f_6(x)$

Fig.13 および Fig.14 に，式(2)の目的関数および式(3)の評価関数最小個体の，Lv1 および Lv2 地震動に対する骨組モデルおよび目標復元力特性の質点系モデルの弾塑性時刻歴応答解析結果を示す。Fig.13 および Fig.14 より，層間変形角は上階側で骨組モデルの応答値が小さいことが分かる。これは 4 章の最適化では層間変形角が制約条件であったのに対し，5 章の最適化では各部材の許容応力度や塑性率の制約条件が働くことにより層剛性が高くなっているためであると考えられる。一方，層せん断力や応答加速度分布は概ね再現出来ている。

以上より，式(2)の最適化問題を用いることで，設計変数である断面寸法が建物重量に影響を与える架構に対して，目標復元力特性に近い弾塑性応答特性を持つ断面配置を取得することが可能であることが分かる。

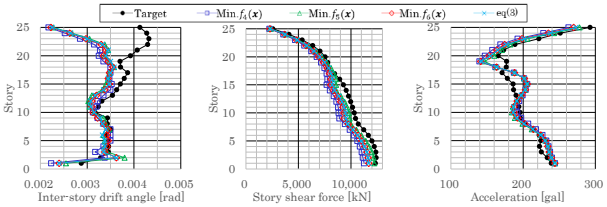


Fig.13　Response result of Lv1

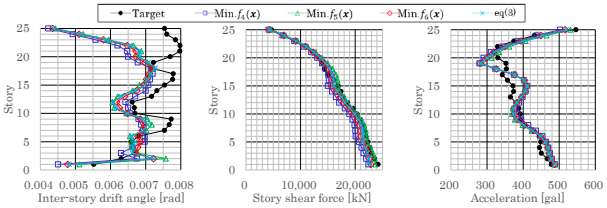


Fig.14　Response result of Lv2

6　おわりに

本稿では，本稿では CFT 柱と鉄骨柱が混在する超高層制振構造を想定した，多段階の最適化による耐震設計法の提案と解析例による検討を行い，有用性を確認した。

参考文献

1) 日本建築学会：大振幅地震動と建築物の耐震性評価，第1版，2013.9

2) 北村春幸：超高層建物に求められる耐震性能，日本建築学会建築雑誌(JABS)，第 127 集，第 1637 号，pp.29-30，2012.10

3) 「超高層建築物の構造設計実務」編集委員会：性能評価を踏まえた超高層建築物の構造設計実務，第 1 版，2019.7

4) 武居秀樹，浜田英明：超高層建築物の耐震設計に向けた弾塑性応答層せん断力と応答変位分布を目的関数とする層骨格曲線の多目的最適化，日本建築学会構造系論文集，第 88 巻，第 811 号，pp.1327-1388，2023.8

5) https://www.nihonsekkei.co.jp/think/ideas/expertise_20980/, (accessed 202-3/5/24)

6) 石井正人，笠井和彦：多層制振構造の時刻歴解析に用いるせん断棒モデルの提案，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻，第 647 号，pp.103-112，2010.1

7) 武居秀樹，浜田英明：応答曲面を用いた鋼構造骨組の断面最適化　仮定断面を用いた許容応力度設計への適用と最適解の特性，日本建築学会構造系論文集，第 88 巻，第 804 号，pp.235-246，2023.2

8) 日本免震構造協会：パッシブ制振構造設計・施工マニュアル，第 3 版，2013.11

■一般講演　－技術報告－

FFT によるクッション材の多目的最適化

遠藤　輝[1)]，澤田樹一郎[2)]
1)島根大学大学自然科学研究科建築デザインコース，
2)島根大学総合理工学部，教授，工博

1 はじめに

今回の研究対象のクッション材や緩衝材などは、形を変えるだけでさまざまな用途に合わせることが可能だと考えられる。しかしながら、現在クッション材や緩衝材などに関する建築構造部材としての利用は、ダンパーなどがあるが、自分たちの身近なところでの利用がされていないと考えられる。建築における合理的な構造形態の知見を建築構造形態以外の分野でも利用可能だと考えている。

また、世間ではSDGsなど環境問題への関心が強まっている。その中で建築においても、施工時に発生するCO_2の削減など環境問題への取り組みが積極的に行われている。

そこで、建築の骨格を作る構造形態で環境問題への取り組み方についても考えていきたいと考えている。

今回の研究では、有限要素解析のシミュレーションを行う事により、省資源化に配慮したクッション材のトポロジー最適化手法を開発する。さらに、得られた解の3Dデータに対して、3Dプリンタでの出力と著者自身による感性評価を行い、最適化問題の定式化や各目的関数値と感性評価の関係性を調査する。

2 今回の研究概要

今回は、まず一辺 140㎜ の立方体のクッション材を想定してその立方体を構成する構造要素（X,Y,Z 方向それぞれ 10 分割、計 1000 要素）の配置や配置方法について検討する。

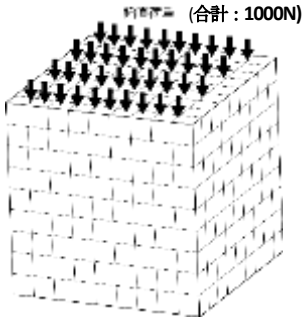


図１　立方体の荷重分布

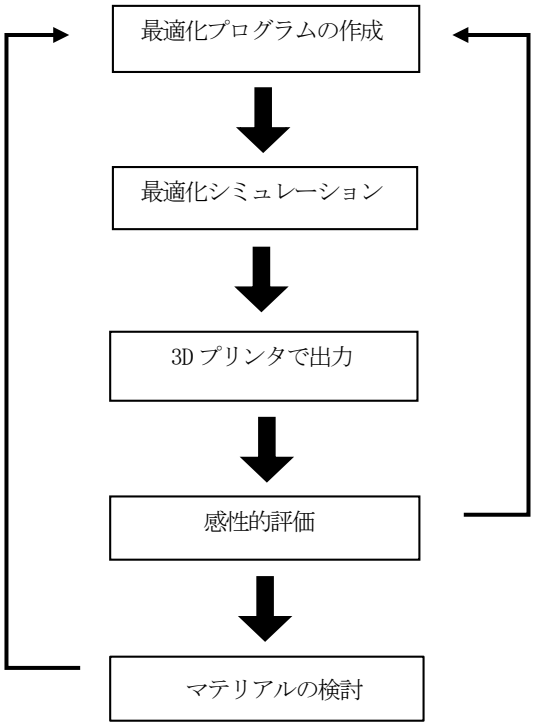


図２　今研究のフローチャート

シミュレーションにおいては、立方体の上面に鉛直荷重を作用させる。目的関数として、要素のミーゼス応力の最小化、荷重点降伏変位、空隙率（体積率）の最大化（最小化）を採用し、多目的最適化問題を定式化し、多目的最適化手法により最適化を実行する。

この同じ工程で、種々のマテリアル（ABS、フレキシブルフィラメントなど）を用いて、3D プリンタで出力する。その出力された物の手触り感や変形バランスなどの感性的評価と最適化問題の定式化や各目的関数値との関係性を調査する。

3 トポロジー最適化

連続した構成部材からなる物のトポロジー最適化の主な表現方法として、構成する有限要素を存在要素と非存在要素で表示し、存在要素のパターンを最適化する方法が挙げられる。

トポロジー最適化では、非存在要素と存在要素が交互に発生するチェッカーボードパターンの抑制のために、様々な方法が提案された[2)]。

今回は、チェッカーボードパターンを抑制する方法として、文献 1) 文献 4)の方法を参考として、以降の 3.1 節の手順で、すべての構造要素の存在の有無のトポロジーパターンを FFT により定義し、NSGAII（Python Platypus ライブラリ）による多目的遺伝的アルゴリズム （NSGAⅡ）による方法を採用する。

3.1 FFT による定式化について [1)4)]

立方体のトポロジーパターンを表現するために、次式で示すフーリエ逆変換に似た関数を定義する。

$$Z(t_e, r_e, h_e) = 1/(fff_h) \cdot \sum_{u=0}^{f_t-1} \sum_{v=0}^{f_r-1} \sum_{w=0}^{f_h-1} (a_{u,v,w} + b_{u,v,w} i) \cdot e^{2\pi i \left(u \cdot \frac{t_e}{m_t} + v \cdot \frac{r_e}{m_r} + w \cdot \frac{h_e}{m_h}\right)} \quad \ldots(1)$$

$(t_e=0,1,2,\ldots,m_t-1,\ r_e=0,1,2,\ldots,m_r-1,\ h_e=0,1,2,\ldots,m_h-1)$

m_t： X 軸方向の要素数

m_r： Y 軸方向の要素数

m_h： Z 軸方向の要素数

i: 虚数単位

$u,\ v,\ w$:X,Y,Z 方向のトポロジー周期性を制御するパラメータ

$a_{u,v,w}, b_{u,v,w}$：-1 以上 1 以下をとる実数変数

f_t, f_r, f_h： 各方向のフーリエ次数

各要素において、(1)式の関数$Z(t_e,r_e,h_e)$によって存在要素か空白要素に選別される。$Z(t_e,r_e,h_e)$の値が 0 以上であれば、要素 e を存在要素とし、$Z(t_e,r_e,h_e)$の値が負の場合、空白要素(ヤング係数は、存在要素の 1/10000)とする。

4 クッション材・緩衝材のトポロジー最適化

4.1 今回の実験方法

ミーゼス最大応力の最小化・体積率最小化(空隙率最大化)・降伏変位最大化を目指した立方体モデルの多目的最適化プログラムは以前から、研究室で開発済みである。現在は、実際に最適化を行いながら 3D プリンタで出力したものを、触ってみたり・シミュレーション結果などを評価しながら、以前から研究室で開発されていたプログラムに変更を重ねている。

4.2 研究初期の最適化プログラム

以前研究室で開発されていた最適化プログラムを解析回数を増やしながら最適化を行った。

以下のグラフは、解析回数を 1500 回に設定した際の解である。横軸は降伏変位(㎜)・縦軸はミーゼス応力(MPa)・高さ軸は体積率(空隙率)を表している。

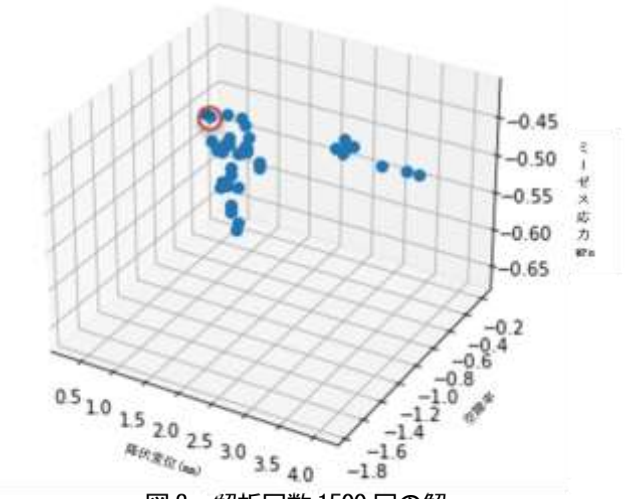


図 3 解析回数 1500 回の解

既存のプログラムで最適化を行っていく中で、図 4・図 6 のような解が得られた。

今回の最適化結果では、図 3 内の赤円で囲われている図 4 のような解が多くみられた。

図 4 の解は、図 5 のような鉛直変位の散布図から分かる通りひずみ方に隔たりが多くみられた。実際に、3D プリンタで出力したものに力を掛けてみてもひずみ方に隔たりがあるという事が分かった。

図 4 図 3 の解の一つを 3D プリンタで出力したもの

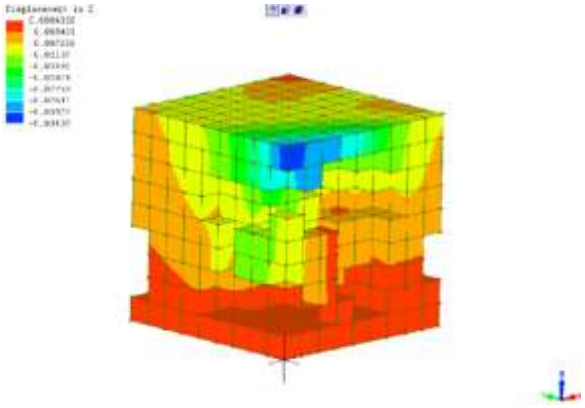


図 5　図 4 の鉛直変位分布図

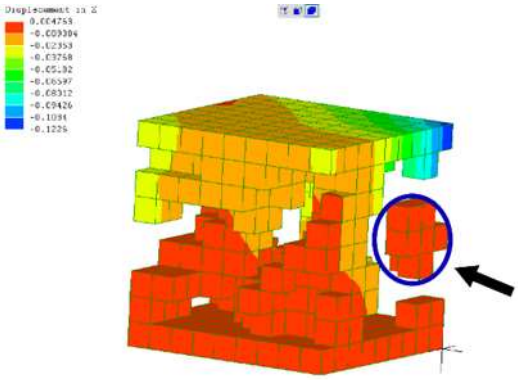


図 6　部材が宙に浮いてしまった解

また、図 6 のような解も幾つか見られた。図 6 内の青丸印で囲われている、構成部材が宙に浮いてしまっているという解が解析回数を増やすにつれて増えていることが分かった。宙に浮いている部材は、最適化上では力が伝わっているが､現実では力が伝えることが難しいため､プログラムの変更が必要であると分かった。

4.3　四隅に柱に似た構成部材を設け最適化

上記のように研究室で以前から開発されていたプログラムでは、ひずみ方に隔たりが有ることと部材の一部が宙に浮いてしまっているという問題点が挙がった。

そこで、部材が宙に浮かないように連結が成立されていない部材は存在させないよう、重力作用下の Z 軸上の変位が 10㎜ 以上を超える場合、目的関数にペナルティを課してその要素を排除するようプログラム変更を行った。また、4.2 の結果から挙げられた問題点である、ひずみ方に隔たりがあるという事を解決するため、四隅に柱に似た構成部材を設けることでひずみ方にバランスが取れると考え、プログラムを変更した。

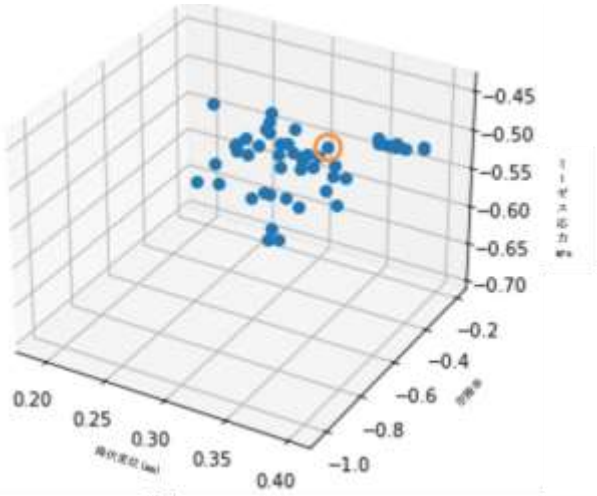


図 7　四隅に柱に似た構成部材を設けた最適化解
（解析回数 1750 回）

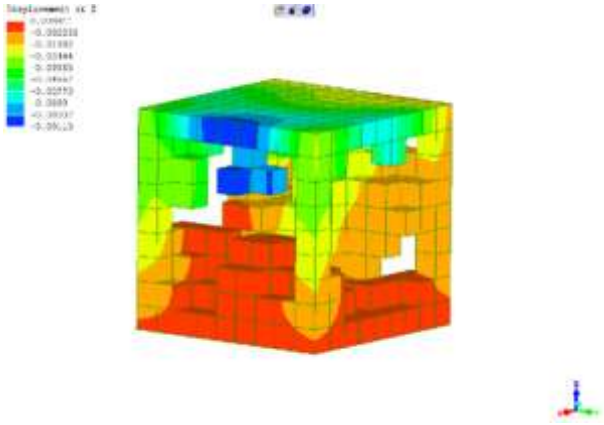


図 8　図 7 の橙黄色の円で囲われた解の鉛直変位分布
（空隙率最大）

変更したプログラムで最適化を行った解のグラフが図 7 である。

図 8 は、図 7 内の橙黄色の円で囲われた空隙率最大の解の鉛直変位分布図である。以前までの空隙率最大の解では、ひずみ方の隔たりが大きくなってしまう傾向があったが、今回のプログラムの変更を行ったことで、以前よりひずみ方の隔たりが解消された。

図 9　図 8 を 3D プリンタで出力したもの（空隙率最大）

図9は、図8を3Dプリンタで出力したものである。

実際に、3Dプリンタで出力したものを、触ってみても以前よりひずみ方の隔たりが解消されたと思われる。

4.4　フーリエ次数を変えた最適化

前節では、ひずみ方のバランスと空隙率（体積率）の最大化（最小化）をも満たせるように、四隅に柱を設けた。実際に四隅に柱を設けることで、ひずみ方に関する問題は改善の余地がありそうだが、多少解消されたように思われる。

本節では、前節のように柱を設けず、プログラム内のフーリエが逆変換関数のフーリエ次数を変えることで問題が解決するのではないかと仮定する。

フーリエ逆変換におけるフーリエ次数を 5 と 6 に限定（最大波長の波から数えて、5 番目から 6 番目の波）し、最適化を行った。

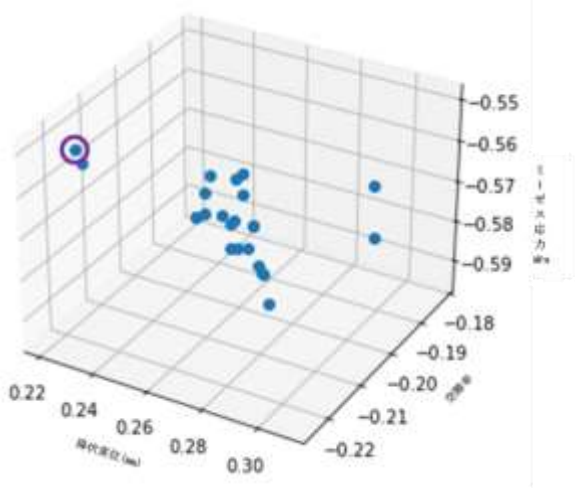


図 10　フーリエ逆変換の変数を変えた最適化解
（解析回数 1500 回）

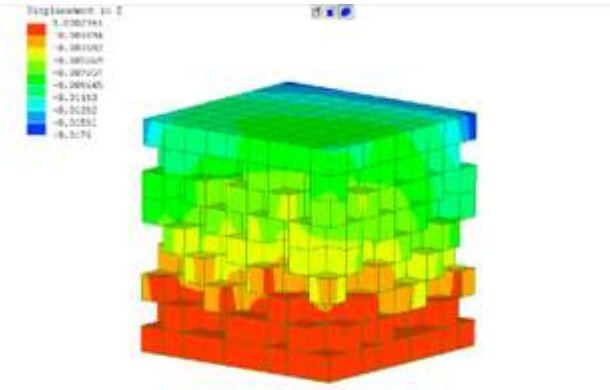


図 11　図 10 上の紫色の円で囲われた解の鉛直変位分布
（空隙率最大）

図 10 は、フーリエ逆変換の変数の値を変更し最適化シミュレーションを行った際の解のグラフである。

図 11 は、図 10 上の紫色の円で囲われた空隙率最大化の解の鉛直変位分布図である。ここまでの解析結果と見比べたとき、今回のフーリエ次数を変更したものは、一番ひずみ方にバランス感があるように感じられた。また、変位分布図を見比べた中からも見てとることが出来る。

しかし、今回フーリエ次数を変更することでひずみに高いバランス感をクリアすることが出来たが、今回のプログラム変更により解全体の空隙率の値が低下しているという事が確認できた。

今回は、ひずみ方に関する問題が大きく解消されたように見られましたが、ひずみ方のバランス感ではなく、空隙率の全体の値が低くなってしまうという問題点の解決方法についての工夫が必要だと考える。

5.　まとめ

本報告では、フーリエ逆変換に似た関数で多目的遺伝的アルゴリズムを用いて有限要素解析のシミュレーションを行い、3D プリンタで出力しながら、クッション材のトポロジー最適化手法を開発し、結果を報告した。得られた知見を以下のように示す。

(1) 初期の最適化プログラムでは、最適化の解析回数を増やし、体積率最小化(空隙率最大化)に近い値を求めるにつれて、ひずみ方に隔たりが出来てしまうという事が、解析シミュレーション・3D プリンタで出力した物の両方で確認された。

(2) 初期の最適化プログラムでは、有限要素解析のシミュレーション上では、実際に力が伝わっていないはずで非存在要素のはずの要素が存在要素として表示されてしまう事が確認された。

(3) 建物同様に四隅に柱に似た構成部材を設けることで、体積率最小化(空隙率最大化)とひずみ方のバランスの両方を解決可能性のある解がいくつか確認された。

(4) フーリエ逆変換のフーリエ次数の値を変更することで、ひずみ方に隔たりが出てしまうという問題は、大幅に解決されたが、解全体の空隙率の値が大幅に上がってしまうという事が確認された。

今後の展開として、さらにひずみ方のバランスの改善方法を思考し、また省資源化に配慮し、バランスを取りながら空隙率の値を大きくするための方法を考案することが挙げられる。

また、現在は、単位要素を立方体でプログラムを書き、シミュレーションを行いながら最適解を検討しているところである。

しかし、現在行っている最適化の応力分布から応力は、曲線状に分布していることが分かった。立方体では、角度がなく、拾い切れていない箇所もあると考えられる。そこで、今までの各単位要素の立方体の重心に節点を追加、単位要素を正四角錐に変更し、最適化を行っていきたい。

さらに、今までは全体がバランスよく歪むように設計していたが、人の重心が中心に向かうように中心部に向けて歪みやすくなるよう設計~~を~~変更しようと考えた。そこで水平投影面において、中央部と外縁部に分け、中央部の変位の平均値、外縁部の平均値を求め、中央部の平均値/外縁部の平均値とする関数の最大値を求める目的関数を設定する。今までの目的関数に中心部・外縁部の変位平均値比率の最大化を求める目的関数を追加し、最適化を行っていきたいと考えている。

謝辞 : 3D プリンタ出力にあたり島根大学坂本和博技術専門職員の御協力を得ました。この場を借りて心よりお礼申し上げます。

参考文献

1) Kiichiro SAWADA : Topology Optimization of Large Deformable Elastic Plates, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.85, No.85, pp.683-692, 2020 (in Japanese)
澤田 樹一郎、大変形弾性板のトポロジー最適化、日本建築学会構造系論文集、2020、85 巻、771 号、p.683-692

2) Kiichiro SAWADA : Topology Optimization of a stiff plate with Inverse Fourier Transform and GA, Japan Science Council "IUTAM Subcommittee Joint Meeting of Committee on Mechanical Engineering and Committee on Civil Engineering and Architecture", 2014.9
澤田 樹一郎、フーリエ逆変換と遺伝的アルゴリズムによる柔な板のトポロジー最適化、日本学術会議「機械工学委員会、土木工学・建築学委員会合同 IUTAM 文科会」、2014.9

3) Shinya WATANABE : Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization, Doctoral thesis, Department of Knowledge Engineering, Graduate School of Engineering, Doshisha University , 2003.3
渡邉 真也、遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化に関する研究、同志社大学大学院工学研究科知識工学専攻博士論文、2003.3

4) Keigo Kajitani, Kiichiro Sawada, Thu Lan Nguyen and Bach Lien Trieu, Development of ventilation and sound-insulation materials by the multi-objective optimization , inter-noise2023, Chiba

最適設計された大変形弾性合金板の圧縮実験

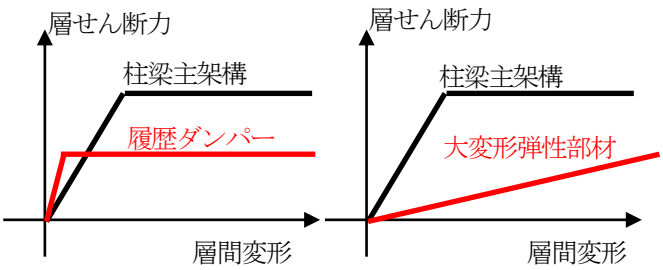
内田乙葉 1)，○澤田樹一郎 2)
1)島根県立松江南高校
2)島根大学総合理工学部，教授，博士（工学）

1 はじめに

大変形弾性部材は、鋼板を特殊な形状に加工することにより、弾性限を拡大したものであり、従来の耐震構造や免震構造、制震構造とは別の選択肢として、澤田らにより提案され、現在、その切断形状の最適設計や地震応答解析、実験など精力的に研究されている。この技術は、鹿児島大学より、2015 年に特許出願、2017 年に特許公開されている [1] が、査定申請はされなかったため、現在、この技術は誰のものでもなく、誰でも自由に利用することができる。ただ、これまでの研究では、鋼材を対象としたものに限定されていた。本研究では、最適設計された大変形弾性板のさらなる弾性限拡大を目指して、アルミ合金やチタン合金を使用した試験体を製作し、圧縮実験を行ったので、技術報告する。

2 耐震、免震、制震と大変形弾性部材

従来の耐震構造、免震構造、制震構造と大変形弾性部材のちがいについて述べる。耐震構造は、柱梁部材の損傷は許容するが、倒壊は防止し、人命の安全を確保する、すなわち、構造物みずからの身を削って、大地震に耐えるものである。特定層の耐力が適正分布をより低ければ、万一の大地震時にその層に損傷が集中してしまうので、層せん断耐力の高さ方向分布が、バランスよく適正な分布であることが望ましい。その逆の発想として、免震構造は、たとえば、下層部に、剛性の低い免震層を設けて、長周期化させるとともに、万一の地震時にわざと免震層に損傷を集中させ、上部の構造を損傷させないようにする。制震構造、特に、履歴ダンパーを用いたものは、各層に損傷集中箇所（履歴ダンパー）を人為的に設け、履歴ダンパーで損傷を肩代わりさせるとともに、柱梁の損傷を軽微なものとする。一方、万一の大地震の変形レベルでも弾性限を示す大変形弾性部材は、それを建物内に組み込むことにより、その弾性復元力で、大地震時の残留変形を低減させる。図 1 は、履歴ダンパーを用いた制震構造と大変形弾性部材の荷重変形関係を対比して示している。両者とも塑性エネルギー吸収と弾性復元力の発揮により、残留変形低減が可能なメカニズムとなっている。すなわち、制震構造では、履歴ダンパーで早期の塑性化によるエネルギー吸収し、柱梁主架構で弾性復元力が有効に機能すれば、残留変形を低減できる。ただし、巨大地震時には、柱梁主架構も塑性化する可能性はあるため、前述の残留変形低減のメカニズムは崩れる可能性もある。一方、大変形弾性部材では、最大応答変形は、制振構造より大きめに出る可能性は否定できないが、大変形弾性部材の弾性限が確保されるかぎり、前述の残留変形低減のメカニズムは有効である。



(A)　履歴ダンパー　　(B) 大変形弾性部材

図 1 層せん断力－層間変形関係の比較

3 Four-column 法による大変形弾性板の多目的最適化

連続体構造のトポロジー最適化には存在要素と空白要素で表現する一般的な手法があり、研究が進められている。 初期の研究では、存在要素と空白要素が交互に発生するチェッカーボードパターンを含む多くの課題が特定され、さまざまな計算手法の改善が提案された。ここでは、文献 2)に示す Four-column 法（著者らにより命名）による定式化を用いて、引張降伏荷重最大化と引張降伏変形最大化の多目的最適化を行った結果（パレートフロント解）の中から、後述する二つの形状タイプを選定し、その 2 分の 1 縮小試験体をアルミ合金、チタン合金（比較のため、鋼板試験体も準備）で製作している。

3.1 Four-column 法による定式化

最適解を効率的かつ簡単に取得するために、Four-column 定式化による次のトポロジー表現を考える。

[Four-column formulation][2)]

If MOD(i/4) = 0, then zij = 1 (j ≤ x1 or j ≥ ny – 2 − x1); zij = 0 (ny – 2 − x1 > j > x1).

If MOD(i/4) = 1, then zij = 1.

If MOD(i/4) = 2, then zij = 0 (j ≤ x2 or j ≥ ny – 2 − x2); zij = 1 (ny – 2 − x2 > j > x2).

If MOD(i/4) = 3, then zij = 1;

ここで、x1, x2: integer design variables;

i: column number of finite element (i,j) (i = 0,1, 2, … nx − 1);

j: row number of finite element (i,j) (j = 0, 1, 2, … ny − 1);

MOD(i/4): the remainder of i divided by 4;

zij: zij = 1 represents that element (i,j) is solid, and zij = 0 represents that element (i,j) is void.

引張降伏変形 Uy と引張降伏荷重 Py を二目的関数として使用し、Four-column 法による定式化に対して、次の最適化問題を計算している[2)]。

Find integer design variables, x1 and x2, which maximize

$$f_1 = U_y = U\frac{\sigma_0}{\sigma_{M\max}} \quad \text{and} \quad f_2 = P_y = P\frac{\sigma_0}{\sigma_{M\max}}$$

U: 線形弾性解析による荷重点最大変位

P: 線形弾性解析で与えた引張荷重

σ_0:単軸降伏応力度;

σ_{Mmax}:ミーゼス応力のすべての評価点での最大値

4 大変形弾性合金板の圧縮実験

表 1 は、圧縮実験の試験体名称、使用材料、形状を示している。形状は、3 節の方法によるパレートフロント解の中から選定し、1/2 に縮小した図 2 に示す A と B の 2 タイプである。ただし、鋼板試験体の板厚は、6 ㎜、アルミ合金、チタン合金の板厚は、5 ㎜で製作依頼した。実験で使用した鋼材および合金の降伏点（または耐力）の規格値とヤング係数の目安を表 2 に示す。

表 1　試験体名称、使用材料、形状

試験体名称	使用材料	形状
S-A	鋼材(SM490)	A
S-B	鋼材(SM490)	B
A-A	アルミ合金(A7075P)	A
A-B	アルミ合金(A7075P)	B
T-A	チタン合金(Ti-6Al-4V)	A
T-B	チタン合金(Ti-6Al-4V)	B

圧縮実験は、島根大学建築構造実験室内の万能試験機（写真 1）に設置して行われた。試験体の設置状況を写真 2 に示す。試験体の上下の境界部分は、アングル鋼を試験体にボルト接合して、加圧板にメタルタッチさせている。

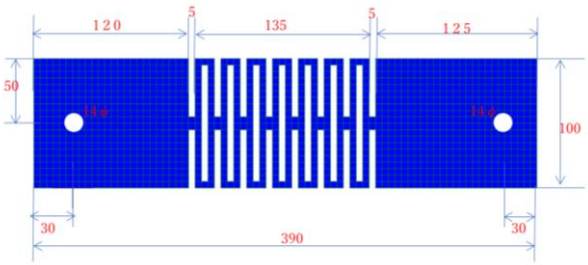


図 2(A)　試験体寸法（形状 A）

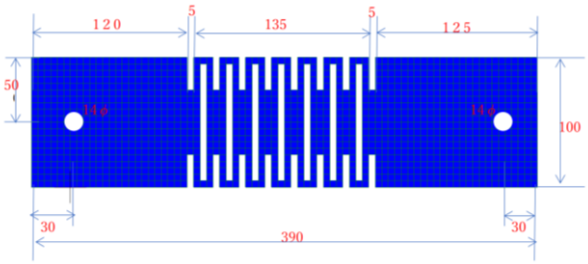


図 2(B)　試験体寸法（形状 B）

表 2 鋼材または合金の素材特性[3)4)]

金属の種類	名称	降伏点又は耐力(MPa)	ヤング係数(GPa)
鋼材	SM490	325	205
アルミ合金	A7075P	425	70.7
チタン合金	Ti-6Al-4V	825	110.2

写真 1　万能試験機

写真 2　試験体設置状況（A-A 試験体の例）

写真 3　載荷時の試験体の様子（A-A 試験体の例）

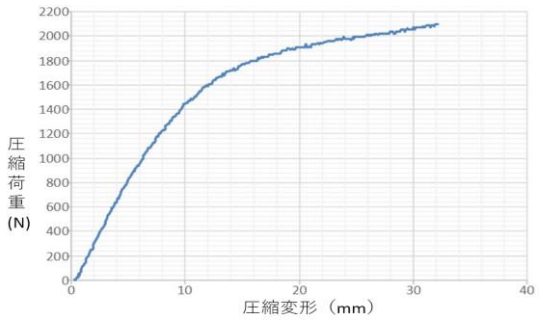


図 3(A)　荷重変形関係（S-A 試験体）

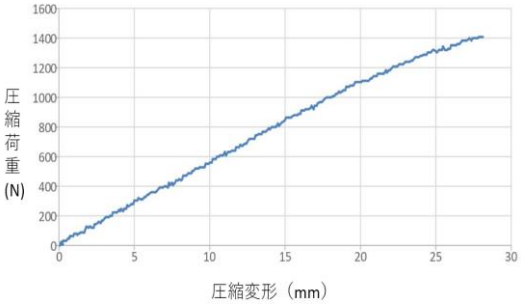


図 3(B)　荷重変形関係（A-A 試験体）

50 ㎜容量の変位計を 2 台左右に設置した。写真 3 は、載荷時の試験体の様子（A-A 試験体）を示している。図 3 は、各試験体の荷重変形関係を示している。

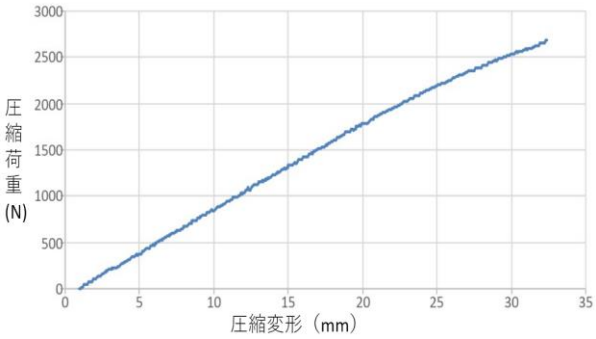


図 3(C)　荷重変形関係（T-A 試験体）

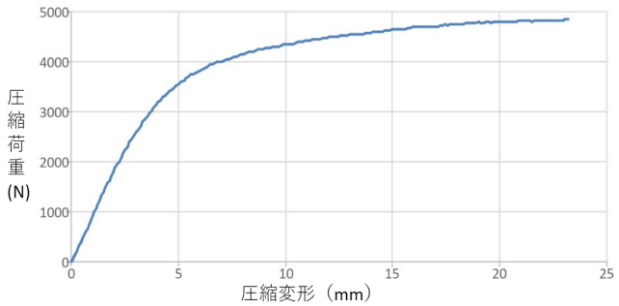


図 3(D)　荷重変形関係（S-B 試験体）

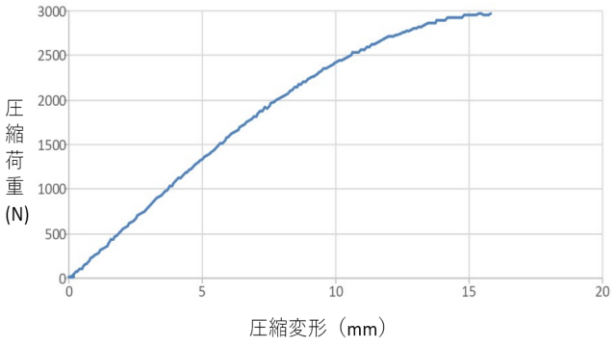


図 3(E)　荷重変形関係（A-B 試験体）

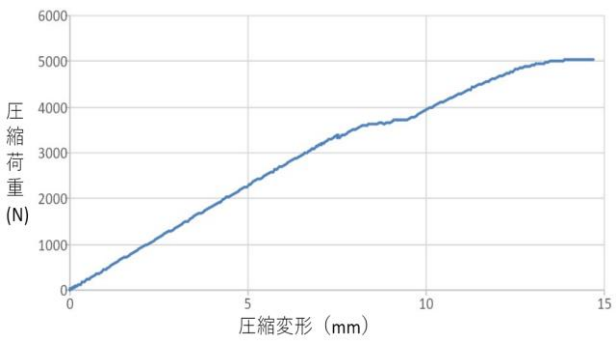


図 3(F)　荷重変形関係（T-B 試験体）

鋼材試験体 S-A、S-B に比較して、アルミ合金 A-A、A-B、チタン合金 T-A、T-B は、弾性限変形が極めて大きく拡大している。ただし、形状 A の試験体は、いずれも座屈は生じなかったが、形状 B の試験体は、座屈が確認された。T-B 試験体の荷重変形関係は、圧縮変形 8 ㎜付近で不自然な荷重変形関係となっている。残念ながら、これは、アングル鋼のジグを試験体と接合する高力ボルトの締め付けがあまかったようで、ボルトにすべりが生じ、そのために接触した変位計設置用アングルがずれたためと思われる。表 3 は、荷重変形関係のカーブから、各試験体の弾性限荷重、弾性限変形（ここでは、グラフの傾きが 10%低下する点を弾性限として読み取っている。）を算定したものである。図 4 は、形状 A の試験体の弾性限荷重と耐力、弾性限変形と(耐力/ヤング係数)の関係をプロットしたものである。おおむね対応しているため、大変形弾性部材のような複雑な形状でも、座屈が生じない場合の弾性限荷重や弾性限変形は、どれか一種の金属板の弾性限がわかれば、素材特性の比率から、他の金属板のものが予想できることがわかる。

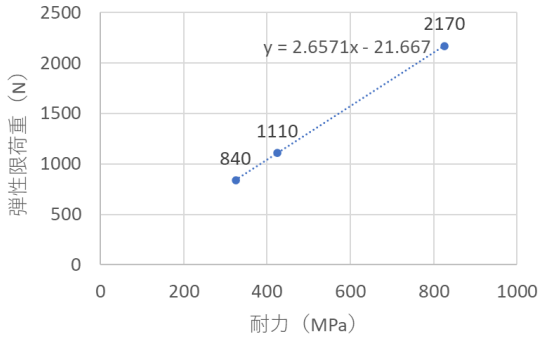


図 4(A) 弾性限荷重と耐力の関係

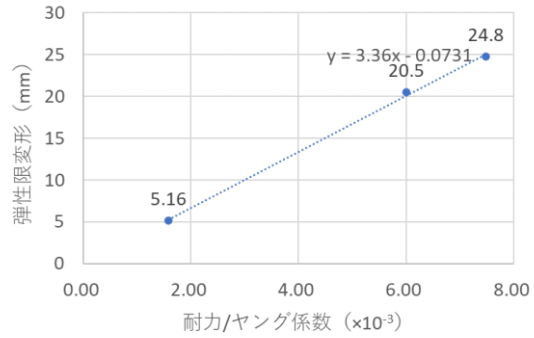


図 4(B) 弾性限変形と(耐力/ヤング係数)の関係

5 まとめ

本研究では、合金を使用した大変形弾性部材の圧縮実験を行った。得られた知見を以下に示す。

(1) 形状 B の試験体では、弾性限変形は、形状 A より小さくなったが、弾性限荷重は高くなり、それにともない座屈が生じた。一方、形状 A の試験体では、弾性限変形は大きく、降伏後も圧縮降伏が先行し、座屈は生じなかった。特に、合金使用では、弾性限変形が約 4 倍から 5 倍に拡大した。

(2) 形状 A の試験体では、弾性限荷重と耐力、弾性限変形と(耐力/ヤング係数)の関係がおおむね対応した。

表 3 弾性限荷重と弾性限変形

試験体	弾性限荷重(N)	弾性限変形(mm)
S-A	840	5.160
S-B	2910	3.540
A-A	1110	20.45
A-B	2300	9.470
T-A	2170	24.83
T-B	4610	11.99

謝辞：

本研究プロジェクトは、JST による高大連携事業「島根大学グローバルサイエンスキャンパス」の活動の一環として、行われました。また、本研究にご協力いただきました島根大学総合理工学部建築デザイン学科影山結様、梶谷奎伍様、廣山幸樹様、NGUYEN TRAN THI HONG NHUNG 様、技術専門職員 坂本和博様に深く感謝申し上げます。

参考文献

1) 発明者：澤田 樹一郎ほか、出願人：国立大学法人鹿児島大学、「耐震性向上用弾性部材、耐震性向上用構造体、及び耐震性向上用弾性部材の製造方法」、特願 2015-218453、特開 2017-089714

2) Sawada, K et.al., A Study on Multi-Objective Optimization of Large Deformable Elastic Plates. Buildings 2022, 12, 1323.

3) http://www.titan-japan.com/technology/physical_properties.html (日本チタン協会 Web ページ)

4) https://kikakurui.com/h4/H4000-2017-01.html（日本産業規格より）

最適設計された大変形弾性板の有限要素解析

廣山幸樹[1)]，内田乙葉[2)]，梶谷奎伍[3)]，澤田樹一郎[4)]
1)島根大学総合理工学部建築デザイン学科，学部生
2)島根県立松江南高等学校探求科学科，高校生，
3)島根大学総合理工学部自然科学研究科、院生
4)島根大学総合理工学部建築デザイン学科、教授

1 はじめに

現在、耐震技術、制震技術、免震技術について日夜研究され、建築物に様々に活用されている。本研究で用いている大変形弾性部材は耐震技術、制震技術、免震技術に次ぐ第４の技術である。本研究では最適化手法により作成された大変形弾性部材の２分の１縮小試験体を万能試験機で圧縮実験を行った結果をもとに、有限要素解析を行い、実験と解析の比較を行う。

2 大変形弾性部材とは

大変形弾性部材とは澤田等が開発した部材の造語である。大変形弾性部材は、大地震のような大変形が起こるようなレベルでも弾性の性質を維持し、塑性化しない特殊な部材である。

普通鋼の鋼板では荷重と変形が比例し、荷重が除かれると変形がほぼ0になる弾性の範囲は非常に小さく、変形がその範囲を超えると荷重は増加しないが変形が増大する塑性域に入る。塑性域に入ると荷重が除荷されたとしても変形が0には戻らず、残留変形が生じる。

しかしながら、大変形弾性部材では鋼板をぐにゃぐにゃした形に切断加工することによって大変形でも弾性の性質を維持することが可能である。

また、形状の違いによって耐力が高く降伏変形が小さいものから、耐力が低いが降伏変形が大きくなる形状まで作成することが可能であり、用途によって使い分けることが可能である。

3 大変形弾性板の最適設計

大変形弾性板の最適設計を行うために文献２で設計された大変形弾性板を２分の１にしたものを本研究では使用した。文献２では最適化のための計算負荷を減らすために、大変形弾性板を大まかな長方形の要素形状に分割して、長方形の形状に基づくトポロジカルパターンで最適化している。また、二つの方法のアプローチが紹介されているが本研究では Four-Column 法による定式化による最適設計解を用いた。

Four-Column 法による定式化では、最適解を効率的かつ簡単に得るために、要素列を４列単位で長方形要素のトポロジーパターンを定義し、最適化する。まず、長方形を分割し、0, 1, 2, 3…のように列番号を割り振る。割り振った番号を４で割ったあまりについて考える。余りが0、２の場合、空白要素を設け、余りが１，３の場合、空白要素を設けないというものである。文献２で示されているプログラミングを以下に示す。

If MOD(i/4) = 0, then $z_{ij} = 1$ ($j \le x_1$ or $j \ge ny - 2 - x_1$); $z_{ij} = 0$ ($ny - 2 - x_1 > j > x_1$).

If MOD(i/4) = 1, then $z_{ij} = 1$.

If MOD(i/4) = 2, then $z_{ij} = 0$ ($j \le x_2$ or $j \ge ny - 2 - x_2$); $z_{ij} = 1$ ($ny - 2 - x_2 > j > x_2$).

If MOD(i/4) = 3, then $z_{ij} = 1$

x_1、x_2： 整数設計変数

i：有限要素 (i,j) の列番号 (i = 0, 1, 2, ...nx − 1)

j：有限要素 (i,j) の行番号 (j = 0, 1, 2, ...ny − 1)

MOD(i/4)：i を４で割った余り

z_{ij}：z_{ij}=1 は要素 (i,j) が存在要素であることを表し、z_{ij}=0 は、要素 (i,j) が空白要素であることを表す

これを用いることで図１や図２のような形状を作成することができる。

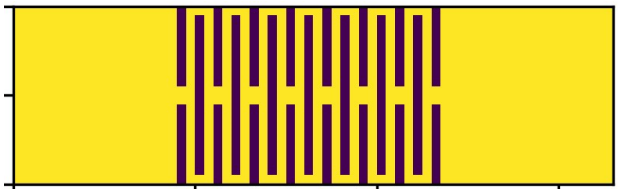


図１　部材例１

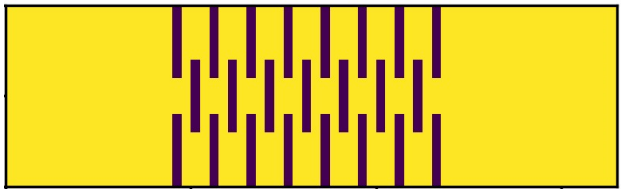


図２　部材例２

本論文ではこのプログラミングで作成し、出力されたデータの中から、図3の降伏変形の値が大きな部材S-Aと図4の降伏荷重の値が比較的大きな部材S-Bについて有限要素解析を行った。

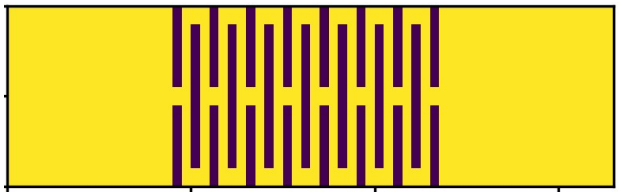


図3　降伏変形の値が大きな部材S-A

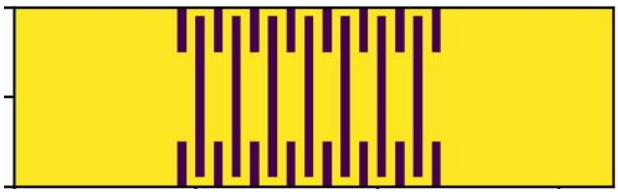


図4　降伏荷重の値が大きな部材S-B

4　大変形弾性板の有限要素解析

4-1 大変形弾性板の圧縮実験

S-A、S-Aの圧縮実験用試験体の写真を写真1、写真2に示す。写真3の万能試験機で圧縮実験を行った。

写真1　S-A試験体

写真2　S-B試験体

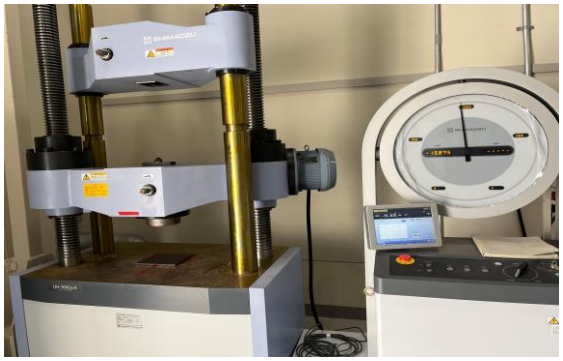


写真3　万能試験機

この実験結果については文献3で示されている。以下からはそれぞれについての有限要素解析を行っていく。

4-2 有限要素解析の手法、解析条件など

本研究ではpythonのopenseesを用いて弾塑性の変位型有限要素法を用いて変位増分解析を行った。ヤング係数Eは、205000.0N/mm^2、ポアソン比は、0.3、単軸降伏応力度は325N/mm^2としている。降伏条件は、ミーゼスの降伏条件（J2 Plasticity）を採用している。

4-2　S-A-2の有限要素解析

文献3よりS-A-2についての実験結果の荷重変形関係図5である。

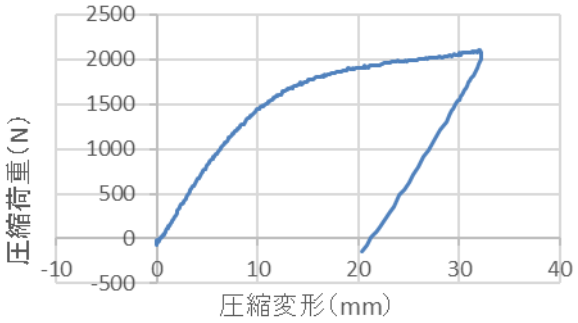


図5　　S-Aの荷重変形関係

グラフの横軸は圧縮変形であり、縦軸は圧縮荷重である。

次にS-A-2の有限要素解析の結果をまとめたものが図6である。

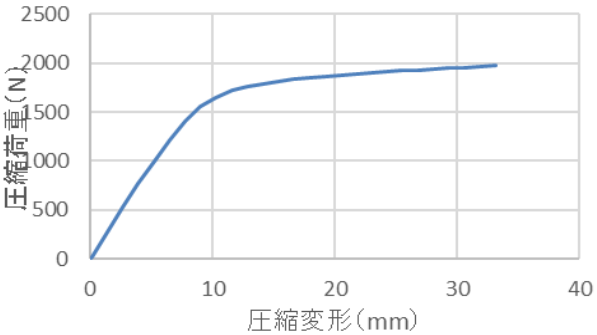


図6　　S-Aの有限要素解析の結果

次に図5と図6の比較を行ったのが図7である。

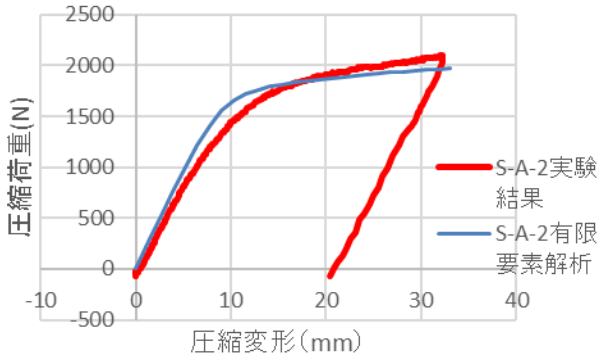


図 7　　図 5 と図 6 の比較

図 7 より実験結果と有限要素解析ではほぼ一致していることが分かる。降伏変形が約 5mm～10mm の部分で実験結果と有限要素解析のグラフに差が出ている。この差は最適設計で作成されたデータと実際に作成された実験体の差であるのではないかと考察される。

4-4 S-B の有限要素解析

文献 3 より S-B-1 についての実験結果の荷重変形関係が図 8 である。

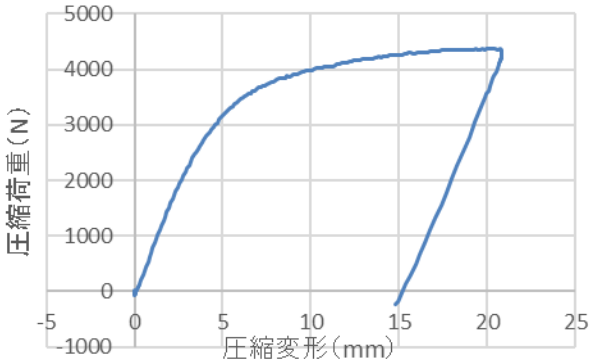


図 8　S-B-1 の荷重変形関係

次に S-B の有限要素解析の結果が図-9 である。

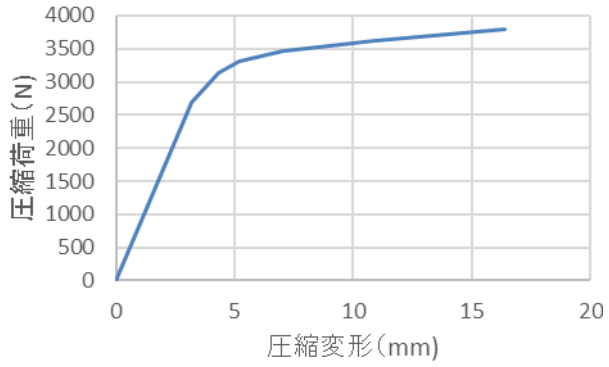


図 9 S-B の有限要素解析の結果

次に図 8 と図 9 の比較を行ったのが図 10 である。

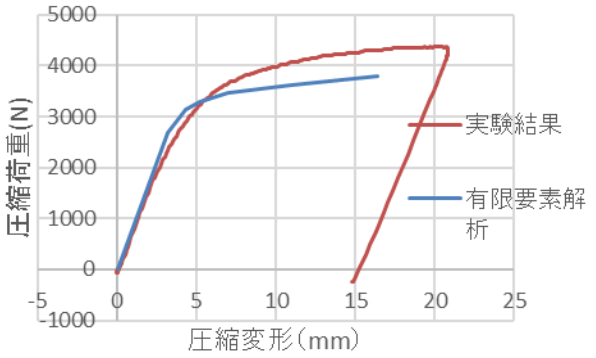


図 10　図 8 と図 9 の比較

図 6 より降伏変形が約 5mm までほぼグラフが一致している。しかしながら、それ以降では実験結果のグラフが有限要素解析のグラフよりも大きく上回っている。このような結果が出た理由として、解析で降伏応力度に規格値を用いていること、幾何学的非線形性が考慮されていないことが挙げられる。

5　結論

本研究では大変形弾性部材を万能試験機で圧縮実験を行った結果と最適化手法により作成された大変形弾性部材のデータの有限要素解析を行い、それぞれの結果を基にして比較を行った。実験と解析結果は、S-A 試験体では、おおむね対応した。S-B 試験体では、塑性域において、実験と解析で多少差異があったので、今後この乖離理由について詳細に検討する

6　参考文献

1) Sawada, K,耐震・免震・制震に次ぐ第 4 の技術「大変形弾性部材」.「建築士島根」2020/No.4

2) Sawada, K.; Kajitani, K.; Uno, T.; Teramoto, J.; Komatsu, S. A Study on Multi-Objective Optimization of Large Deformable Elastic Plates. Buildings 2022, 12, 1323. https://doi.org/10.3390/buildings12091323

「風観堂」に対する構造デザイン

岸本貴博[1)]，福原竜也[2)]，坂本柚乃[3)]
1)広島工業大学工学部建築工学科，講師，博士(工学)，t.kishimoto.2r@it-hiroshima.ac.jp
2)広島工業大学大学院建設工学専攻，学士，mc23004@cc.it-hiroshima.ac.jp
3)広島工業大学大学院建設工学専攻，学士，me23006@cc.it-hiroshima.ac.jp

1 はじめに

風観堂(かざみどう)は2023年度コロキウム構造形態コンテストに提案したデザイン案である。テーマである「アジャイルなかたち」に対して我々は，「予見できない要因に逐次対応する構造システムを有する形態」と解釈した。予見できない要因については時々刻々と風速・風向を変化させる風に着目した。一般的に構造設計において風(荷重)は，台風並みの強風を想定するが日常生活において我々の身の回りにはそよ風，海風，春一番等様々な風が存在する。これらの風について身体感覚を通して観ることを目的とし，案名称を「風観堂」とした。風観堂の内部・外部を体験することにより，人々は身体感覚を通して風を観ることができる。

風観堂の構造特性である逐次対応する構造システムとは，建築基準法で求められる強度を満たし，大変形を許容しつつ，風速・風向の変化に敏感に対応して形態変化する構造形態を意味する。通常の構造設計においては様々な外力に対して剛性と強度を満足する構造形態をデザインするが，上記構造システムとすることで，変化に富んだ風を視覚化することが可能となる。以下に上記内容について示す。

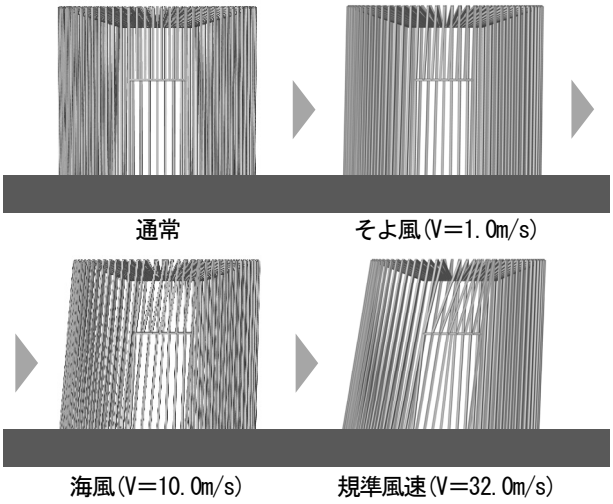


図1　風による形態変化の様子

2 意匠デザイン

2.1　敷地および平面形状

敷地は広島県広島市中区で建設中のサッカースタジアム横の公園(建設予定)とする。このスタジアムのデザインコンセプトには「環の座」という複数の人が輪となって座ることを意味する言葉が使われている。本案においても敷地周辺施設群のコンセプトを踏襲して，平面形状は円形状とする。

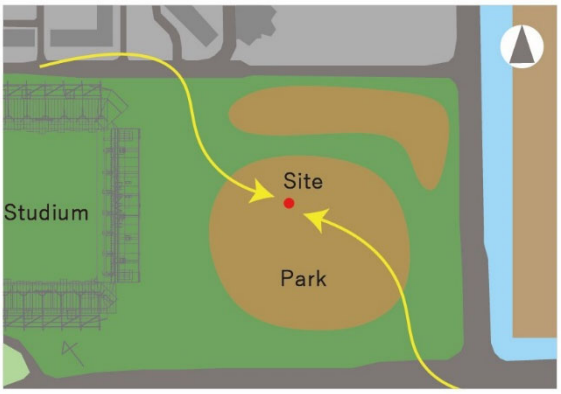
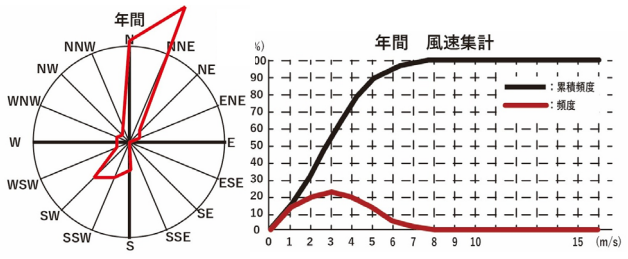


図2　敷地(広島市中区中央公園広場)

2.2　卓越風向・通常風速

敷地における年間卓越風向および日常的な風速について図3に示すとおり，風向：北東北，通常風速：V=1.0～8.0(m/s)である。そこで，風による形態変化を確認する際の風向は北東北を想定し，風速はV=1.0～8.0(m/s)および敷地における基準風速V_0=32.0(m/s)とする。



年間卓越風向(北東北)　　年間風速頻度

図3　年間卓越風向および通常風速

2.3　形態概要

提案内容の形態概要を図 4 に示す．直径 4mの円周上に柱を 75 本配置する。柱高は 3.5m とし，柱頭から頂部リング梁に向かって放射梁を 75 本配置する．リング梁の直径は 1.38m とする。

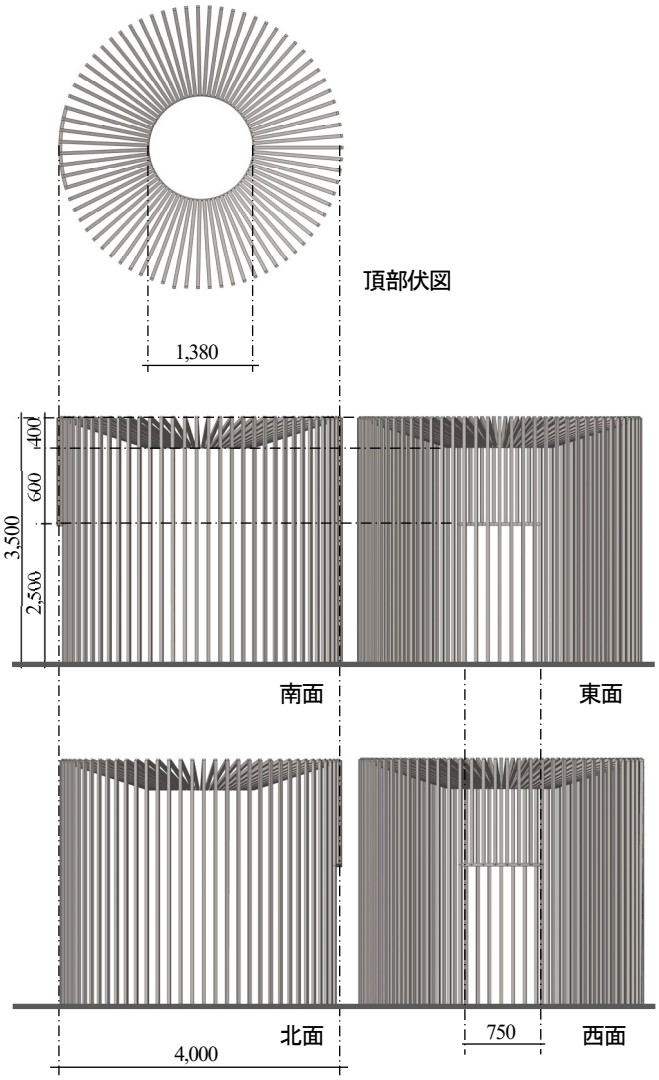


図 4　形態概要

3. 構造デザイン

3.1　設計条件

以下に本案の設計条件を示す。

(1) 幾何形状

・平面形状，立面形状：図 4 に示すとおり。

(2) 使用材料

□部材

・檜柱：45mm×45mm(構造用製材，E150)

E150(N/mm^2)：F_C=44.4，F_t=33.0，F_b=55.2，F_S=2.1

・放射梁：45mm×45mm(無等級ひのき)

無等級ひのき(N/mm^2)：F_C=20.7, F_t=16.2, F_b=26.7, F_S=2.1

・出入口上部梁：45mm×45mm(構造用製材，檜，E150)

・リング梁：P-34×2.3t(STK400，F=235N/mm^2)

・境界条件：図 5 のとおり

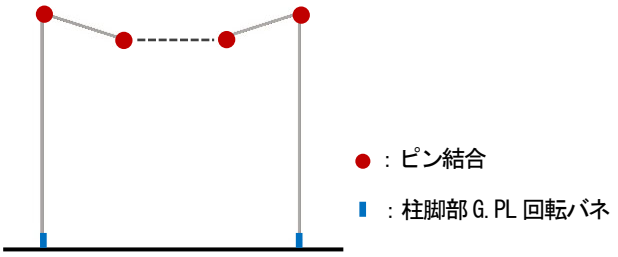


図 5　境界条件

□接合部

・柱脚部 G.PL：

高さ 345mm，幅 45mm，厚さ 12mmmm(SN490)，２-M12(中ボルト)

・柱頭部および放射梁接合部：

G.PL-4.5t(SS400)，２-M12(中ボルト)

・放射梁およびリング梁接合部：

G.PL-4.5t(SS400)，２-M12(中ボルト), 1-M12（中ボルト）

(3) 荷重条件

・長期荷重：躯体重量のみ

・短期荷重：支配荷重である風荷重を対象

・風荷重：

基準風速 32.0(m/s)，速度圧：ω=0.74(kN/m^2)

風力係数：C_D=1.00，見附面積に対する柱充填率 γ=0.42

風圧力 W= 0.31(kN/m^2)

吹上風力係数 C_U =1.40，見附面積に対する放射梁充填率 γ_U=0.40

風圧力(吹上)W_U=0.42(kN/m^2)

通常風速(V=1.0～8.0m/s)による風荷重：

$\omega_{V=1.0}$=0.0004(kN/m^2)，$\omega_{V=2.0}$=0.0012(kN/m^2)

$\omega_{V=3.0}$=0.003(kN/m^2)，$\omega_{V=4.0}$=0.005(kN/m^2)

$\omega_{V=5.0}$=0.008(kN/m^2)，$\omega_{V=6.0}$=0.011(kN/m^2)

$\omega_{V=7.0}$=0.015(kN/m^2)，$\omega_{V=8.0}$=0.020(kN/m^2)

(4) 柱脚部 G. PL 板回転バネ値

面外方向(放射方向)：$K_{\theta X}$=62.2(N*mm/rad)

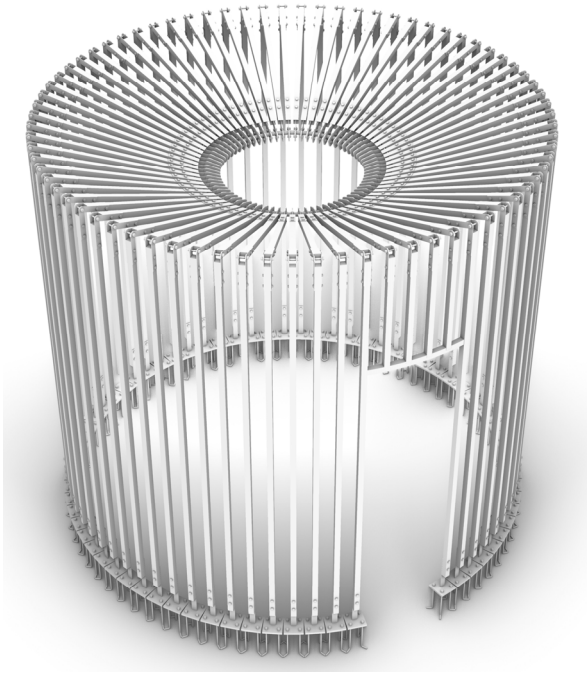
面内方向(円周方向)：$K_{\theta Y}$=874.2(N*mm/rad)

(5) 解析：幾何学的非線形解析

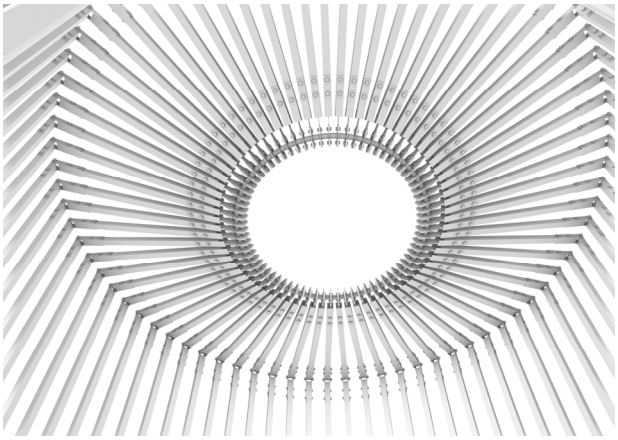
(6) 解析ツール：Midas i-Gen 2021

3.2　構造方針

前述のとおり，日常的に吹く風(荷重)により本案が形態変化することが可能となるために以下の構造方針を定めて設計を行う．



構造形態全体(接合部を含む)



内部空間より頂部を見上げる

図 6　構造形態全体および接合部

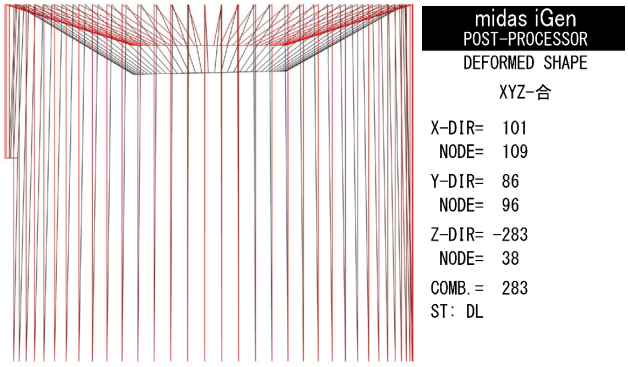
・水平剛性が低くなる構造形態を提案する。
・図 5 で示す境界条件とすることで水平剛性については柱脚部回転バネ値に依存する構造システムとする。
・柱頭部および放射梁両端部の結合をピン結合とする。
・設計クライテリアは部材および接合部が許容応力度以内を満足することとする。変形およびたわみに関しては規定値を設けない。
・柱脚部に放射方向が板厚方向となるように G.PL を配置する。これにより G.PL の放射方向の回転バネ値を小さくすることができる。
・長期荷重により各柱頭部が中心部方向に平均 95mm 程度傾く。そこで，各柱脚部における G.PL を放射方向外側へ 1.5°傾けて設置する。

3.3　応力解析結果および断面設計概要

(1) 長期荷重

紙面の都合上，応力図を割愛するが，各部材の検定は柱(検定比：0.40)，放射梁(検定比：0.10)，リング梁(検定比：0.10)，柱脚部 G.PL(検定比：0.10)，であり長期荷重に対する検定比は 1.00 以下である。

長期荷重に対する変形図を以下に示す。上記のとおり，G.PL を 1.5°放射方向外側へ傾けて設置することで長期荷重時の柱の垂直性を確保する。

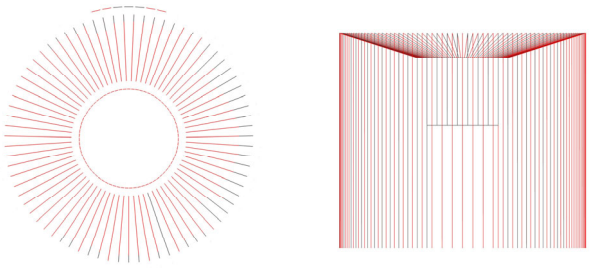


：変形前　　：変形後

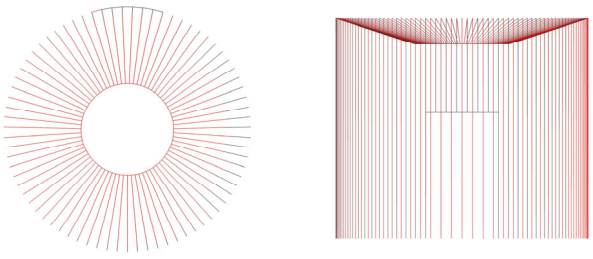
図 7　長期荷重に対する変形図

(2) 短期荷重

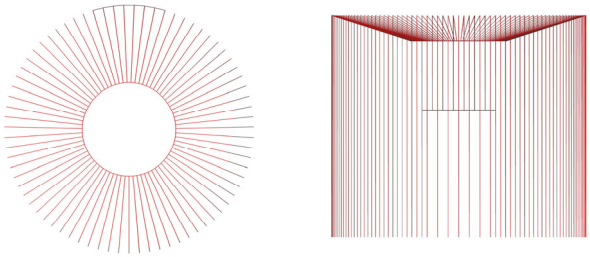
風荷重に対する応力図も割愛するが，各部材等の検定比は柱(検定比：0.90)，放射梁(検定比：0.20)，リング梁(検定比：0.27)，柱脚部 G.PL(検定比：0.90)，であり短期荷重に対する検定比は 1.00 以下である。ここで，風荷重(風向：北西北)に対する変形図を図 8 に示す。



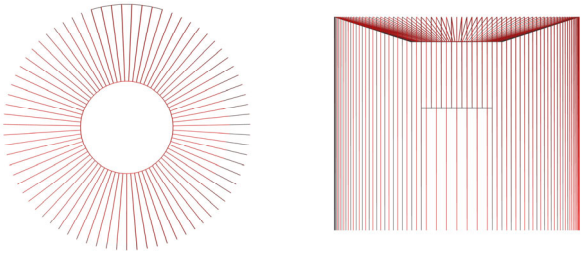
V=1.0m/s(δx=0.2mm, δy=-0.5mm,δz=-0.5mm)



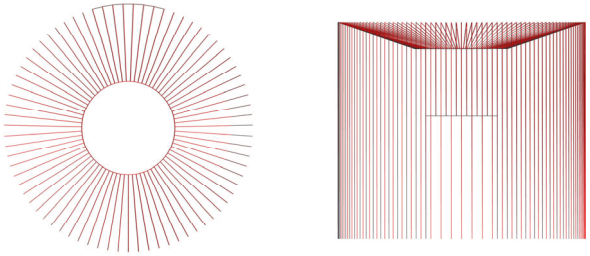
V=2.0m/s(δx=0.6mm, δy=-1.5mm,δz=-1.7mm)



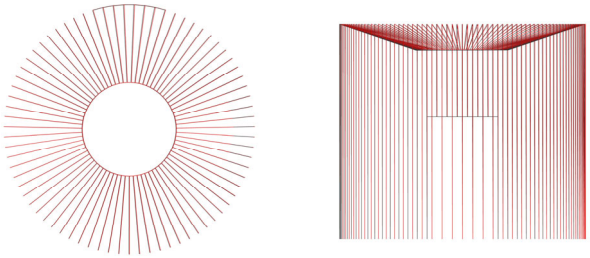
V=3.0m/s(δx=1.5mm, δy=-3.7mm,δz=-4.2mm)



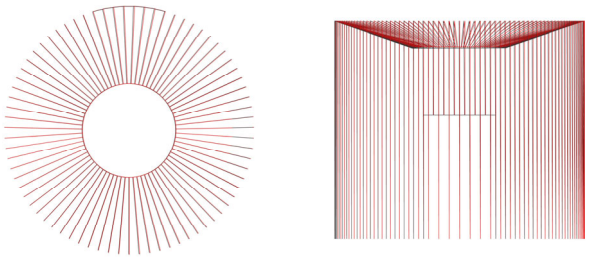
V=4.0m/s(δx=3.1mm, δy=-7.5mm,δz=-8.3mm)



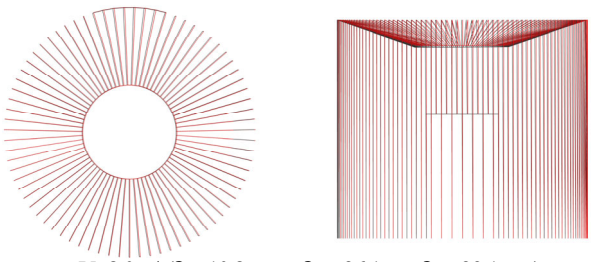
V=5.0m/s(δx=4.6mm, δy=-11.2mm,δz=-12.5mm)



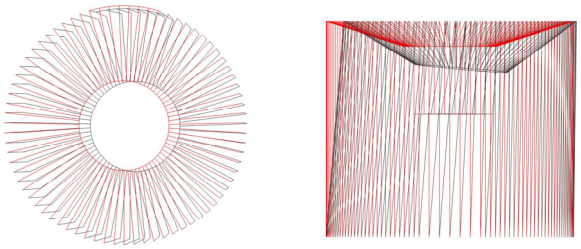
V=6.0m/s(δx=6.2mm, δy=-14.9mm,δz=-16.6mm)



V=7.0m/s(δx=7.7mm, δy=-18.7mm,δz=-20.8mm)



V=8.0m/s(δx=10.8mm, δy=-26.1mm,δz=-29.1mm)



V=32.0m/s(δx=155.1mm, δy=378mm,δz=-423.8mm)

上記変位図　凡例

風荷重載荷方向　：　⇒

δx，δy，δz　：各方向最大変位(mm)

XY 平面座標　：　X　Y

——：変形前　——：変形後

図 8　変位図

4　まとめ

本紙では風観堂に対して行った構造デザインについて示した。本案において様々な風荷重に対応して形態変化を可能とする構造形態を提案した。具体的には柱脚部に板回転バネを設け，その他接合部をピン接合とした。今後の課題としては形態に即した適切な風荷重による詳細検討を実施することが挙げられる。

謝辞：

本案検討に際して広島工業大学工学部建築工学科岸本研究室(構造デザイン研究室)4 年生諸君に多大なる助力を賜った。ここに感謝の意を示す。

参考文献

1)　日本建築学会：建築物荷重指針・同解説，2015

細幅パネルを用いたCLTユニットの木質化及び木質接合部の検討

舟津 翔大[1)]，藤田　慎之輔[2)]
1)北九州市立大学大学院国際環境工学研究科，大学院生，d2mbb017@eng.kitakyu-u.ac.jp
2)北九州市立大学大学院国際環境工学研究科，准教授，博士(工学)，s-fujita@kitakyu-u.ac.jp

1　はじめに

近年，高齢級の森林が増えており，資源として本格的な利用が可能な段階にきている．しかし，日本の森林資源に対する年間伐採量は低く，日本の森林資源を利用しきれていない[1]．そこで，在来よりもm²あたりの木材使用量が多い材料としてCLTが着目されている．本研究では，品質向上，施工省略化，工期短縮等のメリットがあるCLTユニットに関して，接合部に金物を有することが一般的なCLTの接合部を木質化することで，鋼材使用量を減らし，木材の利用量が多いCLTユニットの検討，開発を行う．

2　CLTユニットの概要

2.1　現状のCLTユニット

図1に2階建てCLTユニットの全体構成を示す．

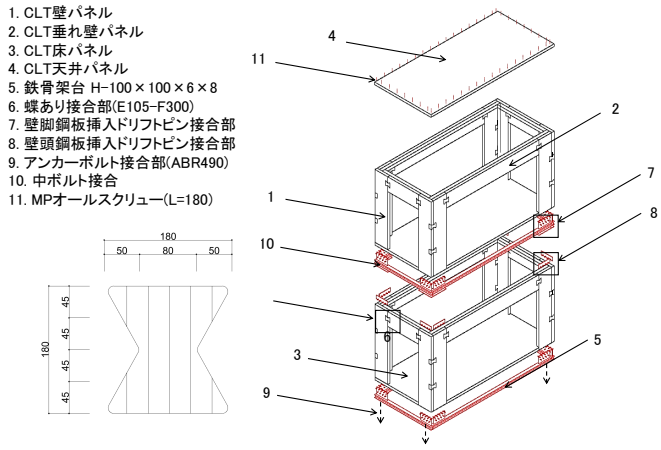


図1: CLTユニットの概要

ユニットは，CLTの壁パネル及び垂れ壁パネル，床パネルによって構成され，床パネルの下に鉄骨架台を設ける．壁パネル及び垂れ壁パネル，床パネルはs60-3-3(t=60)である．壁パネルと垂れ壁パネル，直交する壁パネル相互は，集成材から切り出した雇実で接合する．雇実は図1のような形状となっており，せん断力と引張力に抵抗するものとし，「蝶あり」と称する．蝶ありは対象異等級集成材E105-F300とし，厚さ90mmである．鉄骨架台(H-100× 100× 6× 8　SS400)と壁パネルは，鋼板挿入ドリフトピン接合(Φ16)である．1階鉄骨架台は基礎にアンカーボルトで接合する．天井は，MPオールスクリュー(L=180mm)で直接天井パネルと垂れ壁パネルと壁パネルに接合する．

2.2　解析モデルの概要

図2に2階建てユニットの解析モデルの概要を示す．

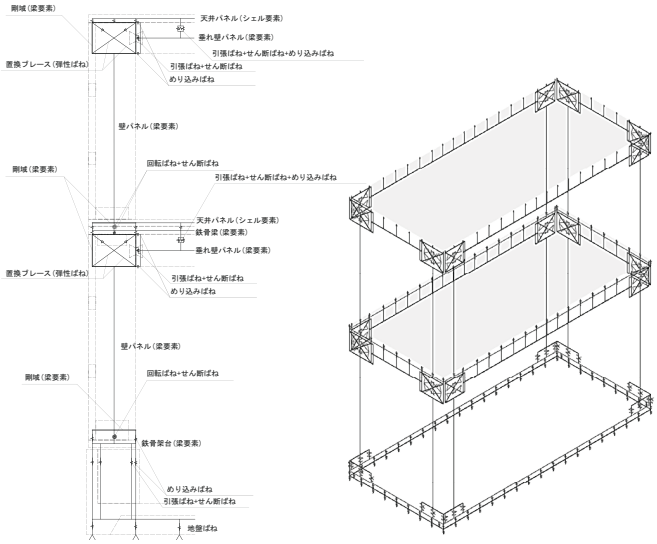


図2: 解析モデルの概要

壁パネル，垂れ壁パネル及び鉄骨架台はフレーム要素でモデル化し，天井パネル，床パネルはシェル要素でモデル化する．壁パネルと垂れ壁パネルの接合に用いる蝶ありはせん断ばねと引張ばねでモデル化し，壁パネルと垂れ壁パネルの端部はめり込みばねでモデル化する．鋼板挿入ドリフトピン接合については，回転ばねと引張ばね，せん断ばねでモデル化する．天井パネル，床パネルは圧縮ばねとせん断ばねと引張ばねによって直接垂れ壁パネルに接合する．接合部のばねの剛性・耐力は実験データより設定する[2]．いずれの接合部も．解析の安定のためねじり剛性については大きな値を入力する．パネルゾーンはブレース置換し，弾

性ばねとして解析を行う．

3　木質化CLTユニットの提案

3.1　木質化CLTユニットの概要

図3に木質化CLTユニットの概要を示す．

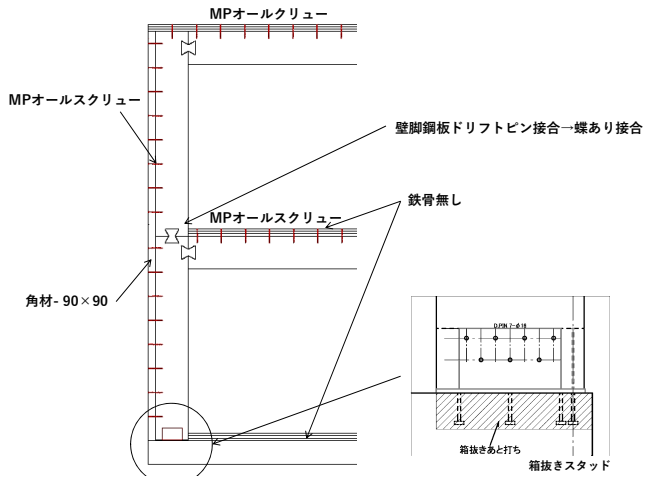
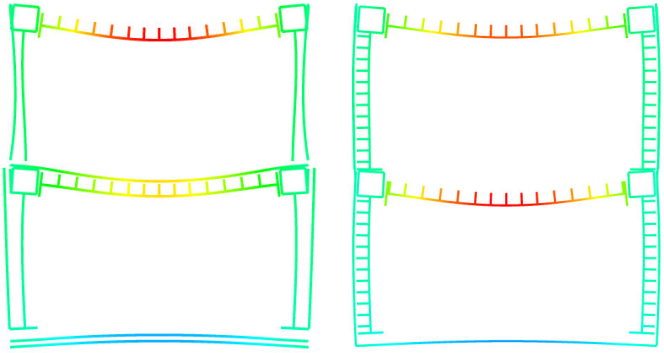


図3: 木質化CLTユニットの概要

1階の鉄骨架台は鋼板を箱付きスタッドで固定することにより，省略することを考える．また，1階と2階をつなぐ鉄骨架台については，2階床パネルをMPオールスクリューで直接，垂れ壁パネルに接合する．1階と2階をつなぐ鉄骨架台をなくすと，地震時には，鋼板挿入ドリフトピン接合が面外方向に変形する．その変形を抑えるため直交する壁パネルの間に，90角の柱を入れ，交互にMPオールスクリューで壁パネルと接合する．また，鉄骨架台をなくすことで，1階壁パネルと2階壁パネルが直接接するようなディティールになるため，鋼板挿入ドリフトピン接合を蝶あり接合に変更することができ，ユニットを木質化することを考える．しかしながら，1階ユニットと2階ユニット接合は現場で行うため，施工性に関しては，鋼板挿入ドリフトピン接合がよい．

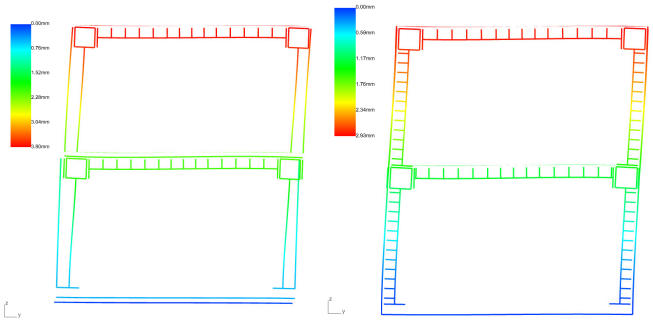
4　解析結果及び考察

解析はOpenSees for Grasshopperで行う．長期荷重，短期荷重共に，木質化CLTユニットは従来の鉄骨架台や鋼板挿入ドリフトピンを用いた従来のユニットと比べ，同等以上の耐力を有する結果となった．長期荷重に対する変形(図4)に関しては，1階と2階の四隅をMPオールスクリューを用いて柱で拘束したことにより，壁パネルが内側に変形することを防ぎ，従来のユニットと比較すると，小さくなっている．しかしながら，木質化CLTユニットで壁パネルが柱に拘束され，内側への変形量が少ないため，長期荷重を蝶ありのせん断で抵抗する必要がある．短期荷重に対する変形(図5)に関しては，従来のユニットではドリフトピン接合部の回転剛性と接合部から壁端部までの偶力で抵抗する形だったのが，木質化CLTユニットでは四隅に柱によって壁パネルとつながれたことによって，そこが引張になる側については壁の全幅の偶力をもって曲げ抵抗をするため，変形が小さくなっていると考えるとこができる．



(a) 従来のCLTユニット　　(b) 木質化CLTユニット

図4: 変形図(長期荷重)



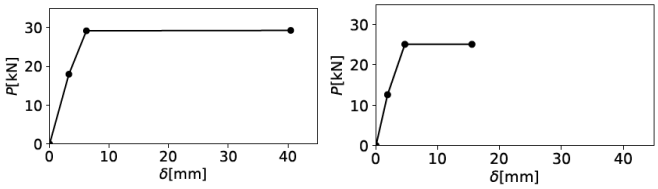
(a) 従来のCLTユニット　　(b) 木質化CLTユニット

図5: 変形図(短期荷重)

5　実験と解析の比較

ユニットの壁パネルと垂れ壁パネルは蝶ありで接合されている．蝶ありの実験に関しては，既往の研究[2]で行われており，本研究では数値解析により蝶ありの性能を検証する．そして，実験結果と解析結果を比較することで，解析の妥当性を検証する．蝶ありはせん断力と引張力に対して抵抗するため，本研究では，せん断と引張に対して，比較，検討する．図6に実験によ

るせん断試験と引張試験の荷重-変位曲線を示す．実験による荷重-変位曲線は解析用骨格曲線によるもので，(公財)日本住宅・住木技術センター，2016年度版CLTを用いた建築物の設計施工マニュアルに準じて設定する．本研究では，せん断接合部及び引張接合部の初期剛性K[ｋＮ/m]により，接合部の評価を行うため，Py:許容耐力[kN]，δy:Py時変位[mm]を比較し，実験と解析の妥当性を検証した．



(a) せん断試験　　(b) 引張試験

図6: 復元力特性

表 1: せん断試験及び引張試験の特性値

	Py[kN]	δ [mm]	K[kN/m]
せん断試験	18.0	3.24	5556
引張試験	1.6	1.87	6738

5.1　解析方法

解析ソフトにABAQUSを用いて，弾性有限要素解析を行った．解析においては，幾何学非線形，材料非線形，接触を考慮するものとする．蝶ありは対象異等級構成集成材E105-F300(おうしゅうあかまつ)とし，CLTパネルはs60-3-3(スギ)とする．蝶ありの材料特性を表2[3]に，CLTパネルの材料特性を表3[4]に示す．x方向は表層のラミナ直交方(弱軸方向)とし，y方向は表層ラミナ平行方向(強軸方向)とし，z方向はパネルの厚さ方向(面外方向)とした(図7)．蝶ありは繊維方向をy軸とし，x方向を接線方向，y方向を半径方向としている．蝶ありとCLTパネルは直交異方性を考慮し，Ex，Ey，Ezはヤング係数[N/mm²]，νxz，νxy，νyzはポアソン比，Gxz，Gxy，Gyzはせん断弾性係数[N/mm²]を示している．ポアソン比は一様に0.4とした．また，CLTパネルと蝶ありの摩擦係数は0.35[3]とする．解析は実験による解析用骨格曲線のPy時の荷重を目標に荷重増分解析を行った．

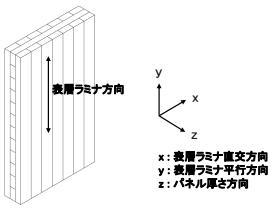


図7: CLTのラミナ方向

表 2: 蝶あり(E105-F300)の材料定数[3]

N/mm²						N/mm²		
Ex	Ey	Ez	νxz	νxy	νyz	Gxz	Gxy	Gyz
420	10500	420	0.4	0.4	0.4	525	630	30．5

表 3: CLT(S60-3-3)の材料定数[4]

N/mm²						N/mm²		
Ex	Ey	Ez	νxz	νxy	νyz	Gxz	Gxy	Gyz
2000	4000	400	0.4	0.4	0.4	123	308	154

5.2　せん断試験に対する比較及び検証

せん断試験に用いる解析モデルの概要を図8に示す．モデルは4質点シェル要素を用いてモデル化する．+y方向に荷重を増加させていき，18.0kNまで加力した時の変位を比較する．図9に実験値と解析値を比較した荷重-変位曲線を示す．図9，表4より，実験値と解析値は概ね一致していることから，解析の妥当性が確認できた．

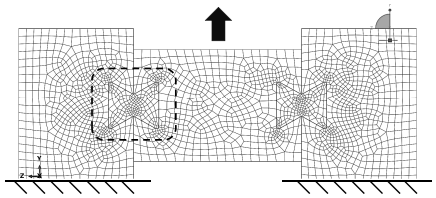


図8: せん断試験に用いる解析モデルの概要

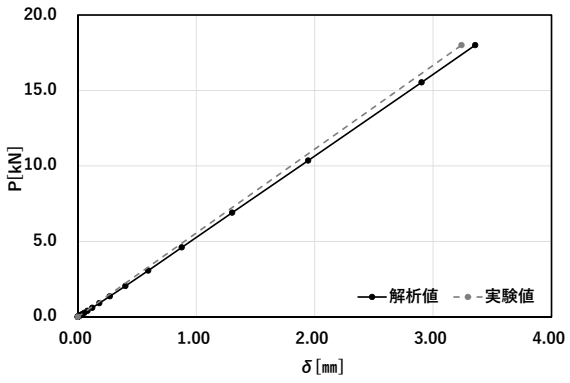


図9: せん断試験に対する実験と解析の荷重-変位曲線

表 4: せん断試験に対する特性値の比較

	Py[kN]	δ [mm]	K[kN/m]
実験値	18.0	3.24	5556
解析値	18.0	3.36	5357

5.3 引張試験に対する比較及び検証

引張試験に用いる解析モデルの概要を図10に示す．モデルは4質点シェル要素を用いてモデル化する．+y方向に荷重を増加させていき，12.6kNまで加力した時の変位を比較する．図11に実験値と解析値を比較した荷重-変位曲線を示す．図11，表5より，解析による許容耐力時の変位が実験値よりも大きいが安全側であった．

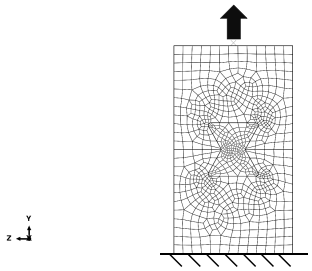


図10: 引張試験に用いる解析モデルの概要

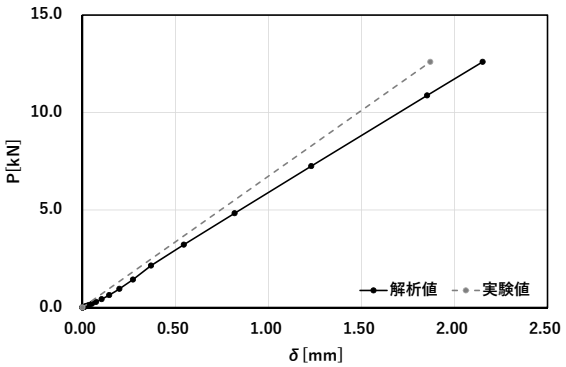


図11: 引張試験に対する実験と解析の荷重-変位曲線

表 5: 引張試験に対する特性値の比較

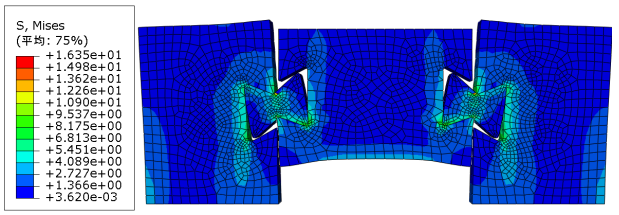
	Py[kN]	δ [mm]	K[kN/m]
実験値	12.6	1.87	6738
解析値	12.6	2.15	5860

6 蝶ありの形状検討

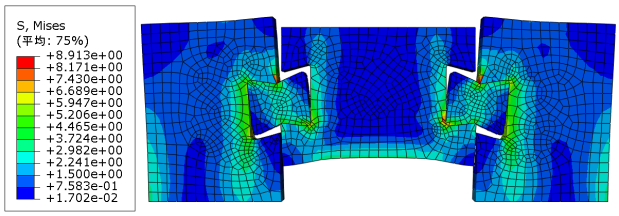
実験値と解析値が概ね一致したことにより，解析で設定した材料定数，摩擦，境界条件を用いて，解析上でせん断，引張試験を行えることが確認できた．蝶ありの形状を変え，解析でせん断試験と引張試験を行い，より良い蝶ありの形状を考える．

6.1 せん断力に対する形状検討

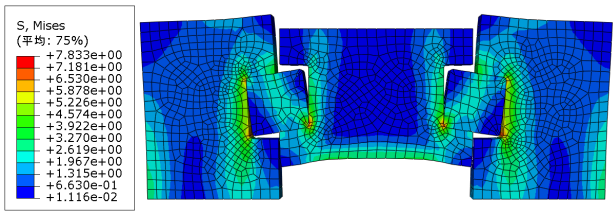
蝶ありはせん断耐力はテーパのかかった部分の厚みが影響すると考え，テーパ部分の厚みを変えることで，どのような変化がみられるか検証した．テーパ部分の厚みをD[mm]とし，D=80，120，180の時の解析を行った(図12)．図13，表6よりDが大きいほど許容耐力時の変位が小さく，初期剛性が大きかった．しかしながら，Dを大きくすると引張に抵抗できないような形になるため，せん断耐力と引張耐力のバランスがよいDの値を検討する必要性がある．



(a) D=80



(b) D=130



(c) D=180

図12: せん断試験による変形(変形倍率:20)

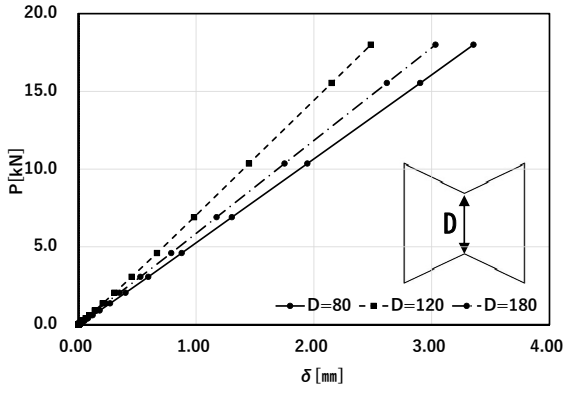


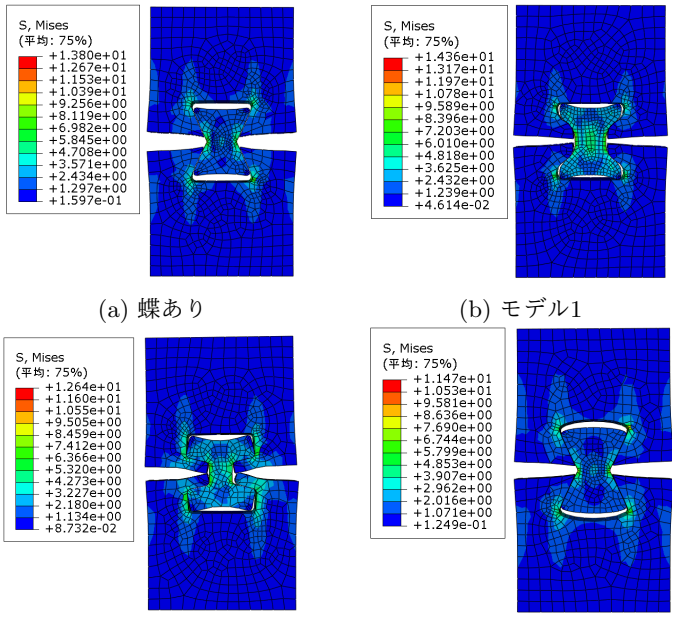
図13: 解析によるせん断試験の荷重-変位曲線

表 6: せん断試験に対する特性値の比較

	Py[kN]	δ [mm]	K[kN/m]
D=80	18.0	3.35	5373
D=130	18.0	3.03	5941
D=180	18.0	2.48	7258

6.2 引張力に対するの形状検討

蝶ありはの引張耐力は，テーパ部分の角度や形状が影響すると考え，テーパ部分に曲率を与えたモデル1，テーパ部分を直角にしたモデル2，また，図14よりモデル1，モデル 2 が変形する際，蝶あり上部が圧縮されるような変形が生じたため，圧縮に抵抗できるように蝶あり上部にむくりを加えたモデル3を用いて比較，検討した．図15，表7よりモデル1が最も許容耐力時の変形が小さく，初期剛性が大きいという結果となった．しかしながら，元の蝶あり以外のモデルでは変位が極めて小さい時にすべりのような現象が確認された（図15）．モデル1，モデル2はくびれ部分がCLTパネルに対して直角であったため，変形初期の段階ですべりが起こったと考えられる．モデル3については，図15より，すべりの挙動が最も大きく，蝶ありと異なるのは蝶あり上部のむくりだけであること考えると，蝶あり上部の圧縮変形もすべりの挙動に影響していると考えることができる．



(a) 蝶あり　(b) モデル1

(c) モデル2　(d) モデル3

図14: 引張試験による変形(変形倍率:20)

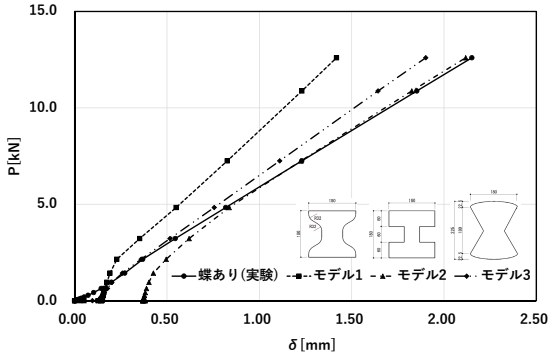


図15: 解析による引張試験の荷重-変位曲線

表 7: 引張試験に対する特性値の比較

	Py[kN]	δ [mm]	K[kN/m]
蝶あり	12.6	2.15	5860
モデル1	12.6	1.42	8873
モデル2	12.6	1.90	6631
モデル3	12.6	2.11	5972

7 まとめ

本研究で得られた結果は以下のようにまとめられる．

・CLTパネルの外周部に90× 90の角材を入れ，ビスで固定することで，鉄骨架台を省略できる．

・蝶ありのせん断性能は厚みDが関係し，厚みDを大きくすることで，せん断剛性が大きくなる．

・蝶ありの引張性能はモデル1が最も引張剛性が大きくなる．

今後はせん断性能と引張性能の両方に対して，検討を行う．

参考文献

1) 土屋雄也, 田中翔大. CLTパネル工法の建築物に関する考察-設計段階までの課題について-. 第63回北海道開発技術研究発表論文, 2019.

2) 酒井賢, 櫻井郁子, 渡邉拓史, 三宅辰哉, 田仲信司, 恵美須健也. 細幅パネルを用いたCLTユニットの開発 その1 ユニットの概要・接合部要素試験. 2023年度日本建築学会大会学術講演梗概集・建築デザイン梗概集, 2023.

3) 千田知弘, 佐々木貴信, 薄木征三, 後藤文彦, 篠原義則, 豊田淳. 歩道橋用木製防護柵の基礎的研究. 構造工学論文, 2010.

4) 佐藤基志. CLTパネル工法の汎用化のための構造解析モデルに関する研究. 2020.

3D Graphic Statics と 3 次元ボロノイ分割を用いた軸力抵抗型骨組の形状生成法

和多田　遼 [1)]，NG KIAN HOU[2)]
1)大阪産業大学デザイン工学部建築・環境デザイン学科，准助教，博士(工学)，
watada@edd.osaka-sandai.ac.jp
2)元　大阪産業大学デザイン工学部建築・環境デザイン学科　卒業生

1　はじめに

圧縮または引張軸力のみで外力に抵抗する軸力抵抗型骨組は，曲げやせん断が生じる一般的な骨組と比べ小断面で外力に抵抗できる．引張軸力のみが生じる構造はケーブルなどの軽量の張力構造により実現可能であり，また圧縮軸力のみが生じる構造は，部材や接合部に要求される耐力が圧縮耐力のみであるため，3D プリンタ材料やバイオマテリアルなど，これまでにない新しい材料や構法との親和性も期待される（例えば，菌糸体と木破片の複合材を用いた MycoTree[1)] などの事例が見られる）．

軸力抵抗型骨組を生成する手法として，Rankine の凸多面体[2)]を応用した 3D Graphic Statics[3)]が提案されている．同手法において，骨組の各接合部における力の釣合いは一つの閉じた凸多面体（3D Force Diagram）で表現され，骨組の全体形状（3D Form Diagram）は，各部材が凸多面体の対応する面の法線方向と平行となるよう定められる．

既往研究 [3)]では，あらかじめ設計者が指定した力の釣合いを表現する凸多面体の形状と分割に対応する軸力抵抗型骨組の形状を，繰り返しの収束計算により求める方法が提案されている．同手法は多様な Form Diagram を与条件として扱える汎用性を持つが，繰り返し計算を要するプログラムの実装が必要となり，また得られる骨組の形状は収束計算に委ねられ，ユーザーが骨組の形状を直接的に調整するのは難しい．

本研究では，Rankine の凸多面体を用いた 3D Graphic Statics において，Form Diagram の生成にボロノイ分割を用い，収束計算を行わず簡易的に軸力抵抗型骨組を生成する手法を提案する．本手法の有効性を，テーブルの骨組の設計・製作を通して検証する．

2　3D Graphic Statics

2.1　Rankine の凸多面体

3 次元空間上の力の釣合いは閉じた多面体で表現可能である（Rankine の定理 [2)]）．例として，図 1 に示すように，3 次元空間内のs個の力$\boldsymbol{F}_i \in \mathbb{R}^3\ (i = 1,\cdots,s)$が釣り合う状態を考える．この時，これらの力の釣合いは図 1 に示す凸 s 面体として表現できる．ここに，図 1 の凸 s 面体の面iは力$\boldsymbol{F}_i$と直交し，かつ各面の面積A_iと力$\boldsymbol{F}_i$の大きさ$|\boldsymbol{F}_i|$との間には以下の比例関係が成り立つ．

$$\frac{|\boldsymbol{F}_1|}{A_1} = \frac{|\boldsymbol{F}_2|}{A_2} = \cdots = \frac{|\boldsymbol{F}_s|}{A_s} = k \qquad (1)$$

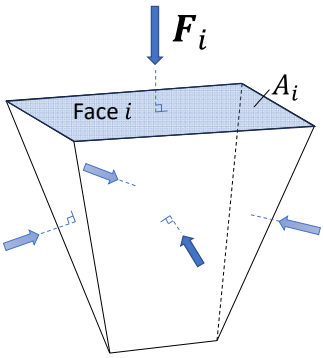
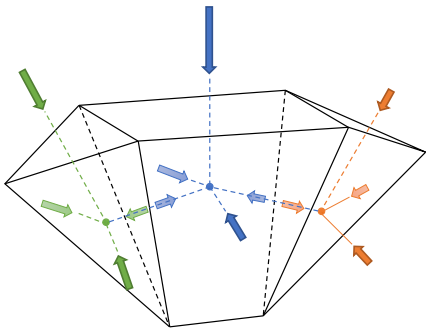
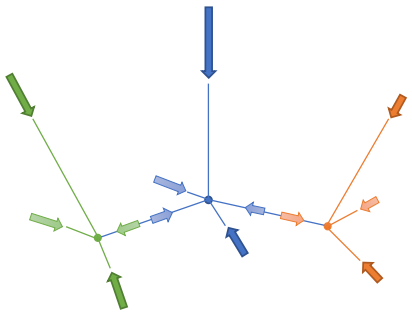


図 1　Rankine の凸多面体（$s = 5$）



(a) Force Diagram



(b) Form Diagram

図 2　Rankine の凸多面体を用いた 3D Graphic Statics

2.2　凸多面体を用いた 3D Graphic Statics

Graphic Statics において，力の釣合いを図示する Force Diagram と骨組の形状を表す Form Diagram は双対の関係にある．Rankine の凸多面体を応用した 3D Graphic Statics において，Force diagram は前述の凸多面体を複数個隣接させた図 2(a)のような形式で表現される．この時，一つの凸多面体は，一つの接合部での力の釣合いに対応し，凸多面体間の共有面は接合部間の応力に，他の凸多面体と共有されない面はその系に作用する外力に対応する．

図 2(a)中に点線で示すように，凸多面体の各面に作用する各外力の作用線を，「①対応する面と直交する」「②各凸多面体において一点で交わる」「③隣接する凸多面体との共有面において同一となる」を満足するように選ぶことができれば，それらの作用線を結んだ形状は，指定された外力に対して軸力のみが生じる軸力抵抗型骨組の形状を表す Form Diagram となる（図 2(b)）．

Rankine の凸多面体を用いた 3D Graphic Statics では，与条件とする外力および支点反力の大きさと方向から，全体の力の釣合いを表す凸多面体（包絡凸多面体と呼称する）を想定し，それを分割して得られる Force Diagram から，対応する Form Diagram を決定する手続きを行う．

2.3　ボロノイ分割の利用

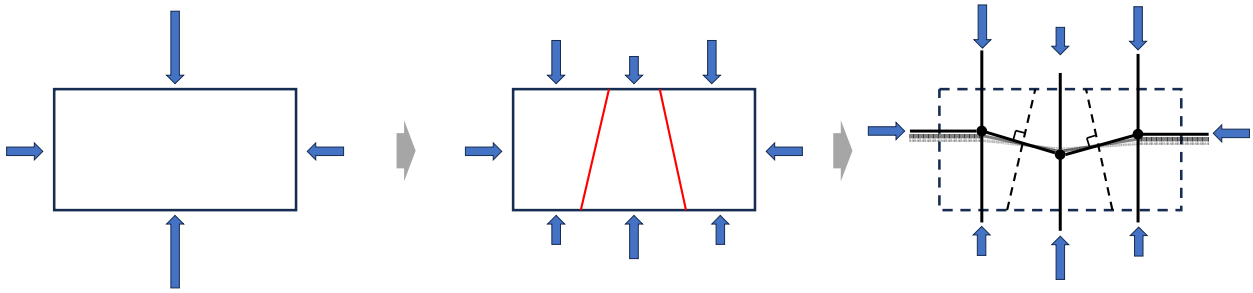
前節で述べた Force Diagram からの Form Diagram の決定について，既往研究[3)]では，あらかじめ指定した Force Diagram の分割面に対応する力の作用線と交点の位置を，繰り返し計算に求める方法が提案されている（図 3(a)）．この手法は，設計者があらかじめ各接合部に生じる力の大きさと角度（すなわち，分割面の面積と法線方向）を指定できる利点がある一方，繰り返し計算が必要となり，また得られる骨組の形状（Form Diagram）を直接的に制御するのは困難である．

本手法では，包絡凸多面体の内部において，Form Diagram の接合部の位置にボロノイ生成点を設け，これらの点を用いて包絡凸多面体を 3D ボロノイ分割し，得られる分割された凸多面体を Form Diagram として用いる手法を提案する（図 3(b)）．隣接する 2 つのボロノイセルの生成点間を結んだ線分は，ボロノイ分割の性質から，両セルが共有する面と常に直交するため，同線分は骨組の形状を表す Form Diagram そのものとなり，ボロノイ生成点はそのまま Form Diagram の接合部となる．この手法は，前述の図 3(a)の手法のように凸多面体の各面の面積と法線方向をあらかじめ指定することはできないが，設計者があらかじめ接合部の位置をボロノイ生成点の位置として指定でき，かつ繰り返し計算が不要で簡便に求められる利点を持つ．

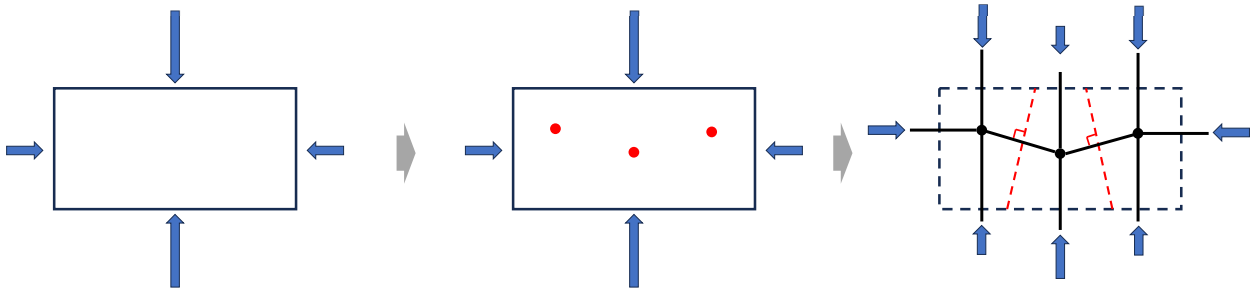
3　適用例：テーブル骨組の設計と製作

3.1　3D Graphic Statics の適用

本手法を用いて，鉛直下向き方向の設計荷重P_V =



(a)Force Diagram において、凸多面体の分割面を指定する方法（既往研究[3)]の手法）



(b)Force Diagram において、ボロノイセル生成点の位置を指定する方法（本研究の手法）

図 3　Force Diagram から Form Diagram を生成する方法

500[N]を支持するテーブルの骨組を設計する．支点反力として，4 方向から各150[N]ずつを想定し，これらの条件から，Force Diagram の初期形状として図 4 に示す正四角錐型の包絡凸多面体Vを設定した．ここに，V上面の辺長は仮に 1.0[m]とし，側面と上面の面積の比が$150/500 = 0.3$となるようにVの高さを定めた．本凸多面体において，式(1)の比$k = 500/1.0 = 500[\mathrm{N/m^2}]$である．

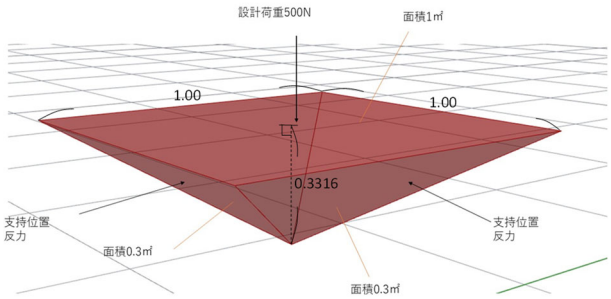
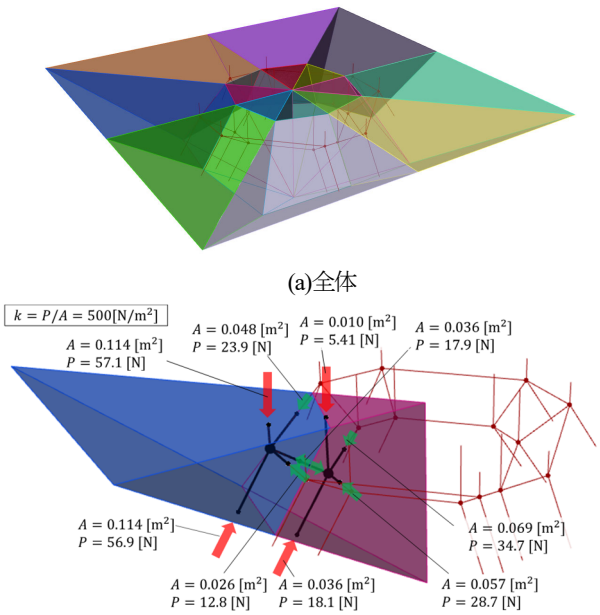


図 4　包絡凸多面体V

次に，作成した凸多面体Vの内部に骨組の接合部位置を表すボロノイ生成点を追加する．ここでは，16 個のボロノイ生成点をVと同じ 4 面対称性を満たすように配置した．ボロノイ分割により得られた 16 個の凸多面体と，隣接するボロノイ生成点間を結んで得られる Form Diagram を図 5(a)に示す．これは，図 5(b)に示す 2 個のボロノイ生成点とそれらに対応する 2 個の凸多面体の鏡面変換から得られる形状を組み合わせたものである．



(a)全体

(b)部分凸多面体

図 5　生成した Force Diagram と Form Diagram

図 5(b)に示す凸多面体の各面の面積から，骨組の各部材に生じる軸力を算定できる．算定結果を同図に示す．なお，図 5(b)に示す Form Diagram と同じ形状の構造解析モデルについて，同図中の赤矢印で示された外力を与えて構造解析を行い，各部材中に生じる軸力が同図中に緑矢印で示された値と一致すること，また各部材に発生するせん断力･曲げモーメントが 0 となることを確認した．

3.2　テーブル骨組の形状設計と断面算定

前節で得られた Form Diagram を元に，脚部にあたる部材を延長し先端を互いに接合して，テーブルの骨組形状を設計した．骨組の形状と，その構造解析結果を図 6 に示す．ここで，構造解析には Rhinoceros Grasshopper のアドインである Karamba 3D ver.2.2.0 [4]を使用した．また，各部材には直径ϕ10mm 板厚 t=1mm の真鍮を使用し，接合部は全て剛接合とした．拘束条件は脚部にあたる 16 個の接合部を水平ローラー支持（ただし，全体の剛体変形を除くため，うち 1 個のみ完全固定）とした．同図のカラーコンターは発生軸力（赤：圧縮，青：引張）を表す．

解析の結果，外側斜材に生じる圧縮軸力は 51.2[N]であった（図 6）．これは図 5(b)で算定された同部材に生じる軸力 56.9[N]と若干異なる．これは，前述のとおり骨組の脚部を延長し，先端をつなぐ部材を追加したためと考えられる．同様の理由により，図 6 の骨組の各部材にはわずかに曲げモーメントが生じるが，その最大値M_{max}は$2.5 \times 10^{-2}[\mathrm{N \cdot m}]$で無視できるほど小さく，軸力抵抗型骨組に十分近い骨組が得られていることを確認した．

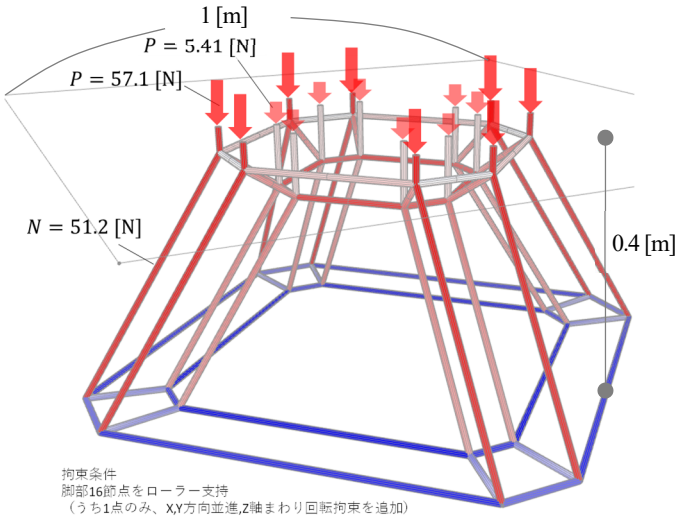


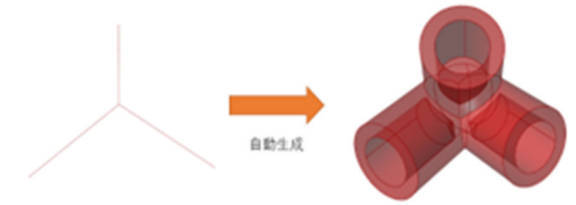
図 6　設計したテーブル骨組形状と構造解析結果

図6の外側の斜材に発生する軸力$N = 51.2$ [N]に対し，同部材の安全性を，下式(2)により算定されるオイラー座屈荷重P_{cr}と比較して確認した．計算の結果，$P_{cr} = 1{,}853$ [N]であり，安全率は$P_{cr}/N = 36.2$と十分に大きく，安全性に問題無いことを確認した．

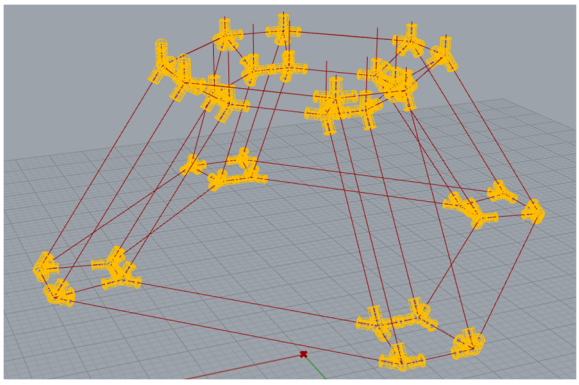
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \tag{2}$$

3.3 製作

前節までで設計したテーブルの骨組を，部材径はそのままに，全体の寸法を 1/2 サイズに縮小して製作した．部材の材軸線の位置から接合部の形状を自動で生成するプログラムを Grasshopper で作成し（図 4(a)），本骨組に適用した（図 4(b)）．接合部の製作には光造形式 3D プリンタを用いた．試作したテーブルの骨組を図 8 に示す．



(a)システムの概要



(b)本骨組への適用

図 7　接合部形状の自動生成システム

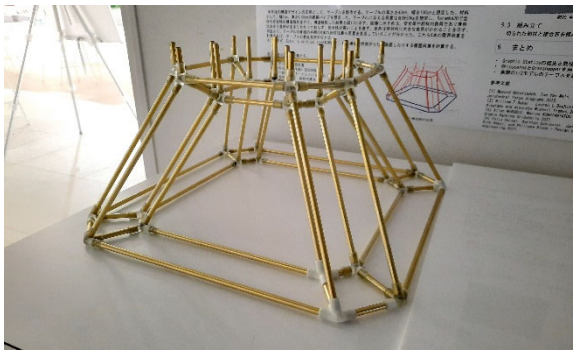


図 8　試作したテーブルの骨組

4 まとめ

本研究では，軸力抵抗型骨組の簡易的な設計法を提案した．既往の研究で提案されている，Rankine の凸多面体が表す Force Diagram に対応する Form Diagram を収束計算により求める方法に代えて，Form Diagram の接合部の位置を意味するボロノイ生成点を設計者が指定し，Force Diagram の凸多面体をボロノイ分割により生成することで，簡易的に軸力抵抗型骨組を設計する手法を提案した．本研究で提案する手法を用いて，上面から鉛直荷重の作用するテーブルの骨組形状を設計し，解析による検証を経て製作まで行い，本手法の有効性を示した．

参考文献

1) Heisel, F., Schlesier, K, Lee, J., Rippmann, M., Saeidi, N., Javadian, A., Nugroho, A.R., Hebel, D. and Block, P. : Design of a load-bearing mycelium structure through informed structural engineering, Proceedings of the World Congress on Sustainable Technologies (WCST), pp. 1-5, 2017
2) Rankine, W.M. ：XVII. Principle of the equilibrium of polyhedral frames. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 27, 180, p. 92, 1864
3) Akbarzadeh, M., Mele, T.V., and Block, P. : On the equilibrium of funicular polyhedral frames and convex polyhedral force diagrams, Computer-Aided Design, 63, pp. 118-128, 2015
4) Preisinger, C. : Linking structure and parametric geometry, Architectural Design, 83(2), pp. 110-113, 2013

■第 18 回 形態創生コンテスト 2023

□ コンテスト概要

1．コンテストの趣旨

形態創生における種々のアイディアを適用して，建築空間や構造物などの「新しいかたち」や「独創的な形態創生手法」を提案いただくコンテストです．専門分野にかかわらず，多くの方々に参加いただいて，形態創生のおもしろさや可能性を感じていただければと思っています．本コンテストでは，形態創生のフリーウェアも提供しています．一方，コンピュータプログラムや汎用ソフトによらない手法で，「かたち」を創生するアイディアも可能です．

2．課題（テーマ）

第 18 回形態創生コンテストの課題（テーマ）は，下記のとおりです．

「アジャイルなかたち」

なお，応募要項の詳細は，「第 18 回コロキウム構造形態の解析と創生 2023 ホームページ」

http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s49/03contest.htm

に掲載しました．

3．審査委員（敬称略・50 音順）

・審査委員長：

満田　衛資（京都工芸繊維大学）

・審査員：

舘　知宏（東京大学）
鳴川　肇（慶應義塾大学）
平野　利樹（東京大学）

・特別審査員（特別講演講師）：

田村　尚土（株式会社ディックス）
木下　拓也（株式会社竹中工務店）

4．コンテストの経過

2023 年 08 月 11 日：　応募要項に関する質疑締切
2023 年 09 月 20 日：　応募エントリー締切
2023 年 09 月 25 日：　作品応募締切
2023 年 09 月 28 日：　一次審査（於：オンライン会議システム）
2023 年 10 月 05 日：　一次審査結果の通知
2023 年 11 月 16 日：「第 18 回コロキウム構造形態の解析と創生 2023」にて二次審査および表彰
（於：建築会館ホール）

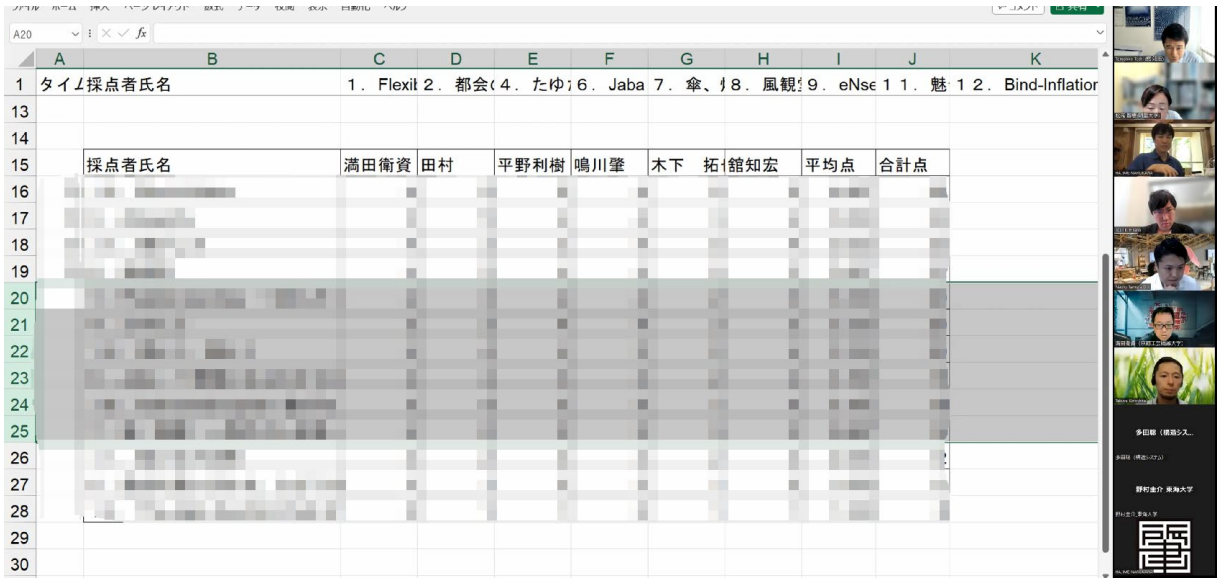


写真 1　一次審査の様子

5．審査の方法

一次審査は，特別審査員を含む審査員全員によりオンライン会議システムを使い，実施しました．所定の時刻に応募者に参加していただき，プレゼンテーション動画視聴の後，質疑応答を行いました．作品は匿名とし，課題（テーマ）に対する作品の満足度のほか，創生された形態（かたち）そのものの独創性や形態創生プロセスに関するアイディア性などを総合的に勘案して評価しました．なお，二次審査において，審査員と同じ所属研究室や関係者である場合には，投票権を無効とみなすことで公平性を保つこととします．

6．応募状況および一次審査での選出作品数

エントリー数：18 件
応募総数　：13 作品
入選作品数： 5 作品

―入選作品―

エントリー No.	タイトル	氏名・所属［◯印：代表者］
1	Flexible bending ～柔らかく変化するもの～	◯小林和真，嶋尾恭兵，中村真子，長野雅（鹿児島大学大学院）
8	風観堂	◯福原竜也，坂本柚乃（広島工業大学）
9	eNsegrity	◯山内一輝，竹下迪太郎，後藤佑美，三好健太，楠川佳歩，篠原敬佑，前田隆宏（株式会社大林組）
12	Bind-Inflation	◯藤堂真也，須藤望（東京大学大学院）
17	弾ダンス	◯河合晃，渡辺隆寛，藤田起章，久保一晴，平山和樹，引田大暉，近藤里帆（株式会社大林組）

7．応募全作品の講評

本コンテストは，今年度で第 18 回目を迎える．昨年同様，一次審査はオンラインで実施した．今年から建築情報学会に後援に入っていただき YouTube 等で広報させて頂いた効果もあってか，昨年度よりも多くのエントリーを集め，一次審査を迎えることができた．これは，形態創生に興味を持った多くの応募者(グループ)によるところが大きい．皆様に深く感謝申し上げたい．

今年度のコンテストテーマは「アジャイルなかたち」である．アジャイルとは，ソフトウェア開発の手法であるアジャイルソフトウェア開発を起源とした，変化に対する高い適応性，柔軟性に価値を置く考え方である．テーマに対する縛りが応募の足かせとならないように，要項において，テーマの解釈を含めた作品の概要を提出させる代わりに，応募者の方々が自由にテーマを解釈して良いこととし，それぞれの思うアジャイルなかたちの提案を期待した．

応募作品には，アジャイルというテーマ設定にふさわしく，数値解析によるデジタルな検証と模型・モックアップを用いたフィジカルな検証を行き来した試行錯誤の跡が見られる作品が多く，そのプロセスそのものがアジャイルであり，魅力的な提案に繋がっていた．

ベンディングアクティブやカーフベンディングを用いたもの，空気圧を利用したもの，紙バネを応用したもの，折り紙に着想を得た機構，風によって大胆に動く構造，ジャミング転移を生み出す機構，編み物に着想を得た構造など，創造性に富む様々な提案が見られた．

これだけ多様性があり，自由な提案が数多くみられる点は，本コンテストにみられる魅力の一つである．例年に比べ特に魅力的な作品が多く，入選作品の数を増やしても良いのではという声も出るほどであったが，4 時間に及ぶ審査の結果，審査員全員の総意によって最終的に 5 つの作品が入選作品として選定された．

入選作品の中には，実現可能性について現段階ではやや懐疑的な作品も含まれているが，各作品に対し，審査員からリクエスト・コメントを伝えている．入選者においては，それらのリクエスト・コメントを参照の上，二次審査までの間にも各自アジャイルに試行錯誤を続けて頂き，作品のブラッシュアップを強く期待したい．

（以下，[ ]はエントリー番号を示す）

[1] Flexible bending　～柔らかく変化するもの～

複数本の釣り竿を骨組みとした膜構造であり，釣り糸に張力を与えることで釣り竿がしなり，張力の多寡によって形態を変化させる提案である．既存の釣り竿をベンディングアクティブ要素として利用し，異なる特性の材料を組み合わせて形態を作っている点を高く評価された．構造間をつなぐ釣り糸に張力を与えたときに意図する形態になるのか，張力が弱い場合に膜材に皺ができるのではないか，異なる釣り竿を混在させることで様々な形態になるのでは，といった施工時の問題や形態の発展性について意見があった．

[2] 都会の風に吹かれ，なびく休憩所

先端ほど半径が小さくなるらせん状のバネのような形態である．外皮は筒状の膜材であり，その中に正八面体型のユニットを鎖のようにつないだフレームが入っている．内圧を変えることで伸縮させる提案である．触ると柔らかく，柔軟に動く構造というアイディアは良いが，実現するのか疑問であり，構造的なスタディをより行う必要がある．システム的には自由に形態を作れるはずだが，平面形状を正円とした点も残念である，という意見もあった．

[4] たゆたう

空気より軽い気体を入れた複数のバルーン同士をタープでつなぎ，バルーンの内圧を変化させることで浮き沈みするようにし，空間を構築する提案である．浮遊するバルーンを構造に使用するというユニークな案である点が評価された．バルーン空気孔の絞り部分を調整することで内圧を変化させる機構を考えているが，実現可能性に疑問が残る．機構のモックアップを作成して実際に内圧が変化するかを確認する必要がある，との意見があった．

[6] Jaba　～伸縮とねじれから成る梁～

蛇腹折りを用いた展開構造である．面材同士を蛇腹折りの要領で接続し，面材間を膜材でつなぎ，プレテンションにより展開した形状に固定する提案である．展開前の形状に戻ろうとする復元力が発生するが，その大きさを調整するために面材にカーフィングが施されている．ベンチとアーケードの提案がされていたが，用途に応じてカーフィング形状を調整すると説得力を持たせられる，との意見があった．

[7] 傘，燦燦　－雨のさんぽ道－

貯水槽に溜まった雨の重さを利用して可変フレームを変形させ，その変形により折り紙状の屋根を展開させる提案である．雨水が展開のトリガーとなり，その構造も雨を避けるための傘の役割を持つという合理性が評価された．雨水を利用する点も斬新である．一方で，フレームおよびその可動部分に疑問が残り，可動部分がモーメントの伝達をできないのではないか，フレームに追従することは困難なのではないか，などの意見があった．雨水が十分に溜まるまで完全展開しないため，傘としての役割を果たさないのではないか，との意見もあった．

[8] 風観堂

細長い部材の先端を折り曲げた逆 L 型の部材を立て，円形に並べ，折り曲げた先端をリングで固定した形状であり，風に追従して動き，風による内部空間の変化を感じることができる提案である．風によって柔らかく動くという独特なアイディアが評価された．模型実験で柔らかく動く様子が示されていたが，提案にはない釣り糸の効果が大きいのではないかという意見があった．柱脚の一部を板材とすることで面外方向の変形を誘発しているが，その剛性に疑問があるとの意見や，数値解析で異方性を考慮できていないのでは，との意見もあった．

[9] eNsegrity

テンセグリティの圧縮材に円形の部材を用いた構造であり，面が直交するように配置した 3 つの円形部材を基本ユニットとして，それらを組み合わせることで形態を構築する提案である．ユニットの組み合わせを変えることで様々な形状が期待できる点を評価された．様々な形状のスタディの案があるとより良いとの意見があった．施工可能性についての説明があるとより良いとの意見があった．軽量構造の特徴として自身が変形することで形を安定化させることができる一方で，加力に対して敏感に変形するため，その点を再認識した上で形状の検討を期待したい，との意見もあった．

[11] 魅せる外骨格

既存建物の耐震補強として，建物外周部に菱形ユニットのトラスフレームを遺伝的アルゴリズムにより配置し，外壁パネルに環境性能を付加させることで温熱環境も合わせて向上させる提案である．テーマ性の解釈として，既存不適格建築物の性能向上を選択したことは理解できたが，主要な目的を耐震補強に限定しない方が提案手法の可能性をより広く捉えられるのではとの意見があった．この手法によって生み出された形態により，どのように建物の価値が向上したかを明確に示せる回答が示せていればよかったとの意見もあった．

[12] Bind-Inflation

空気が抜けた状態の板状のバルーン（エアマット）の表面に，部分的に紐を取り付けて空気を入れることで，さまざまな 3 次元曲面の空気膜構造を生成する提案である．シミュレーションと模型製作の両面から形態のバリエーションについての検証が行われている．平面状のバルーンを事後的な操作により様々な3次元曲面に変形できるという画期的なアイディアが評価された．さらに，模型製作では，平面バルーンを成立させる為にさまざまな工夫が盛り込まれており，実験素材を一から作り上げている点についても高い評価が得られた．このシステムがどの程度スケーラブルなのか，例えば 3m 角などさらに大きな模型での検証結果を確認したいとの意見があった．

[14] The Agile Sea Bird Cafe Shop

建物の形状として鳥を連想させるような，カフェショップの屋根架構の提案である．建設地を想定し，その眺望と太陽光シミュレーション，美的側面から最適な架構形態を選定している．アジャイルというテーマをどのように実現しているかが明確でない，あるいは，主観的な形態の選定と機能との関連付けという点での説明に不足を感じるとの意見があった．

[16] 柔よく，剛よく

正四面体のユニットが連なる柔な状態の構造体に，プレストレスを与えることでユニット密度が高まるジャミング転移が起きて剛の状態へと変化するアイディアを基に，剛と柔の変化が連続するという提案である．ユニークな形態の提案が評価された．1 ユニットのサイズにより重量とケーブル機構の施工性が変化するが，これらはトレードオフの関係である為，そのバランス調整が重要であるとの意見があった．また，プレストレスの導入方法がこのシステムの大きな課題となるので，プレストレスの効果が実際に確認できるサイズの部分模型による検証が必要ではないかとの意見もあった．

[17] 弾ダンス

編み物によりカタチをつくり，結んでほどいてを繰り返すことでサイズや形状を更新していく提案である．網目によって生み出される編み物の挙動に対して，編み玉というモデル化を行うことでシミュレーションを可能としている．建築スケールで実現できる為にどのような発展ができるかという点が注目された．編み物としては立体のものが出来上がるが，平面に分割して運搬が可能か，あるいは現場での再構築が可能かどうかが，今後の可能性のかなり大きな境目になるとの意見があった．

[18] Active twist spiral　～曲げねじりを活用した螺旋構造～

連続するらせん構造の中で，巻き数を変化させることにより剛性をコントロールし，曲げやねじりに起因する変形を積極的に活用することで屋根やハンモックのような使い方を期待する提案である．FLEXMAPSを参照していることで，既視感があるとの意見があったが，平面で組み立てられる，作り方，荷重を掛けることでカタチが決まる性質など，いろいろトライアルしている点は新しさがあるとの意見もあった．

以上

Flexible bending
～柔らかく変化するもの～

Concept

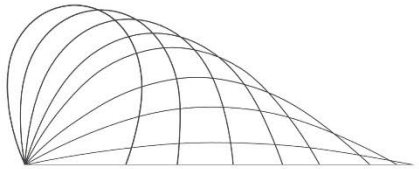
建築を用途に合わせて変化させる時代

今日、世の中の移り変わりは目まぐるしい。それにより、ひとびとが求めるニーズも変化している。私たちは、設計者がもたらす価値と利用者が生み出す価値を仮定しアジャイルな形を提案する。

01　Design process

01-1　Bending-active 構造

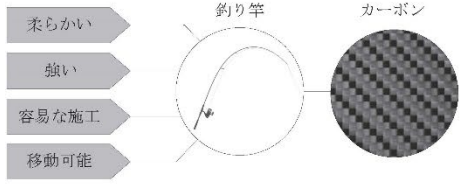
平面や直線部材に弾性範囲の曲げ変形を与えることで、湾曲した形状を作成する構造システムである。平面部材のみで自由な曲面の架構を構成することができるため、部材製作性に優れ施工が容易であるなどの利点がある。



張力による形状変化

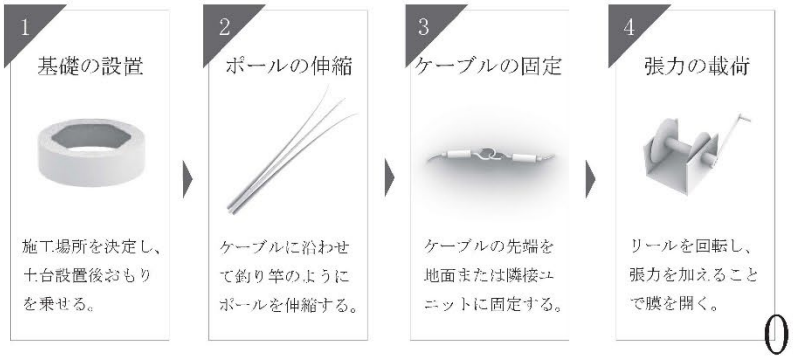
01-2　釣り竿とカーボン

カーボンは軽くて強く、腐食しない素材。釣り竿に使用され、張力によって形状が変化する。この特性を活かし、利用者の用途に合わせて自在に変形できるフレキシブルなユニットを提案する。



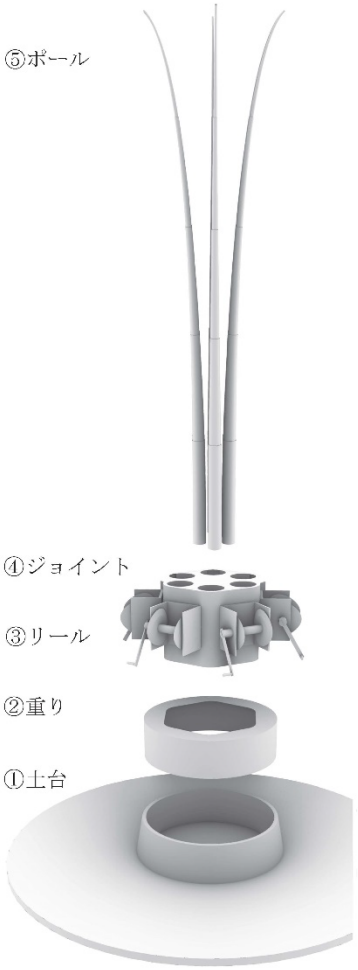
02　Construction method

02-1　施工手順

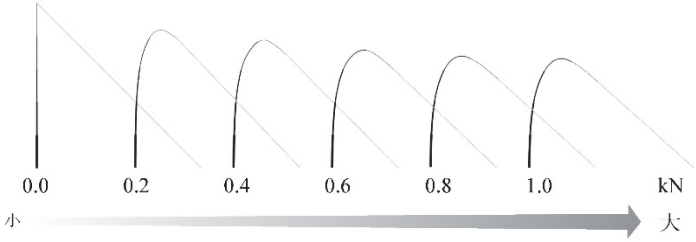


01

02-2　基礎の仕組み



03　Deformed diagram



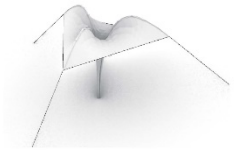
断面形状（中空断面）

部材位置	（先端）1	2	3	4	（根本）5
外形D[mm]	10	18	28	40	54
内径 d [mm]	6	10	18	28	40

04　Usage variation

04-1　pattern1

多方向に開くとテントのように独立性を持った形状となり、利用者によって、様々な形状を創り出す事ができる。

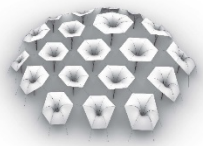


04-2　pattern2

同方向に並べると通路のように連続性を持った形状となり、用途や引っ張る方向など利用者の多様なニーズに対応する。

04-3　pattern3

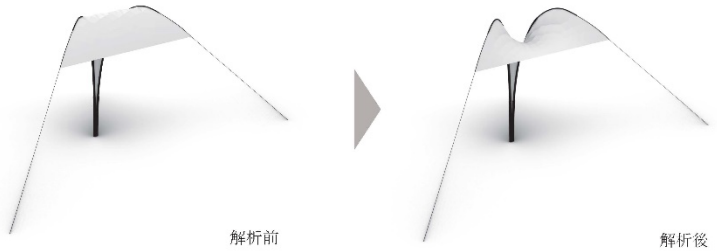
pattern1 を複数組み合わせ、配置最適化 (05-2) を用いることで大空間を創り出す。さらに、ユニット同士が引き合うことにより互いに安定する。



05　Optimization

05-1　膜の形状解析

張力を与えたときにカーボンの性能により柔らかくしなやかに変形し、変形に伴い膜が開く。開口時に、等張力曲面を構成することで、構造物が安定することに加え、与えられた境界に対して最小の面積を得ることで膜の使用量を最小限に抑えることができる。

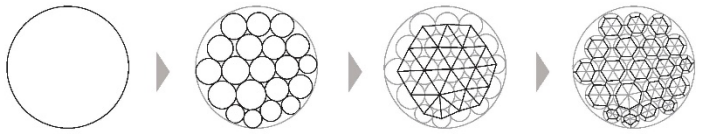


05-2　配置最適化

Find	i	
to maximize	$f=\sum_{n=1}^{20} A_n$	i_n：n番目の円の重み係数
subject to	$3 \leqq i_n \leqq 8$	$i \in \mathbf{N}$
		A_n：n番目の面積

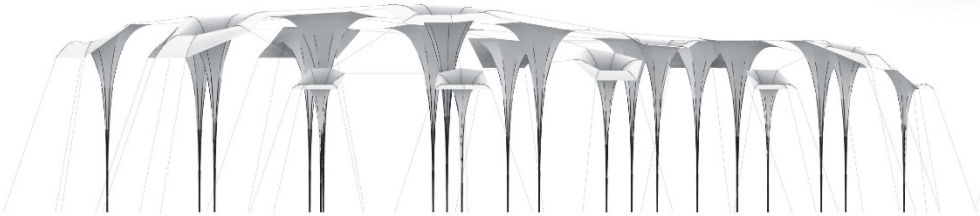
SGAパラメータ	
個体数	100
世代数	2000
交叉率	0.8
突然変異率	0.03
選択方式	ルーレット方式
交叉方式	2点交叉

任意の範囲内にユニットを配置するとき、様々なサイズの円を用いることで空間に多様性を与え、効率よく配置することが可能となる。この時、偏りが大きくならないよう、円の重み係数 i に制約を設けた。



①任意の範囲決定　② 円の面積和の最大化　③ 隣接する円の中心線を結ぶ　④ ②と③の交点に沿って配置する

06　Elevation



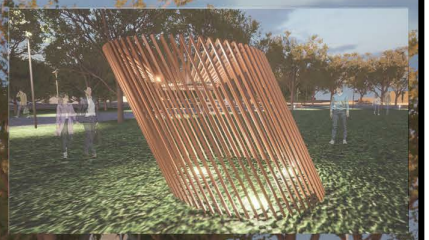
Closing(0.1kN 載荷時)

Opening(1.0kN 載荷時)

01

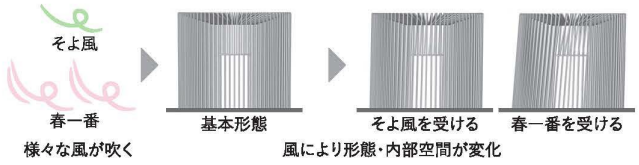
風観堂（かざみどう）

構造設計においては風＝強風を意味する．
日常生活においては，身体をやさしく包むそよ風，磯の香りを届ける海風，季節を知らせる春一番，神がかった時に吹く神風等，様々な風が身近に存在する．これらの風について身体感覚を通して観ることを目的とし，案名称を「風観堂」とする形態を提案する．
風観堂の内部，外部を体験し，人々は身体感覚を通して風を観る．

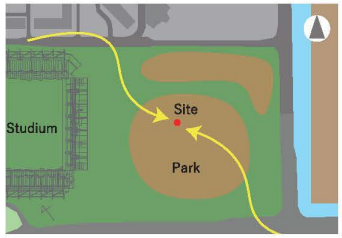


アジャイルなかたち

「アジャイルなかたち」とは，変化する外的要因（外力）に応じてかたちを変える構造形態と解釈し，外的要因として風に着目する．気象条件，地形，敷地状況により風向・風速が時々刻々と変化する風について身体感覚を通して観る．風観堂は風に応じて形態・内部空間が変化し，これらを人々が体感する．



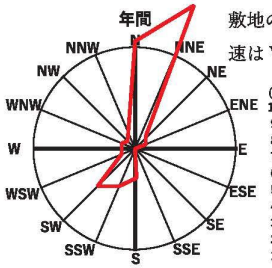
敷地および平面



広島市中区中央公園広場

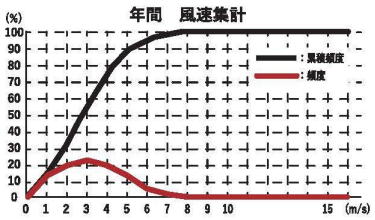
敷地は広島県広島市中区で建設中のサッカースタジアム横の公園（建設予定）とした．このスタジアムのデザインコンセプトとして「環の座」という複数の人が輪となって座ることを意味する言葉が使われている．本案においても敷地周辺施設群のコンセプトを踏襲して，平面形状は円形状とする．

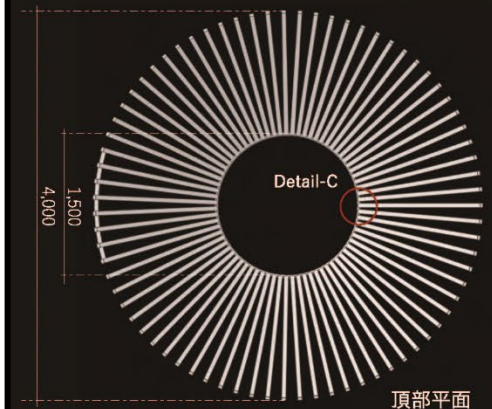
敷地周辺 卓越風向・風速



敷地年間卓越風向(北北東，南西)

敷地の年間卓越風向は北北西・南西で日常的な風速は V=1.0 ～ 8.0(m/s) である．

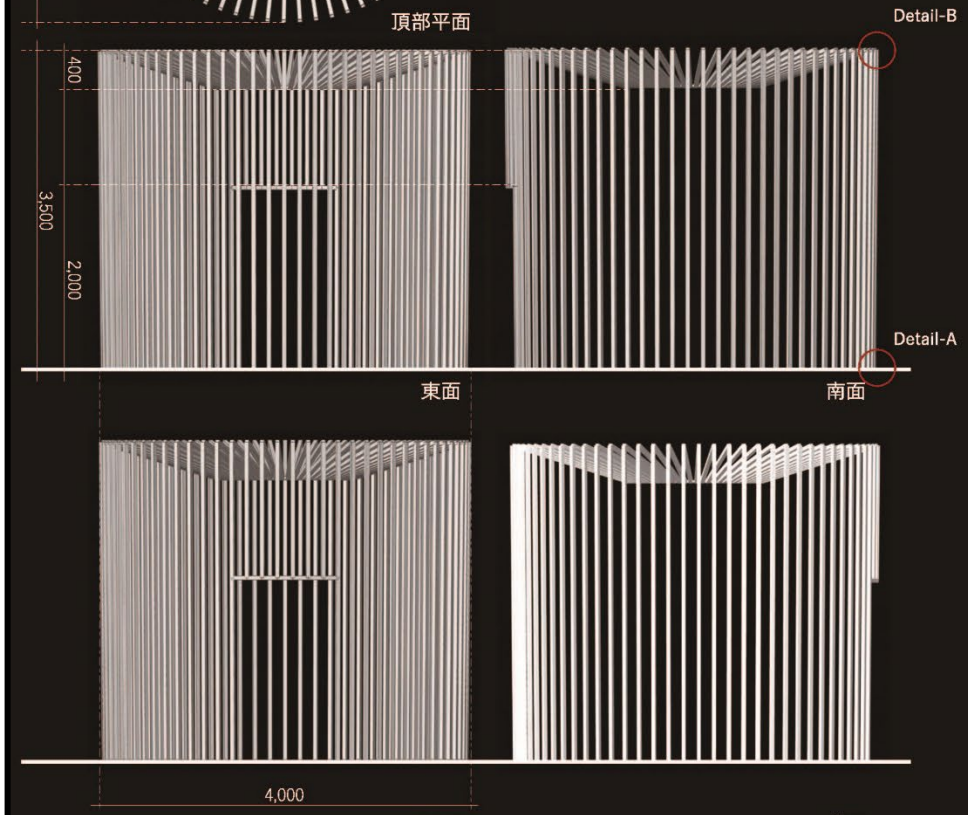




構造コンセプト

剛性に関しては，日常的な風速 (1.0 ～ 8.0m/s) における風荷重に対して形態が変化することを許容する柱脚部の回転剛性を採用する．

強度に関しては，長期 (DL)，基準風速 (Vo=32m/s) による風荷重，地震荷重 (Co=0.2) に対して各部材，接合部が許容応力度≧設計応力度を満足する．



Detail

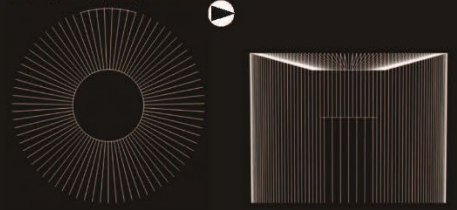
Detail-A

Detail-B

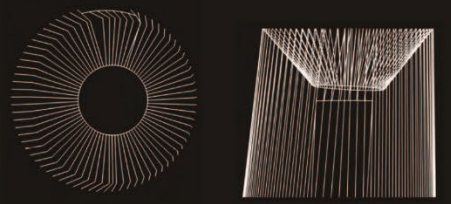
Detail-C

解析結果 (変形図)

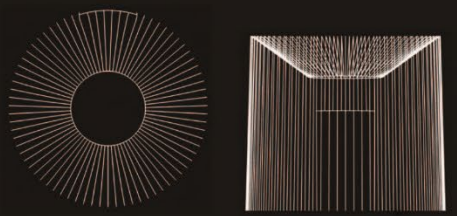
・デフォルト形状



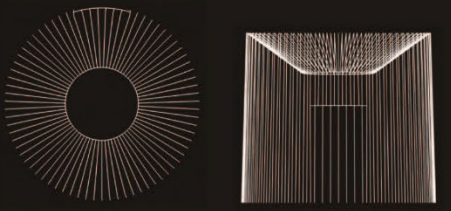
・DL+WY-（V=32.0m/s）（NNS 方向)



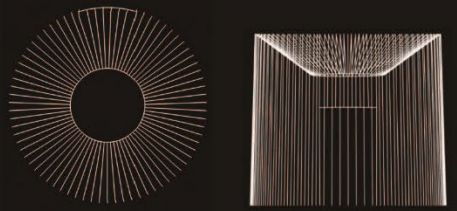
・DL+WY-（V=2.0m/s）（NNS 方向)



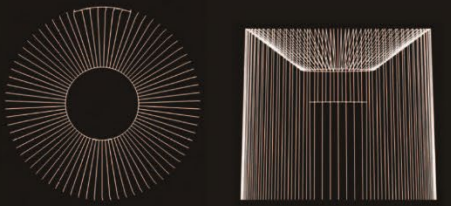
・DL+WY-（V=4.0m/s）（NNS 方向)



・DL+WY-（V=6.0m/s）（NNS 方向)



・DL+WY-（V=8.0m/s）（NNS 方向)



構造概要

・平面形状　：円形 (直径 4.0m)
・柱 (槍)　：75-■-45*45(E150)
・放射梁 (槍)：75-■-45*45(無等級)
・頂部リング梁：P-34.0*2.3(STK400)
・基礎梁　：300*600(RC)

・出入口上梁 (槍)　:■-45*45(無等級)
・接合部
　柱脚部　：FB-45*4.5t(SS400)(中ボルト，M12)
　柱放射梁接合部　：FB-45*4.5t(SS400)(中ボルト，M12)
　放射梁リング梁接合部：FB-45*4.5t(SS400)(中ボルト，M12)

解析条件

・境界条件
　支持条件　：ピン支持
　柱脚部　：板回転バネ
　柱放射梁接合部　：ピン接合
　放射梁リング梁接合部：ピン接合

荷重条件

・DL　：躯体重量
・基準風速：Vo=32.0m/s
　風荷重：ω=0.22(k N/m2)
・通常風速：V=1.0 ～ 8.0(k N/m2)
　風荷重：ω=0.0003 ～ 0.013(k N/m2)

08

eNsegrity

広がり続ける形態【EN】と軽やかな空間構成を可能とする【tensegrity】。
2つの形態を架け合わせることで人々の希望を叶え続ける【ENsegrity】を創生する。

01. agile = flexible

アジャイルを「小単位でテストや実装を繰り返し、適応していく手法」と解釈しする。
この「アジャイル」の考え方をもとに、「小構造で柔軟に構成可能な形態」を提案する。

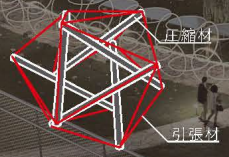
02. flexible = ENsegrity

構造物の形態に合わせ、引張材の構成を変更可能なテンセグリティ構造を提案する。

■tensegrity

長所　①軽量
②浮遊感
③小部材構成

短所　①非拡張性
②非構造性



■ENsegrity

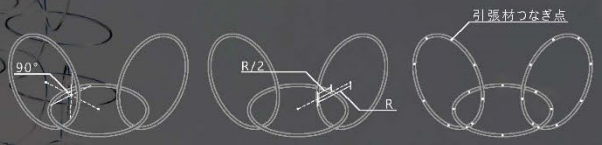
特徴　①圧縮材が円
②拡張性が高い
③引張材の張り方の自由度が高い

ENsegrity は圧縮材を円とすることで引っ張り材の張り方の可能性、拡張性の向上を実現した。
テンセグリティの短所を克服した ENsegrity に着目することで、多様な形態を創生できる。

09

03. modular unit

さまざまな形へと変化・拡張できる最小のユニットとして、3つの円からなる形を基本ユニットとする。基本ユニットは3つの規則性によって形成した形態とする。



・連結する円の角度は90°　・円の距離は直径の1/4　・引張材のつなぎ点は8角形の頂点同士

04. tension system

最小部材数で構成する場合のENsegrityの安定形は引張材5本で構成可能。ただし最小部材数による構成では水平力に対する抵抗力が小さい。建築物への適応性を考慮する為に水平耐力を上げる効果的な引張材の配置を検討した。引張材の配置は形態に対して対称に4本ずつ追加した【5,9,13,17本のパターン】を検討対象とする。上記の検討より、最大引張力が小さくなる構成を導き出した結果、引張材を9本とする構成が力のバランスの取れた構成であったため、本提案において基本ユニットとした。

05. structural analysis

基本ユニットの組み合わせによる様々な形態の可能性を構造解析を踏まえ探る。形状に応じて変位・引張力が過大にならないよう、引張材の本数を変化させた。

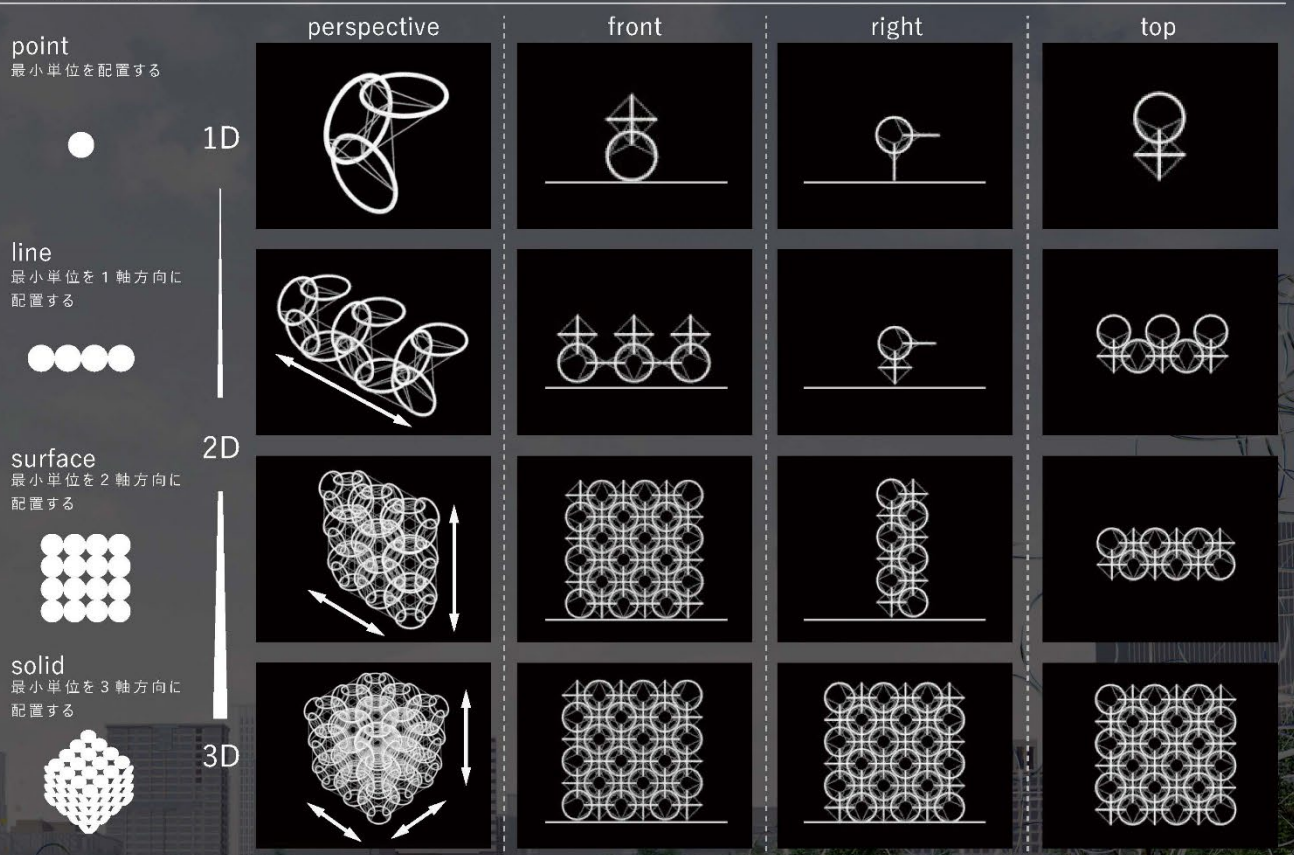
■tower

基本ユニット概要
圧縮材部材数：3
引張材部材数：9

基本ユニットの配列構成
縦：8段
横：2列

3パターンの形態を構造解析した内のタワー型に組立てた場合の構造解析から、タワー状に基本ユニットを積み上げた場合でも大きな変位はないことがわかった。この結果からENsegrityは、様々な形態へ組み換え可能な機構と考えられる。

06. variation



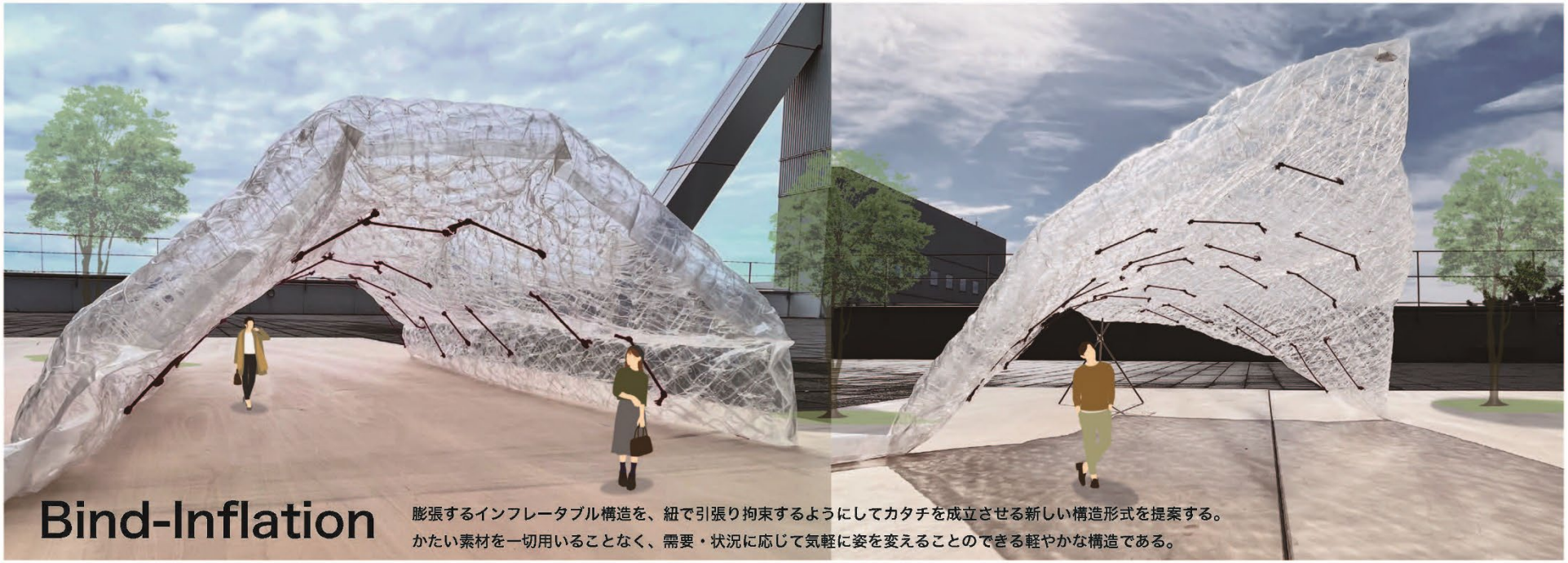
07. potential

3つの円（圧縮材）とワイヤー（引張材）の組み合わせにより、立体的な最小ユニットS(＝基本ユニット)を形成する。圧縮材に面材を張れば、スツールのように使うことが可能。

ユニットSを平面的（1軸方向又は2軸方向）に拡張することにより、連続した伸びやかなユニットMを形成する。圧縮材に面材を張れば、片持庇のアプローチとして使用可能。

ユニットMを平面的・断面的（3軸方向）に拡張することで、多方向に広がることができるユニットLを形成する。多くの人を包み込む大空間の立ち上げや、ENsegrityの上に床を張ることでステージ及び段場客席としても使用可能。

09

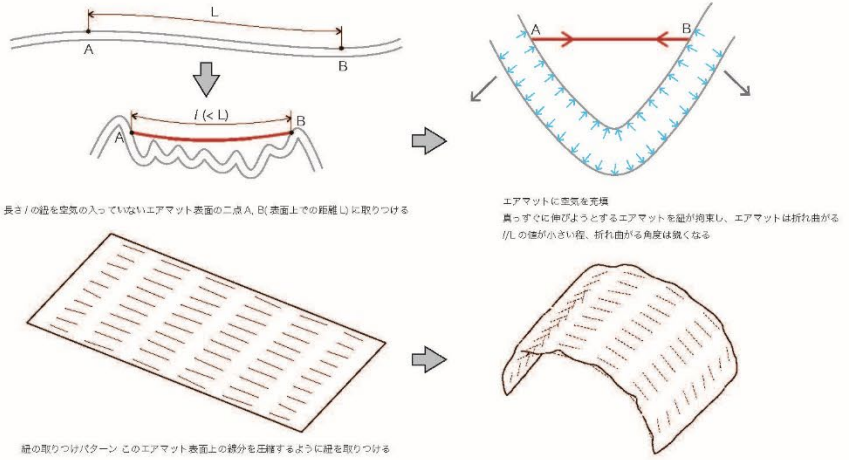


Bind-Inflation

膨張するインフレータブル構造を、紐で引張り拘束するようにしてカタチを成立させる新しい構造形式を提案する。
かたい素材を一切用いることなく、需要・状況に応じて気軽に姿を変えることのできる軽やかな構造である。

膨張 vs 拘束の均衡

空気が抜けた状態の板状のバルーン（エアマット）の表面に、表面上の二点間を結ぶように紐を取りつけ、空気を入れる。
紐の長さがエアーマット上の二点間の直線距離よりも短い場合、空気が入りエアーマットが伸びていく途中で紐はピンと張り、
エアーマットは伸びきれずに、紐がついている面が凹になるように折れ曲がる。
多数の紐で拘束のパターンを作ることにより、エアマットを曲面として立ち上げることができる。



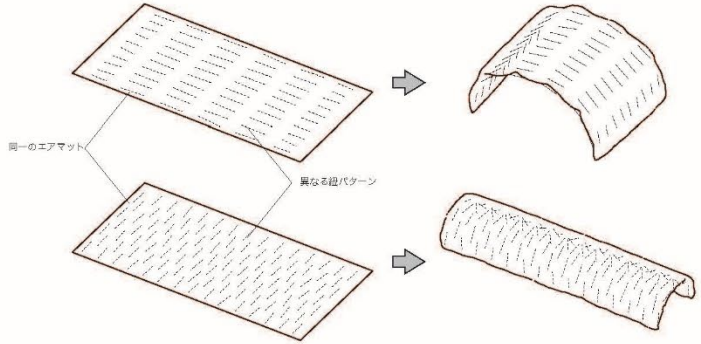
長さ l の紐を空気の入っていないエアマット表面の二点A, B(表面上での距離 L) に取りつける

エアマットに空気を充填
真っすぐに伸びようとするエアマットを紐が拘束し、エアマットは折れ曲がる
l/L の値が小さい程、折れ曲がる角度は鋭くなる

紐の取りつけパターン このエアマット表面上の線分を圧縮するように紐を取りつける

アジャイルに生み出されるカタチ

同じエアーマットであっても、取りつける紐のパターンを変えることで、様々な曲面を生成することができるのが本提案の特徴である。
また、本提案の構成要素はバルーンと紐であり、空気を抜いて折りたたむことで非常にコンパクトになることも建築の構造形式として
特徴的である。さらに紐のパターンを取りつけたバルーンに空気を入れることで自ら立ち上がるので、一人でも施工が可能である。
材料に長いロッドを必要とし、施工にも人数を要する従来の膜テンセグリティの弱点を克服する、より身軽で臨機応変な構造形式である。



紐のパターンを変えることで、まったく異なる空間を生み出すことができる
大型音楽フェスの会場や災害時の緊急の避難施設など、収容人数や敷地状況に応じて変化させた適切な空間が求められる
場合に、少ない労力で簡単に立ち上げることができる

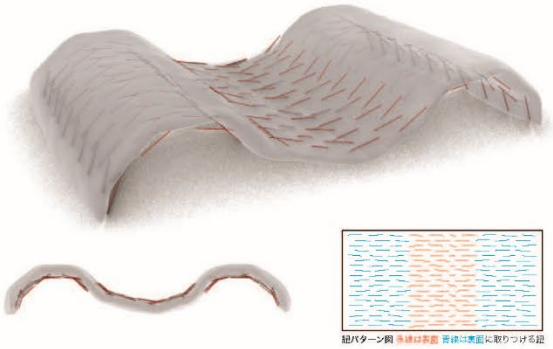
12

形態のバリエーション

Grasshopper の物理演算プラグイン Kangaroo2 を用いて、シミュレーションを行った。
エアマットの表面に、表面上の二点間の距離よりも短い紐を取りつけるのではなく、ある二点間に取りつけた紐の長さをＬから l に徐々に短くするようにして立ち上がる曲面を確認した。

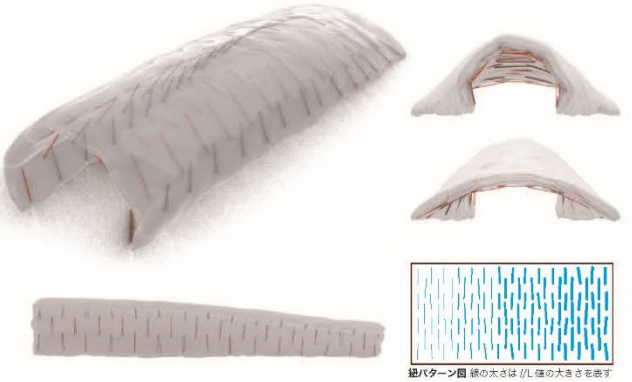
単曲面 ガウス曲率 K=0

エアーマットの片方の面に紐を平行に並べて取りつけることでヴォールトのような曲面が立ち上がる。
エアーマットは紐に直行する方向には真っすぐになろうとするため、ガウス曲率は K=0 となる。



紐をエアマットの表裏両面に取りつけることで、波打つような曲面を作ることができる

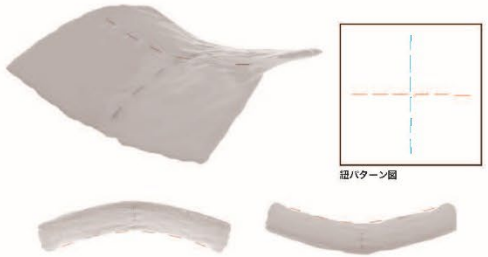
同心円の接線方向に紐を並べることで、谷折りを持ちながらドームのように一点が盛り上がる形状が立ち上がる。



長さ l の紐に対応するエアマット上の二点間距離Ｌを変化させることで、曲率が変化する。
l/L の値が 1 に近づくほど曲率は緩くなり、l/L の値が小さくなるほど曲率は大きくなる。

複曲面 ガウス曲率 K≠0

エアーマット上のある点において二本の直交する紐を設置することで、ガウス曲率がゼロでない曲面を生み出せるのではないかと考えた。このとき二本の紐はその曲面のその点における主曲率方向となる。二本の紐を両方ともエアマットの一方の面につけると椀型 (K > 0) となり、片方の紐を表面につけ他方の紐を裏面につけると鞍型 (K < 0) となると推測し、シミュレーションを行った。



直交する二本の拘束紐を表裏両面につけることで鞍型 (K < 0) の曲面が生成されることがシミュレーションで確認できた。

直交する二本の拘束紐を同じ側の面につけると椀型 (K > 0) になると想定したが、今回のシミュレーションでは綺麗な椀型曲面は得られず、ヴォールトのような形状になった。

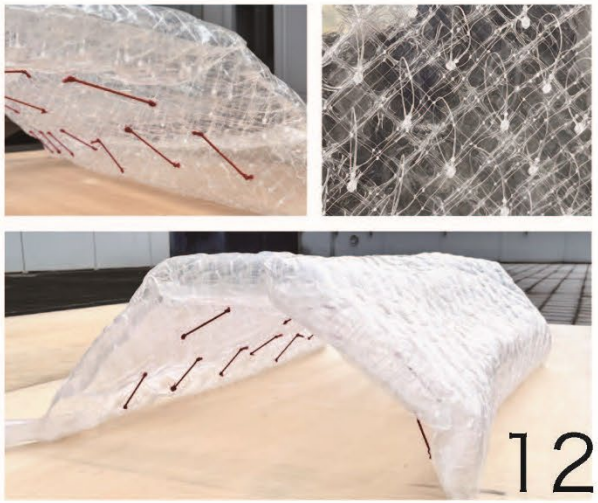
ガウス曲率 K > 0 となる曲面生成の失敗について

上に挙げたもの以外でも様々な拘束紐のパターンで K > 0 の椀型の曲面が生成できないかシミュレーションを行ったが、いずれも、一軸曲げとなり K=0 となってしまう、谷折りの溝になる部分が生じる、周縁部は立ち上がるが中央部が平面のまま、などと失敗している。

適切にひだのような圧縮力を逃がす構造をエアマットに与えることで、巨視的に椀型の曲面も生成できるのではないかと考えている。

模型製作

模型を制作して構造形式の成立を確かめた。
ゴミ袋の内側の面に防鳥ネットを接着。そのネットの格子にルーブピンを取りつけ、ゴミ袋の両面の皮膜間の距離を拘束し、空気を入れたときに板状になるエアマットを作成した。
外側の面にもネットを接着し、その格子点同士を結ぶように拘束紐を取りつけた。

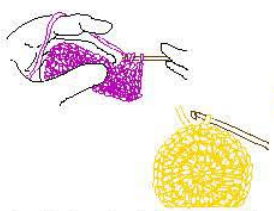


弾ダンス

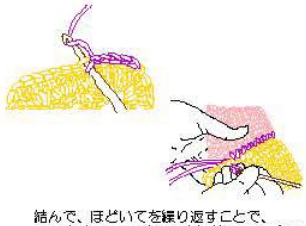
「編み物」×アジャイル

「編む」ことは１本の糸から始まる。
糸は編み目となり、編み目はつながり曲面を生み出す。
そして「編む」ことを繰り返すことで形は可逆的に更新され続け、編み物は、編み目の隙間から光が差し込む独特な内部空間や、ひだやうねりが表れる波打つ外観になる。

編んで解いてを繰り返し更新されるアジャイル手法×編み物によるカタチづくりの手法を提案する。

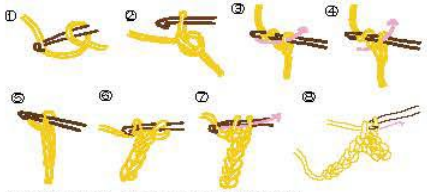


編み物は、１本の糸から作り、小さな網目を繰り返すことで形を作っていく



結んで、ほどいてを繰り返すことで、利用者や設置場所、用途などのニーズに対応し、サイズや形状を更新していく

ー 編み方 ー



鎖編み（①~④）から細編み（⑤~⑧）を編む。
参考 crocheting-adventures-with-hyperbolic-planes

17

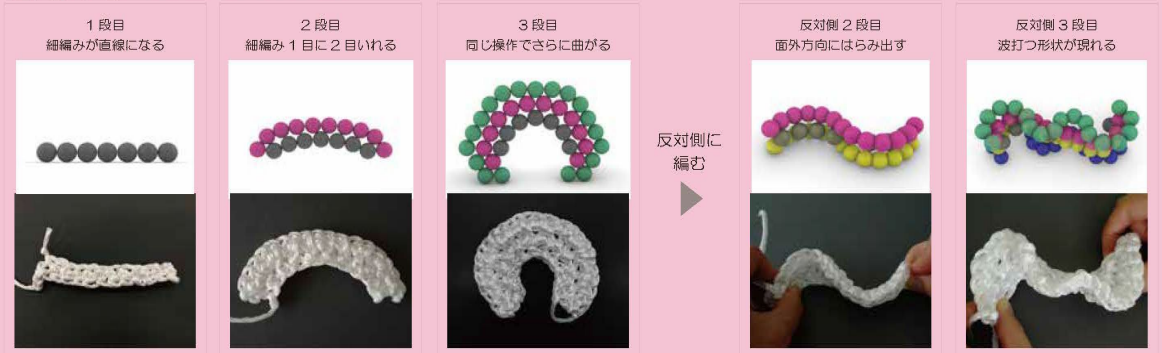
1. モデル化する

複雑な編み目を球体の連続に単純化する

編み目の拡大図 / 編み目の最小単位 / 最小単位を組み合わせて編み目を再現 / 編み目を編み玉に置き換え / 「編み玉モデル」

2. まげる

編み玉の押し合いで曲面を創り出す



3. カタチづくる

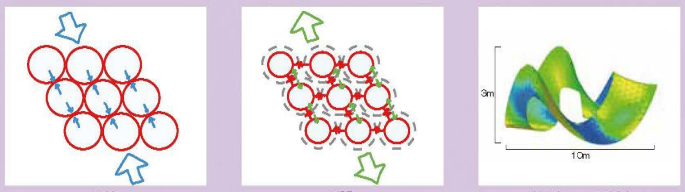
編み玉の連なりで多彩なカタチを理解する

4. くみあわせる

複数のパターンを組み合わせることで複雑なカタチを形成する

5. 建てる

力の流れを捉え、大きいスケールに適用する



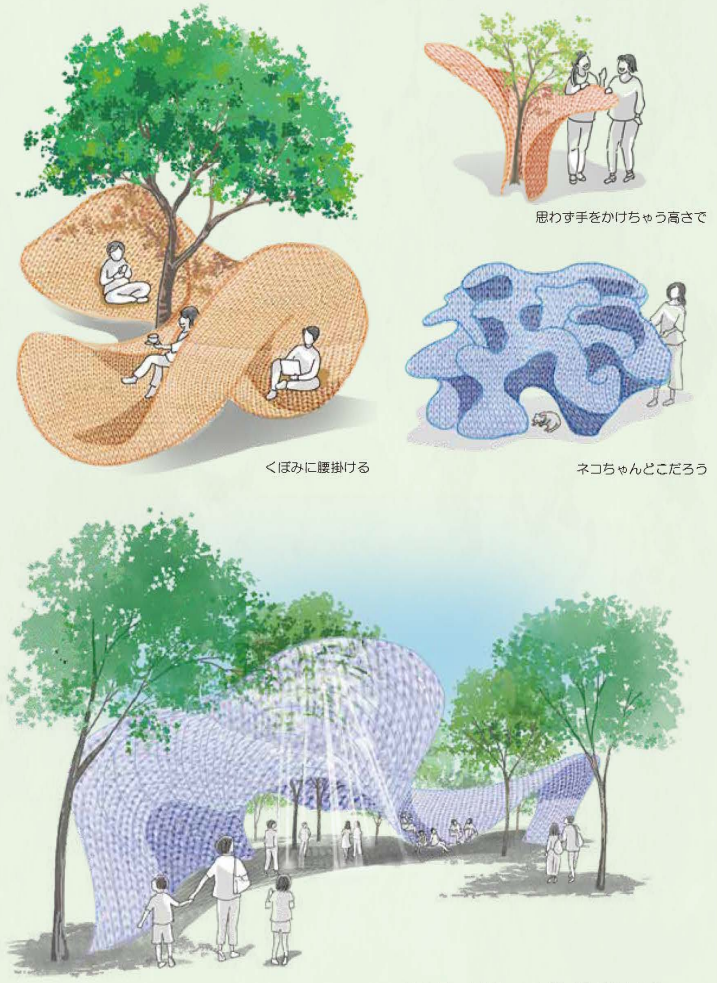
圧縮
編み玉同士の押し合い

引張
糸の絡み合い

大スケールに対応
編み玉からなる曲面を解析

6. つかう

家具のようなものから構造物までつくることができる



思わず手をかけちゃう高さで

くぼみに腰掛ける

ネコちゃんどこだろう

木漏れ日のような　小風が吹き抜けるような

17

第 18 回コロキウム構造形態の解析と創生 2023

2023 年 11 月

編　集

著作人　一般社団法人 日 本 建 築 学 会

〒108-8414 東京都港区芝 5 丁目 26 番 20 号

TEL 03-3456-2051

FAX 03-3456-2058

https://www.aij.or.jp